# ACADÉMIE

## des Sciences et Lettres de Montpellier.

# MÉMOIRES

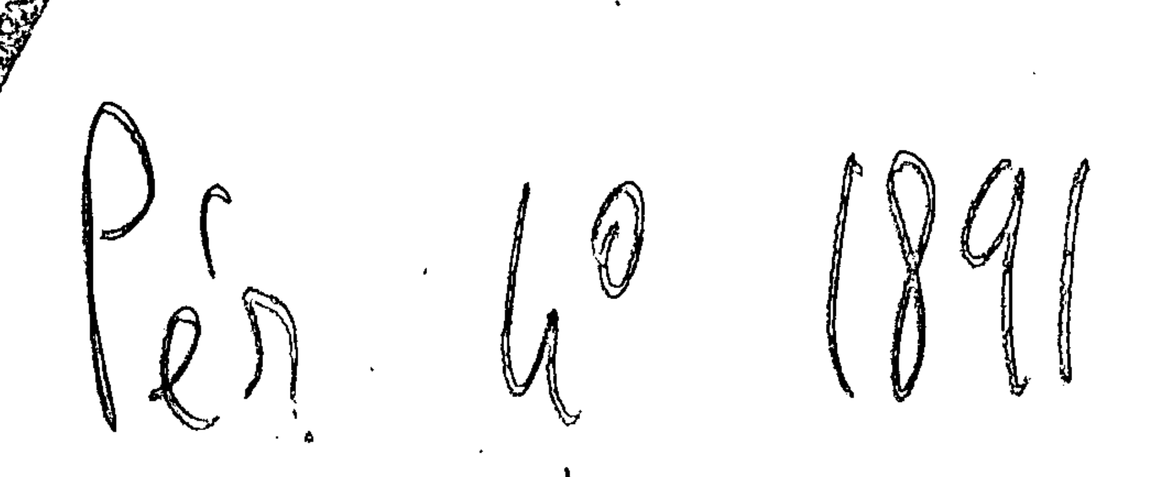
## DE LA SECTION DES SCIENCES.




TOME HUITIÈME.

MONTPELLIER
BOEHM ET FILS, IMPRIMEURS DE L'ACADÉMIE, PLACE DE L'OBSERVATOIRE

1872-1875



# ACADÉMIE

## DES SCIENCES ET LETTRES DE MONTPELLIER.

---

MÉMOIRES DE LA SECTION DES SCIENCES.

# TABLE DES MATIÈRES

DU HUITIÈME VOLUME [1].

I.

**Année 1872.**



II.

**Année 1873.**



[1] Le huitième volume des *Mémoires de la section des Sciences* a paru en quatre parties, de 1872 à 1375. Il contient 35 planches et 648 pages.

## III.

### Année 1874.



## IV.

### Année 1875.

# MEMBRES

## DE LA SECTION DES SCIENCES

DE

## L'ACADÉMIE DES SCIENCES ET LETTRES DE MONTPELLIER.

MM. LENTHÉRIC, Professeur à l'École régimentaire du Génie.
Henri MARÈS, Secrétaire de la Société centrale d'Agriculture de l'Hérault.
Jules PAGEZY, Sénateur.
Édouard ROCHE, Professeur à la Faculté des Sciences.
Gustave CHANCEL, Professeur à la Faculté des Sciences.
COURTY, Professeur à la Faculté de Médecine.
Paul de ROUVILLE, Professeur à la Faculté des Sciences.
MARTINS, Professeur à la Faculté de Médecine.
E. PLANCHON, Directeur de l'École de Pharmacie.
MOITESSIER, Professeur à la Faculté de Médecine.
DIACON, Professeur à l'École de Pharmacie.
CROVA, Professeur à la Faculté des Sciences.
GARLIN, Professeur au Lycée.
JEANJEAN, Professeur à l'École de Pharmacie.
DUVAL-JOUVE, Inspecteur d'Académie honoraire.
SABATIER, Professeur à la Faculté des Sciences.
CAZALIS de FONDOUCE, Ingénieur civil.
COMBESCURE, Professeur à la Faculté des Sciences.

# ACADÉMIE

## DES SCIENCES ET LETTRES DE MONTPELLIER.

MÉMOIRES DE LA SECTION DES SCIENCES.


# OBSERVATIONS

SUR

# L'ORIGINE GLACIAIRE

## DES TOURBIÈRES DU JURA NEUCHATELOIS

## ET DE LA VÉGÉTATION SPÉCIALE QUI LES CARACTÉRISE,


**Par M. Ch. MARTINS.**


Lorsque je vis pour la première fois, en 1859, la végétation de la grande tourbière qui occupe le fond de la vallée des Ponts, à 1000 mètres au-dessus de la mer, dans le Jura Neuchâtelois, je crus avoir de nouveau sous les yeux l'aspect des paysages de la Laponie, que j'avais visitée vingt ans auparavant. Non-seulement les arbres mais les herbes même étaient identiques à celles du Nord. Plusieurs séjours successifs dans le chalet hospitalier de mon ami Desor, à Combe-Varin, près de l'extrémité méridionale de la tourbière, me permirent de confirmer ce premier aperçu, que je complétai en étudiant les tourbières de Noiraigues dans le Val Travers, et de la Brévine dans la vallée du même nom. La première est élevée de 720, la seconde de 1050 mètres au-

dessus de la Méditerranée. Comme terme de comparaison, je visitai ensuite les tourbières des environs de Gaiss, dans le canton d'Appenzell, élevées également de 900 à 1000 mètres au-dessus de la mer, et dernièrement les fonds tourbeux de la montagne de Sautmail, dans les Cévennes, dont les altitudes varient de 950 à 675 mètres, qui est celle du village de la Salvetat, sur les limites des départements du Tarn et de l'Hérault. Ces études me permirent de constater la parfaite exactitude de tous les faits et de tous les résultats contenus dans l'ouvrage publié en 1844, sur *les Marais tourbeux*, par M. Léo Lesquereux. Je n'aurais même pas pris la plume si l'auteur s'était mis au point de vue de l'origine géologique et phytologique de ces tourbières. Mais à l'époque où il écrivait, ces questions n'étaient pas encore à l'ordre du jour, et il eût été fort en avant de son temps s'il les avait même pressenties. Je m'attacherai donc à ce point de vue, renvoyant pour tout le reste à l'ouvrage que je viens de citer.

## ORIGINE GLACIAIRE DES TOURBIÈRES.

Un sol imperméable que les eaux pluviales ne puissent traverser, telle est la condition première de la formation d'une tourbière. La configuration du sol ne joue qu'un rôle secondaire. Ainsi, on observe des tourbières sur des terrains plats, ceux des bords de la Somme, de l'Ems et du Weser [1], du Schleswig-Holstein et de la Hollande, comme dans les vallées des Vosges, du Jura et des montagnes de l'Écosse. Quelquefois même, elles s'établissent dans les légères dépressions de pentes très-inclinées. Si le sol est imperméable, si l'écoulement des eaux n'est pas facile, la tourbière se forme. Une autre condition, c'est que les pluies ne soient pas trop rares, l'air habituellement humide, la chaleur des étés modérée. Aussi en Europe les tourbières s'étendent-elles du Spitzberg jusqu'aux Pyrénées et la haute Italie, mais ne dépassent pas ces limites vers le sud; cependant même le climat du pied septentrional des Pyrénées est encore assez humide, assez pluvieux et assez tempéré pour favoriser l'établissement de tourbières

[1] Voyez Grisebach, *Uber die Bildung des Torfs in den Emsmooren (Goettinger Studien*, 1845).

exploitables ; mon ami M. Émilien Frossard m'apprend qu'il en existe une sur le plateau d'Ossun, près de Lourdes, une autre sur le plateau de Lannemezan, non loin de Labarthe de Nestes, arrondissement de Bagnères ; toutes deux fournissent du combustible aux environs.

Les vallées longitudinales en forme de berceau de la chaîne du Jura se prêtent singulièrement à l'établissement des tourbières : en effet, presque toutes se terminent, comme celle des Ponts, par deux cols, qui étant plus élevés que le fond de la vallée s'opposent à l'écoulement des eaux. Sur les bords longitudinaux où les assises relevées en forme de crêts se sont rompues, ces eaux s'échappent entre les couches calcaires disloquées et forment ces cavités coniques régulières connues dans le pays sous le nom d'*emposieux*[1]. Ces cavités sont analogues aux *chasmata* des Grecs anciens, *catavothra* des modernes, *bétoires* de la Normandie, *Schlotten* en Thuringe, *shallow holes* en Angleterre, *dolines* ou *Jamen* sur le plateau de Karst, entre Trieste et Adelsberg, en Carniole. Les eaux d'infiltration forment les sources abondantes des vallées inférieures du Jura, celle de Noiraigues dans le Val Travers, la source de l'Areuse, celle de l'Orbe dans le Jura vaudois, du Muehlbach près de Bienne, de la Birse, etc. Néanmoins le fond de la vallée reste toujours humide, une partie des eaux pluviales ne s'écoule pas, mais s'étend en nappe souterraine au-dessous du banc de tourbe et alimente la végétation des *Sphagnum* et des autres végétaux qui entrent dans la composition de ce terrain.

Où est l'obstacle qui s'oppose à l'infiltration de ces eaux à travers les fissures des couches calcaires formant le *thalweg* de la vallée des Ponts ? Cet obstacle, c'est une couche d'argile siliceuse qui, semblable à un enduit imperméable, recouvre toute la partie horizontale occupée par la tourbière. D'où provient cette couche d'argile siliceuse ? elle ne saurait être due à la décomposition des roches qui sont toutes calcaires; cette argile est un produit de la trituration des roches feldspathiques, alumineuses et siliceuses, de roches dites primitives : c'est de la *boue glaciaire*. A l'époque de la grande extension des glaciers alpins, tout le Jura fut envahi par eux. Il était compris dans le domaine du glacier du Rhône. Malgré une exploitation trop active, les blocs erratiques qu'il y a déposés sont encore innombrables. La plupart

---

[1] Voyez sur les emposieux de la Vallée des Ponts, *Magasin pittoresque,* 1865, pag. 236.

appartiennent aux roches primitives : protogines, gneiss, schistes métamorphiques, poudingues à cailloux quartzeux, etc.; ces blocs sont épars sur le crêt de Travers qui borne au sud la vallée des Ponts. Dans celle de Travers même ils formaient la puissante moraine de Noiraigues, dont les blocs ont été utilisés en majeure partie pour la construction des têtes de tunnels du chemin de fer, des clochers d'églises, des escaliers et des montants de portes et de cheminées. Cette moraine est précisément en aval de la tourbière de Noiraigues, et les blocs se retrouvent dans tout le Val Travers jusqu'au Chasseron. Les tourbières jurassiques ont donc une origine glaciaire, même lorsqu'elles ne sont pas barrées par une moraine qui, en s'opposant à l'écoulement des eaux, détermine la formation de lacs, de marais ou de tourbières, comme on en connaît tant d'exemples dans les Alpes, le Jura, les Vosges, les Pyrénées et même dans les montagnes de la Lozère [1].

Les tourbières des environs de Gaiss, dans le canton d'Appenzell, sont une confirmation de ce qui se voit dans le Jura. La roche dominante est la *nagelflue polygenique*, poudingue molassique composée d'éléments variés, mais où dominent les cailloux calcaires impressionnés. Si l'on parcourt la tourbière qui longe la route de Gaiss à Appenzell, on remarque qu'elle est coupée par plusieurs ruisseaux qui se jettent dans le Rothbach. Ces ruisseaux sont creusés dans une argile grise très-plastique et très-pure. Cette argile, qui fait à peine effervescence avec les acides, recouvre sur plusieurs points le véritable terrain glaciaire formé de cailloux anguleux. La plupart ne sont pas calcaires, non plus que les blocs erratiques gisant à la surface du sol : ce sont des cailloux et des blocs apportés par l'ancien glacier du Rhin qui les a déversés dans les environs de Gaiss, par-dessus le col d'*Am Stoss*, où ils deviennent fort nombreux et reposent sur une moraine dont la tranchée de la route qui conduit à Alstaetten permet d'apprécier la puissance. La partie horizontale du col est elle-même occupée par une petite tourbière exploitée, à fond également argileux. Mais ce qui est encore plus démonstratif, ce sont de petits ilots marécageux qu'on observe sur les pentes de toutes les montagnes voisines : ils correspondent à de légères dépressions

---

[1] Voyez une Note sur l'ancien glacier de la Vallée de Palhères. (*Comptes-rendus de l'Académie des sciences de Paris*, 9 novembre 1868.)

du sol, et on les reconnaît de loin à leur végétation, qui est tout à fait différente de celle des prairies au milieu desquelles ils sont enclavés. Tandis que les pâturages, d'un vert admirable, se composent uniquement de plantes fourragères, ces îlots se distinguent de loin par une teinte jaune due à la présence du *Cirsium palustre* qui domine les cyperacées et les joncs, témoins comme lui de l'existence d'un sol humide et spongieux. Aussi, tandis que les pâturages servent à la dépaissance des vaches laitières, ces îlots sont fauchés, et les herbes employées uniquement comme litière dans les étables. Le mode de formation de ces îlots est le même que celui des tourbières. La boue argileuse de l'ancien glacier s'étant déposée dans les moindres dépressions du terrain et arrêtant l'écoulement des eaux, le sol reste humide, devient spongieux, et la végétation du pâturage est remplacée par celle des marais et des tourbières. Un drainage intelligent suffit pour faire disparaître la végétation aquatique, remplacée bientôt par celle des plantes sociales du pâturage alpin.

La formation des tourbières alpines ou jurassiques se rattache donc à l'époque glaciaire. Supprimez les moraines comme barrage dans un grand nombre d'entre elles, supprimez la boue glaciaire qui rend le terrain imperméable, et la tourbière ne se formera pas[1]. Les moraines et la boue glaciaire

[1] Dans les montagnes jurassiques, les terrains sont naturellement très-perméables, comme le prouvent les grandes sources vauclusiennes qui caractérisent toutes ces chaînes. Les Cévennes calcaires et les montagnes du midi de la France ne font pas exception à cette règle. Exemple : la Sorgue à Vaucluse, le Groseau près de Malaucène au pied du Ventoux, la Vis au-dessus de Ganges, le Lez près de Montpellier, les fontaines de Nimes, de Sauve, du Vigan dans le Gard, de Sassenage près de Grenoble. Ces sources sont tout à fait analogues à celles de Noiraigues, de la Birse, de l'Orbe, de l'Areuse, du Muehlbach, qui surgissent à un niveau fort inférieur aux vallées jurassiques, souvent tourbeuses, où les eaux pluviales s'accumulent et se conservent*. Seulement, dans les Cévennes et les autres montagnes calcaires du midi de la France, ce sont des plateaux appelés *causses* et non des vallées qui reçoivent et tamisent les eaux pluviales. Ces observations s'appliquent également au plateau de Karst, entre Trieste et Adelsberg, en Carniole. Ce plateau est, à proprement parler, percillé d'emposieux ou *dolines* coniques de toutes les dimensions, depuis deux mètres jusqu'à 500 mètres de diamètre ; elles absorbent toutes les eaux qui tombent sur le plateau. Une de ces dolines est la source de la Reka près de Nobitsch. Le cours de cette rivière est entièrement souterrain, elle se jette dans la mer à Miramar, près de Trieste, et une machine à vapeur

* Voir sur ce sujet Ed. Desor ; Les sources du Jura. (*Revue Suisse*, 1858.)

jouent même un grand rôle dans la formation des tourbières qui se trouvent en dehors des chaînes de montagnes, mais dans le domaine des anciens glaciers qui jadis sortaient des vallées pour s'épanouir dans les plaines. Telles sont toutes celles du versant septentrional et du versant méridional des Alpes : En Piémont, les grandes tourbières de San-Martino et San-Giovanni près d'Ivrée, d'Avigliana sur la route de Suze à Turin [1], de Mercurago et d'Angera, près d'Arona, sur le lac Majeur. Dans les environs de Novare, beaucoup de marais tourbeux ont été transformés en rizières. En Lombardie, des tourbières existent aux environs de Côme, de Varese, de Colico et de Commabio. Toutes ces tourbières sont dans le domaine de l'ancienne extension des glaciers alpins, et la boue glaciaire, en rendant le sol imperméable, a autant contribué à leur formation que l'obstacle mécanique apporté par la digue morainique à la circulation des eaux courantes. Mon ami et ancien collaborateur le professeur B. Gastaldi, de Turin, distingue même [2] des tourbières de premier ordre situées dans la plaine, au pied de la moraine, et des tourbières de second ordre placées dans les dépressions de la moraine elle-même. Les mêmes faits se représentent dans le nord de la Suisse, dont les marais tourbeux sont compris dans le domaine de l'ancien glacier du Rhin.

Je n'oserais encore affirmer qu'à l'époque glaciaire les Cévennes granitiques du département de l'Hérault, dont les hauteurs ne dépassent pas 1100 mètres au-dessus de la mer, aient eu des glaciers permanents; et cependant je me suis assuré que les nombreux fonds tourbeux de la montagne de Sautmail, compris entre 600 à 950 mètres, sont formés par une couche

puise l'eau douce au milieu de l'eau salée. Mais le plus bel exemple d'hydrographie souterraine en Carniole est celui de la rivière Poïk, qui entre à Adelsberg dans la grotte du même nom, et va ressortir à 40 kilomètres plus loin, sous le nom de Laybach, qui est celui de la ville la plus prochaine. Je me résume et je conclus que si les tourbières contribuent quelquefois à l'alimentation des sources vauclusiennes, celles-ci surgissent souvent aussi au pied de montagnes et de plateaux calcaires, sur lesquels on ne voit pas la moindre trace de dépôts tourbeux.

[1] Voir Ch. Martins et B. Gastaldi ; Essai sur les terrains superficiels de la vallée du Pô, in-4°, pag. 5 et 19.

[2] B. Gastaldi ; *Nuovi cenni sugli oggetti di alta antichita trovati nelle torbiere et nelle marniere dell Italia,* pag. 77.

d'argile aussi imperméable aux eaux que la boue glaciaire. La puissance de la tourbe n'atteint pas un mètre, elle n'est pas exploitée comme combustible, mais seulement comme plaques gazonnées pour recouvrir les étables. La roche sous-jacente est un gneiss feuilleté se réduisant facilement en sable fin. Cette argile de tourbières est-elle due à la décomposition de ce sable que les cours d'eau entraînent constamment vers les parties les plus déclives, ou bien est-elle aussi d'origine glaciaire? C'est ce que je ne saurais affirmer en ce moment, me réservant de faire connaître les tourbières Cévenoles, qui jusqu'ici n'ont point encore attiré l'attention des géologues, ni celle des botanistes. Je passe à l'étude de la végétation des tourbières jurassiques.

## VÉGÉTATION DES TOURBIÈRES JURASSIQUES.

### I. Arbres.

*Betula pubescens* Ehrh. — *Pinus uliginosa* Neum. — *Abies excelsa.* — *Sorbus aucuparia* [1].

J'ai déjà dit que leur végétation était celle des marais tourbeux de la Norvége et de la Laponie, et son examen nous mènera aux mêmes conclusions que celui de l'origine géologique des tourbières; cette végétation date, comme la tourbe elle-même, de l'époque glaciaire. Les arbres sont: d'abord la variété pubescente du Bouleau blanc. Identique à celui du Nord, il ne s'élève pas à plus de six mètres, et ses rameaux, dont les extrémités gèlent dans les hivers rigoureux, ne sont pas pendants, comme dans les pays plus tempérés. Ces Bouleaux forment des bouquets, quelquefois des taillis; mais l'arbre qui domine et donne à la tourbière l'aspect d'une forêt, c'est le Pin des tourbières (*Pinus uliginosa* Neum). Adulte et bien portant, il a la forme d'une pyramide dont la base repose sur le sol, ses jeunes cônes dressés portent des écailles d'une belle couleur brune recourbées en forme de crochet; ce Pin est une simple variété du *Pinus montana* du Roy [2]. Dans les parties

---

[1] La grande majorité des plantes citées dans ce Mémoire ayant été nommées par Linné, je n'ajouterai le nom d'auteur qu'à celles qui ne l'ont pas été par lui.

[2] Voyez Heer; *Ueber die Fœhrenarten der Schweiz.* (Réunion des naturalistes Suisses de 1862.)

plus étanches de la tourbière il peut s'élever à cinq ou six mètres ; alors ses branches inférieures se dessèchent et le sommet seul est verdoyant. Dans les parties humides, spongieuses et découvertes, on n'aperçoit que des individus très-jeunes et dont la tête s'élève à peine au-dessus de la couche des *Sphagnum*. Quand on cherche à dégager ces arbres nains, on reconnaît que la végétation des mousses, plus rapide que celle du Pin, les a gagnés de vitesse et que le tronc et les branches inférieures ont déjà été enfouis par elles. Ainsi j'arrachai le 14 août 1862 un Pin ayant 0m,80 de hauteur totale; le tronc était enfoui de 0m,45 dans la mousse, dont il ne dépassait la surface que de 0m,35. Si l'on veut déchausser des arbres de 2 ou 3 mètres de haut, qui paraissent souffrants et dont les branches inférieures sont déjà mortes, on reconnaît que le tronc plonge profondément dans la couche de *Sphagnum* et que les racines s'enfoncent dans la tourbe humide. Les sphaignes envahissent l'arbre, finissent par le tuer et par ensevelir son tronc dans la masse tourbeuse. Telle est l'origine de ces souches appelées *Kerbes*, qu'on observe à tous les niveaux sur une section de tourbière exploitée : ce sont des troncs de Pins qui ont été ainsi successivement enfouis. Il y a donc une lutte permanente entre les arbres qui cherchent à se maintenir vivants sur ce sol anormal, et la mousse hygroscopique qui les tue et travaille à ensevelir leur tronc dans sa masse humide et spongieuse. Ces troncs sont très-nombreux. Quand la tourbière est mise en culture, la charrue les arrache du sol. Près de Combe-Varin je comptai 70 énormes souches ainsi extraites, sur une surface de 1200 mètres carrés. Ainsi la forêt tourbeuse se renouvelle incessamment, des générations successives d'arbres sont tués par les *Sphagnum* vivants, et enfouis dans la couche combustible, où ils se conservent indéfiniment.

Les portions les plus humides de la forêt tourbeuse forment des clairières; les arbres y manquent totalement ou sont rares et rabougris, car ils périssent avant que leur tête ait pu s'élever au-dessus de la mousse. Des touffes denses mais stériles de *Scirpus cæspitosus* offrent seules un point d'appui résistant aux pieds du botaniste qui veut explorer ces terrains où végètent de véritables plantes aquatiques, telles que le trèfle d'eau (*Menyanthes trifoliata*), le *Comarum palustre* et quelques *Carex*, qui ailleurs ne vivent que dans les fossés pleins d'eau et au bord des ruisseaux.

La Sapinette (*Abies excelsa*) est rare dans les tourbières; cependant on en observe quelques-unes sur les bords et dans les portions étanches dont les troncs atteignent de grandes dimensions, près de Combe-Varin et à la tourbière de Noiraigues. On remarque aussi quelques pieds de Sorbier des oiseleurs (*Sorbus aucuparia*); mais je n'en ai pas vu qui fussent de véritables arbres. Ces deux derniers se trouvent, comme le Pin et le Bouleau, dans la presqu'île Scandinave tout entière.

### II. Arbrisseaux.

*Betula nana.* — *Salix ambigua* Ehrh., *S. aurita*, *S. repens*, *S. rubra* Huds., *S. cinerea.* — *Lonicera cœrulea.*

Quelques arbrisseaux accompagnent le Bouleau pubescent et le Pin. Je citerai d'abord le plus caractéristique de tous, le Bouleau nain (*Betula nana*), reconnaissable à ses petites feuilles arrondies et crénelées; puis trois Saules: *Salix ambigua* Ehrh., *S. aurita* et *S. repens*. Les *Salix rubra* Huds., et *S. cinerea*, sont plus rares, et enfin un Chèvrefeuille (*Lonicera cœrulea*) qui est également peu commun.

Tous les arbres, tous les arbrisseaux que nous venons d'énumérer, sauf le Saule rouge, se retrouvent également dans le nord de l'Europe, jusqu'en Laponie : ce sont donc des plantes boréales. Mais dans la presqu'île Scandinave le sol et l'air sont si humides, les pluies si fréquentes, les chaleurs estivales si courtes et si peu intenses, que ces arbres et ces arbrisseaux ne sont plus limités aux tourbières; ils croissent partout, même dans les localités qui seraient complétement étanches, dans l'Europe moyenne. Au nord de l'Allemagne, le Pin Sylvestre ombrage indifféremment les marais tourbeux et les dunes sèches des environs de la ville de Celle, en Hanovre[1]. En Suisse, le *Pinus sylvestris* ne vient que dans les localités sèches, et ne monte pas très-haut dans les montagnes; c'est le *Pinus uliginosa* qui forme les pinèdes des tourbières alpines. En Scandinavie, le Pin Sylvestre, le Bouleau pubescent et le Bouleau nain se rencontrent partout. Ce dernier ne s'arrête qu'au cap Nord, là où pour ainsi dire la terre vient à lui manquer. Il ne

[1] Grisebach; *loc. cit.*, pag. 22.

reparaît pas au Spitzberg. Au Labrador, il s'avance jusqu'à la baie de Baffin, et au Groenland jusqu'au 73e degré de latitude; mais il ne pénètre pas, comme le Bouleau blanc, dans le nord des États-Unis. On trouve le Bouleau nain en Écosse, non en Irlande, et c'est dans le Jura et sur les sommets de la Styrie et de la Carinthie qu'il atteint sa limite méridionale en Europe.

Les Saules sont nombreux en Scandinavie, et parmi eux se trouvent ceux des tourbières du Jura, que nous avons énumérés. Les *Salix cinerea* et *S. aurita* seuls se rencontrent en Écosse, mais ce dernier ne dépasse pas vers le sud les comtés septentrionaux de l'Angleterre [1]; il manque aux Shetlands et dans les Féroe. Le *Salix Lapponum*, si commun autour des lacs marécageux du plateau lapon, n'existe pas dans le Jura, mais dans la haute Engadine, près du lac de Saint-Maurice.

Le *Lonicera cœrulea* se trouve mêlé par accident à la végétation des tourbières jurassiques. C'est un arbuste des montagnes qui s'étend dans toute la chaîne des Alpes, jusqu'en Styrie et en Carniole. Il croît çà et là en Suède et en Laponie, mais il y est rare [2].

## III. Sous-Arbrisseaux.

*Andromeda polifolia.* — *Calluna erica* DC. — *Vaccinium uliginosum*, *V. myrtillus*, *V. vitis-idæa*, *V. oxycoccos.* — *Empetrum nigrum.*

La liste précédente renferme les sous-arbrisseaux habituels de la tourbière jurassique. Tous, un seul excepté, appartiennent au groupe des Ericacées, et tous font partie de la Flore boréale. Quelques-uns même sont caractéristiques pour les tourbières de tout l'hémisphère septentrional, du 71e au 42e degré. Je citerai en première ligne l'*Andromeda polifolia:* elle croît dans les tourbières, depuis le cap Nord jusqu'aux Alpes et aux Pyrénées [3], et se trouve également dans le sud de l'Écosse, en Angleterre, en Irlande [4], dans l'Amérique septentrionale jusqu'en Pensylvanie [5], mais elle manque aux Shetlands, aux Féroe et en Islande.

---

1 Watson; *Cybele britannica*, tom. II, pag. 395.

2 Fries; *Summa vegetabilium Scandinaviæ*, pag. 10.

3 Bentham; Catalogue des plantes indigènes des Pyrénées, pag. 59.

4 David Moore; *Cybele hybernica*, pag. 181.

5 Asa Gray; *Botany of the northern United States*, pag. 295.

La bruyère commune (*Calluna erica* DC.) occupe une large place parmi les plantes sociales des tourbières jurassiques. Dans celles du nord, elle est associée à l'*Erica tetralix* ou remplacée par elle. Néanmoins les bruyères ne sont nullement caractéristiques, car elles vivent également dans les sables et forment des pelouses sèches qui s'élèvent très-haut sur les pentes des montagnes. La bruyère commune offre l'exemple remarquable d'une plante sociale, indifférente à la fois au climat et à la nature physique et chimique du sol. Ainsi on la trouve depuis le cap Nord jusqu'à l'extrémité de la péninsule Hispanique, et en longitude depuis Constantinople, où je l'ai observée près de Bujugdéré, jusque dans l'Amérique du Nord et au Groenland. On ne saurait donc, quoiqu'elle contribue à la formation de la tourbe, la considérer comme une plante propre aux tourbières, mais seulement comme une de ces plantes sociales ubiquistes qui se plaisent également dans les stations les plus diverses.

Parmi les *Vaccinium*, signalons d'abord le *Vaccinium uliginosum*. C'est une plante des forêts humides autant que des tourbières ; elle joue ce rôle en Laponie, dans les Alpes, le Jura, les Pyrénées, le Kamtchatka et dans le Nouveau-Monde, où elle se maintient en plaine jusqu'au lac Supérieur. M. Boissier[1] l'a trouvée dans les prés humides du Pic de Velleta, près de Grenade, à la hauteur de 3000 mètres au-dessus de la mer. Son aire est donc aussi étendue que celle de la bruyère commune, car en longitude elle s'étend du Banat à l'Amérique du Nord et reparaît dans les stations intermédiaires, telles que l'Écosse, les Shetlands, l'Islande et les Féroe.

Les *Vaccinium myrtillus* et *V. vitis-idæa* sont communs dans les tourbières, mais ils végètent principalement dans les parties relativement sèches, ou au pied des arbres au milieu des *Polytrichum*. Leur station de prédilection est dans les forêts et les bruyères. Tous deux atteignent le cap Nord et sont répandus dans la Scandinavie, depuis la Suède méridionale jusqu'en Laponie. En Amérique, le *Vaccinium myrtillus* est remplacé par le *V. myrtilloides* Hooker. Le *V. vitis-idæa* ne dépasse pas le Massaschussets vers le sud[2]. Les tiges des *Vaccinium* s'allongeant indéfiniment entrent

---

[1] Voyage dans le midi de l'Espagne, tom. II, pag. 404.

[2] Asa Gray ; *Botany of the northern United States*, pag. 290.

dans la composition de la tourbe, quoiqu'elles ne soient nullement inféodées à un sol spongieux. Je n'en dirai pas autant du *Vaccinium oxycoccos*. Partout l'existence de cette plante délicate est liée à celle d'un sol tourbeux, en Laponie, en Angleterre, en Allemagne et en France, où elle s'étend jusqu'aux bords de la Loire. Mais je ne la rencontre pas dans les Catalogues des plantes pyrénéennes de Bentham et de Zetterstedt. En Laponie, elle s'arrête à l'Altenfiord [1] par 70° et ne s'élève pas dans les montagnes. Son aire est donc moins étendue que celle de ses trois congénères, qui toutes les trois atteignent ou dépassent les Pyrénées et se maintiennent encore dans l'île de Mageroe, la dernière du continent européen vers le nord [2]. De même dans les Iles Britanniques, le *Vaccinium oxycoccos*, répandu dans toute l'Angleterre, ne franchit pas le canal Calédonien [3] vers le nord (lat 57°), et aux États-Unis les frontières de la Pensylvanie vers le midi.

L'*Empetrum nigrum* ne se trouve pas dans les tourbières du Jura neuchâtelois [4]; il existe dans celles du Jura français, des Alpes et du nord de l'Allemagne. En Laponie, c'est dans des stations relativement sèches qu'il est le plus commun ; même observation pour les Alpes, les Vosges et les Pyrénées, quoiqu'on le rencontre dans les tourbières de ces chaînes de montagnes. L'*Empetrum nigrum* est une plante arctique. Il n'avait pas été signalé au Spitzberg ; je le trouvai le premier, en août 1838, dans une petite île, celle des Eiders, de la baie de Bellsound, par 77°,35 de latitude [5]; depuis, Th. Fries l'a revu, en 1868, dans le *Green harbour* et les fiords du nord de l'île [6] par 80° de latitude. Comme toutes les plantes réellement arctiques, il fait le tour du Pôle : ainsi Middendorff le compte parmi le petit nombre des végétaux ligneux des *Tundra* de la Sibérie septentrionale [7]. Traversant les îles Aleutiennes, il aborde dans l'Amérique septentrionale [8],

---

[1] Ch. Martins ; Voyage botanique le long des côtes septentrionales de la Norvége, pag. 135.

[2] *Ibid.*, pag. 132.

[3] Watson ; *Cybele britannica*, tom. II. pag. 158.

[4] Godet ; Flore du Jura, pag. 135. Grenier ; Flore de la chaîne jurassique, pag. 150.

[5] Observations sur les glaciers du Spitzberg. (Bibliothèque universelle de Genève, juillet 1840.)

[6] *Tillaegg til Spetzbergens Fanerogam Flora*. Comptes-rendus de l'Académie de Stockholm, 1869, n° 2.

[7] Middendorff ; *Sibirische Reise*, tom. IV, pag. 731.

[8] Ernest Meyer ; *De plantis labradoricis*, pag. 56.

longe les bords de l'Océan et redescend jusqu'à New-York[1]. Sur l'ancien continent, sa limite méridionale paraît être à l'ouest dans les Asturies, à l'est dans le Caucase, entre 2400 et 3000 mètres d'altitude. C'est sans contredit une des plantes arctiques dont l'aire est la plus étendue, et l'étude de sa distribution est d'autant plus importante qu'il ne saurait y avoir de doutes sur l'identité de l'espèce.

Il est deux sous-arbrisseaux caractéristiques des tourbières dans d'autres pays qu'on s'étonne de ne pas trouver dans celles du Jura : l'un est le *Myrica gale* L., l'autre le *Ledum palustre* L. Tous deux coexistent dans le nord de la Scandinavie et descendent dans le sud de la Péninsule. En Danemark, le *Ledum* manque selon Fries[2]; mais dans le Holstein ils vivent ensemble dans les mêmes marais. A partir de ce point, les deux plantes suivent des méridiens différents. Le *Myrica* s'arrête à l'est, en Poméranie, puis descend par le Hanovre, la Westphalie, la Hollande, dans la France occidentale, passe en Angleterre, en Irlande et en Écosse, sans atteindre les Orcades ni les Shetlands[3], traverse les Pyrénées et ne finit que dans le nord du Portugal[4].

Le *Ledum palustre* s'étend moins en latitude, et de la Prusse orientale[5] il descend par la Saxe à Ratisbonne, et ne dépasse pas la Forêt Noire. Il manque en Suisse, en France et dans les Iles Britanniques. Les deux plantes font partie de la Flore des États-Unis.

### IV. Végétaux herbacés.

Pour mettre de l'ordre dans l'examen de ces plantes, je les diviserai en trois groupes : 1° les plantes caractéristiques des tourbières jurassiques; 2° les plantes aquatiques des marais, fossés et prairies marécageuses voisines; 3° les espèces qui croissent abondamment et habituellement dans les prairies créées aux dépens de la tourbière; 4° les plantes qui vivent sur la tourbe sèche, et enfin les espèces adventives qui ne se trouvent qu'accidentellement dans les tourbières sèches ou humides.

---

[1] Asa Gray; *Botany of the northern United States*, pag. 440.
[2] *Summa vegetabilium Scandinaviæ*, pag. 49.
[3] Watson; *Cybele britannica*, tom. II, pag. 408.
[4] Willkomm; *Prodromus Floræ hispanicæ*, tom. I, pag. 234.
[5] Klinggraeff; *Die Vegetations Verhaeltnisse der Provinz Preussen*, pag. 24 et 113.

1° Espèces caractéristiques des tourbières.

*Scirpus cæspitosus.* — *Saxifraga hirculus.* — *Eriophorum vaginatum*, *E. angustifolium* Roth., *E. latifolium* Hoppe, *E. alpinum.* — *Carex pauciflora* Lightf., *C. chordorhiza* Ehrh., *C. heleonastes*, *C. teretiuscula* Good., *C. limosa*, *C. filiformis.* — *Drosera rotundifolia, D. longifolia.* — *Parnassia palustris.* — *Pinguicula vulgaris.*—*Galium uliginosum, G. palustre. G. boreale.*—*Stellaria uliginosa* Murr. — *Pedicularis palustris.* — *Viola palustris.* — *Scheuchzeria palustris.* — *Sagina nodosa.* — *Swertia perennis.* — *Aspidium spinulosum* Sw.

Parmi les plantes herbacées caractéristiques, je citerai en premier lieu celle qui me paraît l'être au plus haut degré : c'est le *Scirpus cæspitosus;* elle couvre de ses touffes arrondies les parties les plus humides des tourbières végétant sur les *Sphagnum* comme sur son terrain naturel. La plupart de ces touffes sont stériles, et les pointes des feuilles, noircies par les gelées de l'hiver, se détachent sur le fond jaunâtre des clairières, dont l'aspect étrange au milieu de la tourbière boisée reporte l'imagination aux premières époques de la végétation du globe.

L'aire géographique du *Scirpus cæspitosus* est considérable, car il s'étend depuis l'île de Mageroe, la plus septentrionale de la Norvége, jusqu'aux Pyrénées et aux montagnes de la Corse, où il ne se trouve plus qu'à des hauteurs supérieures à 2000 mètres. Dans les Iles Britanniques, on le rencontre à partir des Hébrides jusqu'en Cornouailles. Il paraît manquer au Labrador et dans le nord de la Sibérie ; mais il existe au Groenland et aux États-Unis, où il se trouve en plaine ou sur les montagnes, dans les terrains spongieux, depuis le Maine jusque dans la Caroline du Nord. Le fait que les extrémités de ses feuilles gèlent dans le Jura et dans les Vosges explique son absence au Labrador, au Spitzberg et dans le nord de la Sibérie.

Quoique beaucoup moins commune que le *Scirpus cæspitosus*, la plante qui après lui me paraît la plus caractéristique des marais tourbeux, c'est le *Saxifraga hirculus.* Son aire est moins étendue que celle du *Scirpus.* En effet, cette saxifrage s'avance jusqu'au nord du Spitzberg et de la Sibérie[1];

[1] Trautvetter, dans Grisebach ; *Bericht über die Leistungen in der Pflanzengeographie,* 1847, pag. 38.

du Spitzberg elle descend tout le long de la Suède et de la Norvége, traverse le Danemark, la Prusse orientale, et s'arrête à l'ouest dans les tourbières jurassiques de la Brévine, de Pontarlier et de Nantua, à l'est dans celles de la Haute-Bavière ; mais elle n'existe ni dans les Vosges, ni dans les Pyrénées. En Angleterre, son aire est limitée aux cantons septentrionaux ; elle est rare en Irlande[1], ne s'élève pas dans les montagnes de l'Écosse, et manque dans les Shetlands et les Féroe, dont le sol et le climat seraient cependant si favorables à sa végétation ; mais elle reparait en Islande[2], où elle atteint sa limite occidentale. En Asie, C.-A. Meyer l'a trouvée dans le Caucase et J.-D. Hooker[3] dans la région alpine de l'Himalaya : elle est complétement inconnue sur toute l'étendue du continent américain.

On voit flotter sur les tourbières jurassiques les aigrettes de quatre espèces d'*Eriophorum*, savoir : *E. vaginatum*, *E. angustifolium*, Roth., *E. latifolium* Hoppe, et *E. alpinum*. Toutes ces espèces, mais surtout les trois premières, sont caractéristiques des tourbières, quoiqu'elles se rencontrent également dans les marais, les fossés ou les prés très-humides. Une seule de ces espèces, l'*E. angustifolium* Roth, habite le Spitzberg ; les trois autres s'arrêtent au cap Nord ; vers le sud, l'*E. alpinum* est le seul qui dépasse les Pyrénées espagnoles et reparaisse sur les hautes sommités de la Sierra Nevada[4]. Il parait manquer en Angleterre, d'après M. Watson[5]; mais les trois autres espèces se rencontrent partout, des Shetlands au comté de Devon. On retrouve également ces *Eriophorum* en Sibérie. En Amérique, ils s'étendent du Groenland, de l'Islande et du Labrador aux montagnes de la Pensylvanie, et même l'*E. polystachyon* L., qui comprend l'*E. angustifolium* Roth. et l'*E. latifolium* Hoppe, descend, au sud, jusqu'aux montagnes de la Georgie[6].

Parmi les douze *Carex* que M. Grenier signale dans les tourbières du Jura, il en est trois qui sont caractéristiques et ne se trouvent guère ail-

---

[1] David Moore ; *Cybele hybernica*, pag. 117.
[2] Lauder Lindsay ; *Flora of Iceland*, pag. 30.
[3] *Proceedings of the Linnean society Botany*, 1857.
[4] Willkomm et Lange ; *Prodromus Floræ hispanicæ*, tom. I, pag. 135.
[5] *Cybele britannica*, tom. III, pag. 81.
[6] Chapman ; *Flora of the southern United States*, pag. 521.

leurs ; ce sont : *Carex pauciflora* Lightf., *C. chordorhiza* Ehrh. et *C. heleonastes*. Quatre autres sont plus souvent dans les tourbières que dans d'autres lieux humides ; savoir, *Carex teretiuscula* Good., *C. limosa*, *C. Davalliana* et *C. filiformis*. Les cinq derniers enfin croissent plutôt dans les fossés, les canaux et les eaux stagnantes des tourbières ; ce sont des espèces qu'on retrouve dans les marais, les ruisseaux, les prés humides, etc., savoir : *Carex stellulata*, *C. panicea*, *C. Oederi* Ehrh., *C. ampullacea* et *C. Hornschuchiana* Hoppe. Telles sont les indications que je dois à MM. Godet et Duval-Jouve, botanistes des plus compétents en pareille matière, le premier par ses études sur le Jura, le second par sa connaissance des Cyperacées et des tourbières de la chaîne des Vosges et des Alpes françaises. Je n'entrerai pas dans les détails de la distribution géographique de ces *Carex*. Par leur aspect uniforme, leur mélange entre elles et avec des formes analogues de Graminées et de Cyperacées, ces plantes échappent à l'œil de l'observateur ; par la minutie de leurs caractères elles sont d'un diagnostic difficile, et leur synonymie est une des plus embrouillées de la Botanique. Je me contenterai de dire que les sept espèces de *Carex* qui sont plus ou moins caractéristiques des tourbières se retrouvent dans le nord de la péninsule Scandinave[1]. Les cinq derniers, qui ne sont nullement inféodés aux terrains bourbeux, n'atteignent pas tous la Laponie : néanmoins les *Carex* confirment la loi, émise dans le commencement de ce Mémoire, que la végétation des tourbières jurassiques est éminemment boréale.

Certaines plantes exotiques, telles que les *Sarracenia*, ne peuvent, dans nos serres et nos jardins, être cultivées que sur la tourbe. De même ce terrain paraît indispensable aux différentes espèces européennes du genre *Drosera*, qui dans nos tourbières jurassiques sont au nombre de deux : *Drosera rotundifolia* et *D. longifolia*. Aussi, partout où le climat et le sol sont assez humides pour qu'une légère couche de tourbe puisse se former, ces deux espèces apparaissent. On les trouve dans leur station spéciale, du cap Nord aux Pyrénées et aux Asturies dans l'Ouest, et dans l'est jusque dans les montagnes de la Syrie. Les deux espèces se rencontrent aussi dans

---

[1] Fries ; *Summa vegetabilium Scandinaviæ*, pag. 70 ; et Andersson ; *Cyperographia*, pag. 16.

toutes les îles de l'archipel Britannique depuis les Shetlands jusqu'à l'île de Wight. Même phénomène aux États-Unis, où elles peuplent les marais tourbeux depuis l'Islande et le Canada jusqu'à la Floride.

Je ne saurais séparer des *Drosera* une plante du même groupe, le *Parnassia palustris*, qui, sans être essentiellement liée à la présence de la tourbe, exige seulement certaines conditions de fraîcheur et d'humidité qui lui permettent d'occuper une aire géographique encore plus étendue que celle des *Drosera*. Ainsi, en Europe et en Afrique, du cap Nord à la Sierra Nevada, au-dessus de 2500 mètres, et dans les marais de la Calle, en Algérie, au niveau de la mer ; en Asie, du nord de la Sibérie aux sommets du Caucase et sur l'Himalaya à 2300 mètres, on trouve cette jolie et singulière espèce. En Amérique, son extension vers le midi est beaucoup moindre, car on la signale seulement du détroit de Behring au lac Supérieur ; plus au sud, elle est remplacée par ses congénères, les *Parnassia asarifolia* Vent. et *P. caroliniana* Mich.

Il m'est impossible de ne pas nommer après ces plantes le *Pinguicula vulgaris* L., qui leur est si souvent associé dans la nature, et se plaît comme elles dans les tourbières ; il existe dans toute la péninsule Scandinave et ne finit que dans les montagnes de la Catalogne et des Asturies à l'ouest, et vers l'est dans l'Olympe de Bithynie.

Comme l'indique son nom, le *Galium uliginosum* est plus caractéristique que les deux plantes précédentes. Il se trouve dans toutes les tourbières, depuis celles de l'île Mageroe jusqu'au milieu de l'Espagne, où Cutanda et del Amo l'ont cueilli sur les bords du Mançanarès [1] avec le *G. palustre*, qui lui est le plus souvent associé ; il se hasarde jusque dans les montagnes des environs de Grenade. Le *Galium boreale* a la même distribution géographique, mais s'arrête dans les montagnes de Guadarama, dans le nord de l'Espagne. De ces trois *Galium*, les deux premiers sont répandus dans toute l'étendue des Iles Britanniques, mais le dernier est limité à l'Écosse et à la partie septentrionale du pays de Galles. Les trois espèces se retrouvent en Islande. Le *G. boreale* seul se rencontre dans le nord des États-Unis.

---

[1] Willkomm et Lange ; *Prodromus Floræ hispanicæ*, tom. II, pag. 321.

Le *Stellaria uliginosa* Murr., sans être limité aux tourbières, s'y trouve néanmoins habituellement, non-seulement dans le Jura, mais encore en France et en Allemagne; il ne dépasse pas les Pyrénées, et ne remonte pas en Laponie. Il existe aux États-Unis : c'est une herbe dont l'aire géographique est relativement restreinte.

Quoique je n'aie jamais trouvé le *Sagina nodosa*, je dois, sur le témoignage de MM. Godet et Grenier, enregistrer cette plante scandinave comme caractéristique des tourbières du Jura : elle se trouve aussi dans des localités simplement marécageuses.

Le *Pedicularis palustris* occupe une aire très-étendue, car de l'extrême nord, en Europe comme en Asie, il reparaît dans toutes les prairies tourbeuses ou même simplement humides, jusqu'aux Pyrénées d'un côté, et au lac Baikal de l'autre.

La *Viola palustris* s'étend sur toute la péninsule Scandinave, habite les Tundra de la Sibérie[1] et les marais de la plaine et des montagnes de l'Europe entière, car Tenore l'a cueillie sur les montagnes de la Calabre et Boissier sur la Sierra Nevada, à la hauteur de 3000 mètres.

Rare dans les tourbières du Jura neuchâtelois, le *Scheuchzeria palustris* n'en est pas moins caractéristique de ce genre de marais, depuis le nord de la Scandinavie jusqu'aux Pyrénées qui forment sa limite méridionale, car il n'existe pas dans le reste de la péninsule Hispanique. Épars dans le nord de l'Angleterre et le sud de l'Écosse, il manque en Irlande, aux Shetlands, aux Féroe et en Islande, mais s'étend dans l'est jusqu'au fleuve Jenissei[2].

Pour terminer l'énumération des plantes phanérogames plus ou moins caractéristiques des marais tourbeux du Jura, j'en dois signaler une qui manque dans beaucoup de localités analogues en Europe et en Amérique; c'est le *Swertia perennis*, dont la distribution géographique est assez anormale. Inconnu dans la péninsule Scandinave, il se trouve çà et là dans les tourbières des plaines et des montagnes, depuis le Holstein jusqu'aux Pyrénées, et de la Russie moyenne au Caucase. Il manque dans le nouveau continent. C'est la *seule plante* des tourbières jurassiques qui soit étrangère à la

---

[1] Middendorff; *Sibirische Reise*, tom. IV, pl. II, pag. 735.

[2] Lecoq; Études sur la géographie botanique de l'Europe, tom. VIII, pag. 439.

Suède et à la Norvége, et dont la limite septentrionale ne dépasse pas le 54e degré de latitude. Son apparition n'est probablement pas contemporaine de celle du reste de la Flore.

Citons enfin une Fougère qui, sans être spéciale aux tourbières, s'y rencontre communément dans les portions ombragées : c'est l'*Aspidium spinulosum* Sm., qui se trouve également dans toute la Scandinavie.

2° Végétaux herbacés aquatiques des fossés, canaux et prairies marécageuses voisines des tourbières.

*Ranunculus flammula.* — *Caltha palustris.* — *Nasturtium amphibium.* — *Bidens cernua.* — *Cirsium palustre.* — *Epilobium palustre*, *E. angustifolium.* — *Comarum palustre.* — *Galium palustre.* — *Myosotis cæspitosa*, *M. palustris* With. — *Utricularia vulgaris*, *U. minor.* — *Mentha aquatica.* — *Veronica scutellata.* — *Menyanthes trifoliata.* — *Polygonum persicaria.*

*Glyceria fluitans* R. Br.— *Catabrosa aquatica* P.-B.— *Sparganium natans.*— *Juncus alpinus*, *J. conglomeratus.* — *Potamogeton rufescens* Schr. *P. pusillus*, *P. natans.*—*Rhynchospora alba* Vahl.—*Carex stellulata*, *C. panicea*, *C. Oederi* Ehrh., *C. ampullacea* Good.

*Equisetum palustre.*

Aucun de ces végétaux n'est propre aux tourbières, tous se retrouvent également dans les marais et les eaux courantes du nord de l'Europe ; toutefois le sol tourbeux n'est pas contraire à leur végétation, et ces plantes aquatiques sont le pendant des plantes aériennes qui vivent sur la tourbe sèche. Je n'entrerai pas dans le détail circonstancié de la distribution géographique de ces espèces, me bornant à constater qu'elles se trouvent dans toute l'étendue de la péninsule Scandinave, participant, par conséquent, au caractère boréal de la végétation tourbeuse proprement dite.

3° Végétaux herbacés des portions périphériques de la tourbière, converties en prairies.

*Ranunculus repens.* — *Trollius europæus.* — *Cardamine pratensis.* — *Lychnis flos-cuculi.* — *Stellaria graminea.* — *Ægopodium podagraria.* — *Scabiosa succisa.* — *Solidago virga-aurea.* — *Cineraria spathulæfolia* Gm. — *Bidens cernua.* — *Sanguisorba officinalis.* — *Spiræa ulmaria*, *S. filipendula.* — *Scrofularia nodosa.* — *Polygonum bistorta.*

*Phleum pratense.* — *Alopecurus pratensis.* — *Calamagrostis lanceolata* Roth. —

*Aira cæspitosa.* — *Agrostis canina.* — *Festuca ovina.* — *Scirpus compressus* Pers. — *Carex davalliana* Sm., *C. pulicaris*, *C. canescens.*

Toutes les espèces des prairies tourbeuses que je viens d'énumérer se retrouvent en Scandinavie, la plupart s'avancent jusqu'au nord de la péninsule. Quatre seulement : *Cineraria spathulæfolia*, *Sanguisorba officinalis*, *Polygonum bistorta* et *Carex pulicaris*, ne dépassent pas le milieu de la Suède et de la Norvége. La végétation des prairies tourbeuses est donc, comme celle des tourbières et des fossés qui les entourent ou des canaux qui les traversent, éminemment boréale.

4° Plantes herbacées végétant sur la tourbe sèche.

*Viola tricolor.* — *Leucanthemum vulgare* Lam. — *Hieracium auricula.* — *Alchemilla vulgaris.* — *Potentilla tormentilla*, *P. anserina.* — *Euphrasia officinalis.* — *Thymus serpyllum.* — *Melampyrum arvense.* — *Linaria vulgaris.* — *Gentiana campestris.*—*Rumex acetosella.*—*Agrostis rubra* DC. —*Molinia cœrulea* Moench.

Dans les tourbières, les parties exploitées présentent des surfaces entièrement étanches sur lesquelles on dispose les petits amas de morceaux de tourbe taillés ordinairement en parallélipipède et qui doivent sécher avant d'être employés comme combustible, sous le nom de *briquettes.* Ces surfaces, et quelquefois les amas eux-mêmes, sont envahis au bout de quelque temps par une végétation spéciale différente de celle que nous avons examinée jusqu'ici. Les espèces qui la composent, énumérées ci-dessus, se retrouvent aux environs sur le sol géologique de la contrée. Néanmoins toutes les plantes ne peuvent pas végéter ainsi sur la tourbe sèche, et j'ai pensé qu'il serait intéressant de donner la liste de celles que j'ai observées autour des tourbières des Ponts et de la Brévine.

Aucune de ces espèces n'est étrangère à la Scandinavie; toutes, l'*Euphrasia officinalis* exceptée, s'avancent jusqu'au nord de la péninsule.

On trouve quelquefois dans les tourbières, et surtout autour d'elles, des plantes qu'on peut considérer comme purement adventives. Je crois inutile de les mentionner ici, d'autant plus que leur existence est probablement transitoire; je citerai seulement comme exemple : *Aconitum napellus*, *Gentiana asclepiadea*, *Centauria scabiosa*, qui caractérisent, comme on

sait, des stations complètement différentes de celles des tourbières, et ne peuvent cependant pas être considérées comme faisant partie de ces plantes banales qui s'accommodent des terrains les plus divers et des expositions les plus variées.

Dans son livre sur les Tourbières, Leo Lesquereux, qui s'était particulièrement livré à l'étude des mousses, a donné la liste de toutes celles qui habitent les tourbières jurassiques[1]. J'ai prié mon ami M. W. Schimper, le premier incontestablement des Bryologistes modernes, de vouloir bien revoir cette liste, et de me désigner celles qui se trouvent également en Scandinavie et dans les régions arctiques. Le résultat de ce travail, c'est que sur 50 espèces 20 existent en Scandinavie seulement, et 30 à la fois en Scandinavie et dans les régions arctiques. Il en est de même des neuf Lichens qu'on trouve habituellement sur la tourbe: 6 sont communs à la péninsule et aux régions arctiques, trois ne vivent qu'en Scandinavie. La végétation cryptogamique témoigne donc, comme celle des phanérogames, de l'unité d'origine de la population végétale du nord de l'Europe et des marais tourbeux du Jura.

Pour compléter ce travail, je crois devoir donner ici la liste de toutes les plantes trouvées dans les tourbières du Jura neuchâtelois par Leo Lesquereux, M. Godet et moi; elles sont rangées par ordre de familles. On a vu que toutes ces plantes, *Swertia perennis* excepté, se retrouvent en Scandinavie, et l'immense majorité s'avance jusqu'à l'extrémité septentrionale de cette péninsule. Quelques-unes dépassent même cette limite et persistent encore dans les régions arctiques. Sous ce nom je comprends le Spitzberg, le Groenland, les parties de l'Amérique boréale situées au nord du 60° parallèle qui passe par la pointe sud du Groenland, la presqu'île de Taymir qui forme la pointe septentrionale de la Sibérie au-delà du 70°, et enfin la Nouvelle-Zemble. Le travail du Dr E. von Martens[2], mes propres observations[3] et celles de Malgrén et Th. Fries pour le Spitzberg, jointes à celles de Middendorff pour la Sibérie et des voyageurs anglais et américains pour l'Amérique arctique, m'ont servi de termes de comparaison. Elles

---

[1] Voir cette Liste, pag 24.

[2] *Ueberblick der Flora arctica.* 1857.

[3] Du Spitzberg au Sahara, pag. 83.

confirment ce grand fait de géographie botanique que la Flore arc point de caractère spécial et n'est qu'une extension appauvrie des Fl dinave, sibérienne et américaine. Son uniformité sous tous les r provient de ce qu'un petit nombre d'espèces communes aux trois c ont pu vivre et se propager dans les conditions climatériques les plu à toute végétation, conséquence nécessaire de la persistance autou de la période glaciaire qui s'étendait jadis sur une portion beau étendue de l'hémisphère septentrional. Dans la liste suivante, le scandinaves qui pénètrent dans les régions arctiques sont disting autres par un astérisque.

# VÉGÉTAUX

## DES TOURBIÈRES DU JURA NEUCHATELO

---

### DICOTYLEDONEÆ.[1]

**Ranunculaceæ.**

Ranunculus repens.
*R. flammula.
*Caltha palustris.
Trollius europæus.
Aconitum napellus.

**Cruciferæ.**

Nasturtium amphibium.
*Cardamine pratensis.

**Violariæ.**

*Viola palustris.
V. tricolor.

**Droseraceæ.**

Drosera longifolia.
Drosera obovata Koch.
D. rotundifolia.
Parnassia palustris.

**Caryophylleæ.**

Lychnis flos-cuculi.
*Sagina nodosa E. Meyer.
*Alsine stricta Wahlg.
Stellaria graminea.
S. uliginosa.

**Rosaceæ.**

*Comarum palustre.
*Potentilla anserina.
P. tormentilla.
Spiræa ulmaria.
S. filipendula.
*Alchemilla vulgaris.

---

[1] *Nota.* — Les plantes dont le nom n'est suivi d'aucune indication sont des espèce nes ; celles marquées d'un astérisque sont à la fois scandinaves et arctiques.

Sanguisorba officinalis.

**Onagrarieæ.**

*Epilobium palustre.
*E. angustifolium.

**Saxifrageæ.**

*Saxifraga hirculus.

**Umbelliferæ.**

Ægopodium podagraria.

**Caprifoliaceæ.**

Lonicera cœrulea.

**Rubiaceæ.**

Galium uliginosum.
G. boreale.
*G. palustre.

**Dipsaceæ.**

Scabiosa succisa.

**Compositæ**

Solidago virga-aurea.
Bidens cernua.
Cineraria spathulæfolia Gm.
Leucanthemum vulgare Lam.
*Gnaphalium uliginosum.
Cirsium palustre Scop.
Hieracium auricula.

**Vaccinieæ.**

Vaccinium myrtillus.
*V. uliginosum.
V. vitis-idæa.
V. oxycoccos.

**Ericineæ.**

Andromeda polifolia.
Calluna erica DC.

**Gentianeæ.**

Gentiana campestris.
G. pneumonanthe.
Gentiana asclepiadea.
Swertia perennis.
*Menyanthes trifoliata.

**Borragineæ.**

Myosotis palustris With.
M. cæspitosa Schultz.

**Labiatæ.**

Mentha aquatica.
*Thymus serpyllum.
Galeopsis tetrahit.

**Antirrhineæ.**

Linaria vulgaris.

**Scrofulariaceæ.**

Scrofularia nodosa.
Veronica scutellata.

**Rhinanthaceæ.**

*Euphrasia officinalis.
Melampyrum arvense.
Pedicularis palustris.

**Lentibularieæ.**

Utricularia vulgaris.
U. minor.
*Pinguicula vulgaris.

**Polygoneæ.**

*Rumex acetosella.
*Polygonum viviparum.
P. persicaria.
P. bistorta.

**Amentaceæ.**

Betula pubescens Ehrh.
*B. nana.
Salix cinerea.
S. aurita.
S. ambigua Ehrh.
S. repens.
Pinus uliginosa Neum.

# MONOCOTYLEDONEÆ.

**Alismaceæ.**

Scheuchzeria palustris.

**Juncaceæ.**

Juncus conglomeratus.
*J. alpinus.
*Luzula multiflora.

**Potameæ.**

Potamogeton natans.
*P. rufescens Schr.
P. pusillus.

**Typhaceæ.**

Sparganium natans.

**Cyperaceæ.**

Rhynchospora alba Wahl.
Scirpus compressus Pers.
*S. cæspitosus.
*Eriophorum angustifolium Roth.
*E. latifolium Hoppe.
*E. vaginatum.
E. alpinum.
*Carex ampullacea Good.
C. filiformis.
C. limosa.
C. panicea.
C. davalliana Smith.
C. pulicaris.
C. pauciflora Lightf.
C. chordorhiza.
*C. Œderi Ehrh.
C. teretiuscula.
*C. canescens.
C. stellulata Good.
C. heleonastes Ehrh.
C. horschuchiana Hoppe.

**Gramineæ.**

*Festuca ovina.
Glyceria fluitans R. Br.
Molinia cœrulea Moench.
*Catabrosa aquatica P. Beauv.
*Aira cæspitosa.
Calamagrostis lanceolata Roth.
*Agrostis rubra DC.
*A. canina.
Alopecurus pratensis.
Phleum pratense.
Nardus stricta.

# ACOTYLEDONEÆ.

**Filices.**

*Aspidium spinulosum Sw.

**Equisetaceæ.**

*Equisetum sylvaticum.
E. palustre.

**Musci.**

Sphagnum cuspidatum Erh.
*S. acutifolium.
*S. cymbilifolium Erh.
S. tenellum Pers.
S. compactum Brid.
*S. subsecundum Nees.
*Hypnum fluitans.
*H. trifarium W. et M.
*H. revolvens Sw.
*H. scorpioides.
*H. exannulatum Gümb.
*H. stramineum Dicks.
H. cordifolium Hedw.
H. stellatum Schr.
*H. nitens Schr.
*H. splendens.
*H. Schreberi Willd.

Hypnum christa-castrensis.
H. cuspidatum.
*Aulacomium palustre Schw.
Meesia longiseta Hedw.
M. tristicha Br.
*M. uliginosa Hedw.
*Polytrichum commune.
P. formosum Hedw.
*P. gracile Mentz.
*P. piliferum Schr.
P. urnigerum.
*Dicranum Schraderi W. et M.
D. glaucum Sw.
*D. cerviculatum W. et M.
*D. undulatum Turn.
D. scoparium Hedw.
*D. palustre B. et Sch.
Campylopus torfacens B. et Sch.
Splachnum ampullaceum.
*S. sphæricum.
*Paludella squarrosa.
*Bartramia fontana Sw.
Bartramis marchica Brid.
*Bryum nutans Hedw.
*B. pseudotriquetrum. Hedw.
B. argenteum.
*B. bimum Schreb.
Climacium dendroïdes W. et M.
Mnium punctatum.
M. affine.
*Catharinea undulata W. et M.
*Ceratodon purpureum Brid.
Funaria hygrometrica Hedw.

**Lichenes.**

*Cladonia rangiferina DC.
C. subulata DC.
*C. pyxidata.
Lecidea icmadophylla Ach.
L. uliginosa Ach.
*Cenomyce coccifera Ach.
*C. bacillaris Ach.
*C. deformis Ach.
C. gracilis Ach.

## CONCLUSIONS.

Nous l'avons déjà dit : les Flores actuelles ne sont pas toutes également anciennes, elles remontent à des époques géologiques plus ou moins éloignées et différentes pour chacune d'elles. Ainsi, la Flore méditerranéenne date surtout de l'époque miocène ; elle possède, en effet, des plantes vivantes qui ont été trouvées à l'état fossile dans les terrains tertiaires, par M. de Saporta et d'autres observateurs. Certaines espèces remarquables n'ont point encore été signalées dans les couches éocènes ou miocènes ; mais leurs formes exotiques, leurs affinités taxonomiques qui les incorporent à des groupes dont toutes les autres espèces habitent les zones tropicales, nous révèlent une origine géologique remontant à une époque où le bassin méditerranéen avait certainement un climat plus tropical que celui dont il jouit actuellement ; tels sont : le Palmier nain, le Laurier, le Figuier, l'Olivier,

le Caroubier, le Grenadier, le Myrthe, *Anagyris fœtida*, *Cneorum tricoccum*, *Nerium oleander*, *Smilax aspera*, *Mercurialis tomentosa*, etc.

La Flore des tourbières jurassiques est d'une date plus récente; son caractère boréal et la nature du sol qui la porte nous montrent clairement qu'elle est pliocène et contemporaine de l'époque glaciaire.

L'opinion des géologues et des botanistes, qui supposent qu'à cette époque la végétation des régions du globe envahies par la glace devait être complètement nulle, ne me paraît pas fondée ; en effet, l'époque glaciaire existe encore aux deux pôles. Autour du pôle arctique, le Groenland, le Spitzberg, la Nouvelle-Zemble sont couverts de calottes de glace dont les émissaires descendent jusque dans la mer. Des plantes végètent dans les intervalles que la glace ne couvre pas. Au Spitzberg on compte 93 phanérogames; au Groenland 328, suivant E. de Martens[1]. M. Robert Brown, qui l'a visité à deux reprises[2], en 1861 et 1867, a recueilli 129 espèces dans la baie de Disco, par le 70e de latitude N., pendant le cours d'un seul été. La Flore de la Nouvelle-Zemble ressemble beaucoup à celle du Spitzberg. Ces plantes ne sont pas toutes spéciales à la région arctique, c'est-à-dire à la zone dont le centre est au pôle; presque toutes s'avancent vers le sud, en Scandinavie, dans l'Amérique arctique et en Sibérie ; c'est un fonds commun de végétation auquel viennent s'ajouter quelques espèces américaines au Groenland, scandinaves au Spitzberg, asiatiques à la Nouvelle-Zemble.

Si nous jetons maintenant un coup d'œil sur le catalogue, par familles, des plantes des tourbières jurassiques, nous trouvons que sur un nombre total de 179 espèces il y en a 73 qui sont arctiques et appartiennent par conséquent encore actuellement à la période glaciaire. Quel motif pourrait-on alléguer pour soutenir qu'elles n'existaient pas dans le Jura, lorsque le glacier du Rhône l'avait partiellement envahi? Ces 73 plantes mises de côté comme incontestablement glaciaires, il en reste 106 qui ne se trouvent pas dans les régions arctiques; mais nous avons vu que toutes, *Swertia perennis* excepté, vivent en Scandinavie, et la plupart remontent jusqu'au nord de la

---

[1] *Ueberblick der Flora artica, pag.* 23.

[2] Robert Brown of Campster, *On the physiks of arctic ice* (*Proceedings of the geological Society of London*, n° 105, february 1871.)

péninsule, dans une région où les glaciers ne descendent pas jusqu'à la mer, mais s'arrêtent à quelques centaines de mètres au-dessus. Or, quand on songe que le Jura neuchâtelois est situé à 23 degrés latitudinaux au sud de la Laponie norvégienne, est-il absurde de supposer qu'à l'époque glaciaire son climat n'était pas plus rigoureux que celui de la Laponie ne l'est actuellement, et que ces espèces scandinaves, dont le centre de création reste à déterminer, y existaient également à l'époque où les glaciers des Alpes dépassaient les crêtes du Jura? J'ai fait ailleurs [1] le calcul que, si la moyenne de Genève s'abaissait seulement de 4 degrés centigrades, les glaciers des Alpes, progressant sans cesse, envahiraient de nouveau le bassin du Léman. Or, dans cette hypothèse, la température moyenne de Genève n'étant plus que de 5°,16, celle de la vallée des Ponts serait approximativement de + 2°, température supérieure encore à celle de l'Altenfiord (+ 0°,5), sous le 70e, où végètent parfaitement la plupart des plantes que nous trouvons autour des tourbières des Ponts et de la Brévine. Ces plantes ont persisté dans le Jura, malgré un réchauffement du climat de 4° environ en moyenne, parce qu'elles trouvaient dans la constitution et l'humidité du sol des conditions d'existence analogues à celles dont elles sont encore actuellement entourées en Laponie.

Une autre preuve que le climat de l'époque glaciaire pendant laquelle ont été déposés les gros blocs erratiques du Jura n'était pas assez rigoureux pour exclure toute végétation, c'est que l'homme habitait le bassin du Léman et celui des lacs de Zurich et de Constance immédiatement après l'époque glaciaire [2], à Veirier, à Meilen et à Schussenried, où l'on a trouvé des silex taillés et des ossements de renne dans l'alluvion des terrasses, immédiatetement au-dessus du terrain glaciaire. Mais si, comme je l'ai toujours cru, l'alluvion ancienne de la Suisse est contemporaine du même dépôt dans les plaines de la France [3], où l'on a signalé les preuves incontestables de l'existence de l'homme, je ne désespère pas d'apprendre que les géologues suisses ont découvert des ossements humains et des silex taillés, soit au

---

[1] Du Spitzberg au Sahara, pag. 257.

[2] Voyez A. Favre; Station de l'homme de l'âge de pierre, à Veirier près Genève. (Archives de la Bibliothèque universelle de Genève, mars 1868.)

[3] Ch. Martins et B. Gastaldi; Essai sur les terrains superficiels de la vallée de Pô, pag. 44.

milieu du terrain glaciaire, soit dans l'alluvion ancienne sı repose. L'homme pouvait donc habiter la Suisse même à l'épo comme les Esquimaux habitent le Groenland, qui en est la plus complète, comme les hivernages au Spitzberg, à la Nouve dans l'Amérique arctique en démontrent la possibilité, même tants des zones tempérées.

Revenons à nos végétaux : par l'aire de leur distribution gé nous fournissent un autre argument qui n'est pas sans valeu dans l'Europe septentrionale, un grand nombre d'espèces to rêtent aux Pyrénées ou ne dépassent pas les Alpes vers le sud rique septentrionale elles s'arrêtent en général au 40$^e$ degré d ce sont là les limites extrêmes de la grande extension des gl pôle arctique et les chaînes de montagnes situées en l'Europ 42$^e$ degré étaient les centres principaux. Ces plantes ont donc cisément dans les régions qui ont été jadis envahies par les ciers, dont les traces sont partout si évidentes.

Ces plantes ont-elles apparu sur place, ou se sont-elles ava vers le sud à mesure que les glaciers se développaient autor de montagnes des régions tempérées? La dernière opinion e plupart des botanistes qui ont médité sur ce sujet. Un grand n cités par eux semblent favorables à cette explication ; mais les s pas d'accord sur le point de départ de cette grande migratio plupart, avec M. J.-D. Hooker[1], la placent en Scandinavie cette péninsule contient en effet la plupart des plantes arctiq tion, par rapport à l'Europe continentale dont elle forme l'ext trionale, par rapport à l'Islande, aux Iles Britanniques et au G l'ouest, sa liaison vers l'est avec le nord du grand contin expliquent la diffusion des espèces scandinaves suivant les mé parallèles. Notre travail en particulier est très-favorable à cett effet, il est certain que la péninsule Scandinave, comme le Jur verts, à la fin de l'époque pliocène, de glaciers semblables à c

[1] *Outlines of the distribution of Arctic plants.* (*Transactions of the Li London*, juni 1860.)

voyons les restes en Scandinavie comme dans les Alpes, et le climat qui règne actuellement dans les hautes vallées du Jura a plus d'analogie avec celui de la Laponie qu'avec un climat asiatique. Cependant, un botaniste très-distingué, le Dr Christ, de Bâle [1], place le centre de diffusion des espèces à la fois arctiques et alpines dans les montagnes de l'Asie tempérée, l'Oural et l'Altaï. De là elles se seraient répandues en Scandinavie, dans les Carpathes, les Alpes, le Jura, les Pyrénées, etc. Ce n'est pas ici le lieu de discuter ces deux opinions et de décider entre MM. Christ et Hooker : elles sont indifférentes à la thèse particulière que nous soutenons ; car si la Scandinavie n'a pas été le point de départ de la migration elle en a été l'étape principale, et c'est par elle et le nord de l'Allemagne, non par le Caucase et les Carpathes, que les plantes tourbeuses se sont propagées jusqu'aux montagnes de l'Europe méridionale. En relevant, dans le tableau de M. Christ, les plantes qui nous sont communes, je trouve que sur 15 espèces il y en a 12 qui existent dans l'Oural et dans l'Altaï ; trois au contraire : *Alsine stricta*, *Euphrasia officinalis* et *Pinus montana* (*P. uliginosa*), ne s'y trouvent pas.

Mais, dira-t-on peut-être, la végétation des tourbières jurassiques n'est point une végétation exceptionnelle dans cette chaîne de montagnes, et si elle est exclusivement scandinave, c'est que la Flore du Jura, prise dans son ensemble, l'est également. Pour répondre à cette objection, que je me suis faite avant le lecteur, j'ai emprunté à l'excellente *Phytostatique du Jura*, de Thurmann, pag. 138, la liste des plantes *montagneuses* de la chaîne, vivant par conséquent dans la zone altitudinale des tourbières, mais dans des stations non tourbeuses. J'en compte 142 ; sur ce nombre, 66 existent aussi en Scandinavie, mais 76 sont étrangères à cette péninsule. Cette Flore n'a donc pas le caractère exclusivement scandinave de la végétation des tourbières ; elle n'a pas non plus son caractère arctique ou glaciaire, car il n'y a que 8 espèces qui soient à la fois arctiques et scandinaves.

Poussons le parallèle plus loin. Je prends également dans Thurmann, à la page 139, les plantes *alpestres* du Jura, comprenant celles qui s'élèvent sur les plus hauts sommets, tels que la Dôle (1681m) et le Reculet (1670m) ;

---

[1] *Ueber die Verbreitung der Pflanzen der alpinen Region der europaeischen Alpenkette.*

elles sont au nombre de 97. Sur ce nombre, il n'y en a que 29 appartenant à la Flore scandinave. La proportion est donc bien moindre que pour les plantes montagneuses, car pour celles-ci elle était de la moitié environ, pour les plantes alpestres elle n'est pas d'un tiers. Parmi ces 29 plantes alpestres scandinaves, il y en a 18 qui pénètrent dans les régions arctiques; ce sont donc des espèces glaciaires qui ne se sont maintenues qu'à une hauteur où elles retrouvaient les étés sans chaleur et le sol relativement sec qui conviennent à leur existence. Il suffit de les nommer [1] pour que tout botaniste familier avec la végétation des hautes montagnes comprenne qu'elles ne pouvaient vivre ni dans les tourbières, ni même autour d'elles; la plupart sont éminemment saxicoles ou propres aux pelouses sèches des pentes montagneuses des Alpes et du Jura.

La présence de ces espèces arctiques dans la région supérieure aux tourbières est encore une confirmation de l'opinion qu'elles existaient dans le Jura à l'époque glaciaire. Toutes, en effet, peuvent supporter un climat plus rigoureux que celui qui règne actuellement sur les sommets culminants du Jura, car toutes s'élèvent dans les Alpes à de plus grandes hauteurs et y fleurissent comme pendant l'été si court et si froid des régions arctiques : elles s'accommodent cependant d'un climat plus tempéré, tel que celui de la Norvége septentrionale, où je les ai observées presque toutes au niveau de la mer [2]. De l'ensemble de tous les faits consignés dans ce Mémoire, je crois pouvoir conclure, sans hésitation, à l'origine glaciaire des tourbières jurassiques et de leur végétation.

Une autre conséquence de ces faits, c'est que la végétation de toutes les tourbières des plaines du nord de l'Europe, de celles des Vosges, de l'Auvergne, des Alpes, depuis la France jusqu'en Autriche, et même de celles des Pyrénées, a la même origine [3]. Depuis longtemps les botanistes avaient

---

[1] *Arenaria ciliata, Dryas octopetala, Sibbaldia procumbens, Alchemilla alpina, Epilobium alpinum, Saxifraga oppositifolia, S. aizoides, Erigeron alpinum, Veronica saxatilis, V. alpina, Bartsia alpina, Polygonum viviparum, Salix reticulata, Juniperus nana, Gymnadenia albida, Luzula spicata, Phleum alpinum, Poa alpina.*

[2] Voy. sur ce sujet, H. Christ; *Ueber die Pflanzendecke des Juragebirgs*, 1868.

[3] Un auteur qui a étudié récemment la végétation des grandes tourbières du nord-ouest de l'Allemagne, M. Focke, fait remonter l'origine de cette végétation à l'époque pliocène, et désigne ces plantes sous le nom de plantes *polaires pliocènes*, sans rattacher leur présence à

été frappés de l'uniformité de végétation de ces stations et l'avaient attribuée à l'uniformité des conditions physiques et météorologiques des terrains tourbeux. Cette uniformité explique, en effet, pourquoi ces plantes y persistent, mais elle n'explique pas pourquoi ce sont toujours les mêmes qui se rencontrent sur une étendue représentée par une calotte égale à un quart de la surface terrestre. L'IDENTITÉ D'ORIGINE PEUT SEULE EXPLIQUER CETTE IDENTITÉ DE FORMES VÉGÉTALES.

Nous avons déjà vu dans le cours de ce travail que la plupart des plantes tourbeuses du Jura et de la Scandinavie se retrouvaient dans les Alpes et les Pyrénées. La grande élévation de ces montagnes couvertes de glaciers éternels d'où s'écoulent sans cesse des eaux froides qui entretiennent l'humidité des tourbières, favorisée d'ailleurs par des chutes fréquentes de neige et de pluie, établissait une si grande similitude entre le climat de ces montagnes et celui de la Scandinavie, que les naturalistes n'étaient pas surpris de l'analogie des végétations tourbeuses. Cependant cette analogie est la même dans le Jura, dans les Vosges et les montagnes de l'Auvergne, où les neiges disparaissent complètement pendant le cours de l'été, et même à l'extrémité méridionale des Cévennes, où elles ne persistent qu'en hiver. Une seule reconnaissance botanique, faite au mois de juin dans les fonds tourbeux du Sautmail, près de la Salvetat, avec M. Duval-Jouve, m'a déjà permis d'y constater la présence de douze espèces tourbeuses à la fois jurassiques et scandinaves [1]. Pourtant les conditions physiques et météorologiques des Cévennes de l'Hérault sont bien différentes de celles du Jura et de la Scandinavie. Les plus hauts sommets de ce groupe granitique n'atteignent que 1100 mètres, et dans certaines années les pluies et les chutes de neige sont si peu abondantes, que ces tourbières se dessèchent au point de pouvoir être traversées à pied sec dans tous les sens. Néanmoins quelques plantes de l'époque glaciaire y ont persisté, et parmi elles s'en trouve une très-répandue en Scandinavie et en Allemagne, dans les Iles Britanniques, dans l'ouest de

---

celle des glaciers. (V. *Untersuchungen ueber die Vegetation des NW. deutschen Tieflandes.* Extrait dans *Giebel's Zeitschrift fur die gesammten Naturwissenschaften*, Februar 1871.)

[1] *Calluna erica, Galium uliginosum, Menyanthes trifoliata, Pedicularis palustris, Drosera rotundifolia, Parnassia palustris, Molinia cœrulea, Nardus stricta, Rhynchospora alba Carex stellulata, C. panicea, C. ampullacea.*

la France, jusqu'aux Pyrénées, mais qui ne s'est pas maintenue dans le Jura, les Vosges, la Forêt-Noire et les Alpes : c'est le *Narthecium ossifragum* Huds.

En consultant la liste très-complète dressée par M. Sendtner[1] des plantes qui végètent dans les tourbières de la haute Bavière, je constate des anomalies du même genre. Le plus grand nombre leur est commun avec les localités analogues du Jura, mais il en est certaines qui, bien que répandues en Allemagne et en Scandinavie, n'existent pas dans le Jura; telles sont : *Pedicularis sceptrum-carolinum*, *Trientalis europœa*, *Calla palustris*, *Iris sibirica* et *Malaxis paludosa.* Quand on étudie la distribution géographique de ces espèces à la fois germaniques et scandinaves, on voit que plus au sud ou plus à l'ouest elles ont disparu totalement ou persisté çà et là, en vertu de circonstances particulières qu'il est impossible d'apprécier actuellement : ce sont des épaves de la Flore scandinave échouées sur quelques points disséminés à la surface de l'Europe. Le professeur Heer, de Zurich, en a signalé de semblables dans la Suisse septentrionale et dans les Grisons[2]. En cherchant à démontrer l'origine glaciaire de la végétation des tourbières jurassiques, je n'ai fait que mettre en évidence un cas particulier très-démonstratif de la thèse générale soutenue par cet éminent botaniste. Pour lui, la Flore alpine tout entière n'est pour ainsi dire qu'un prolongement de la Flore scandinave, jadis continu avec elle, actuellement séparé, quoique rattaché encore par des anneaux qui permettent de relier ces deux Flores entre elles.

---

[1] *Die Vegetations-Verhältnisse Süd-Bayerns*, pag. 627.

[2] *Die Urwelt der Schweiz*, pag. 539.

# ÉTUDE ANATOMIQUE

DE

# L'ARÊTE DES GRAMINÉES

**Par M. J. DUVAL-JOUVE.**



> « Il n'est pas de trop petits détails pour que le vrai naturaliste dédaigne de les constater au prix de longues heures d'étude et de les fixer, s'il le faut, par les plus minutieuses descriptions. » (Is. Geoffroy Saint-Hilaire. *Hist. gén. du règne org.*, I, p. 364.)

Comme il n'est peut-être pas une seule partie des plantes sur laquelle un travail n'ait été entrepris, il est fort probable que l'on a déjà fait l'analyse anatomique des arêtes des Graminées. Mais, en tout cas, je n'ai pu en trouver trace. J'ai feuilleté les Journaux de botanique ; j'ai demandé des renseignements aux hommes compétents : leur réponse a été négative, comme mes recherches avaient été infructueuses. Ce qui va suivre est donc entièrement neuf, au moins pour moi, et ce m'est un double motif de craindre et de constater mes droits à l'indulgence.

## HISTORIQUE.

Si je n'ai rien trouvé sur l'anatomie des arêtes, en compensation j'ai trouvé souvent l'énoncé d'opinions, soit sur la valeur des caractères distinctifs que peut fournir cette partie, soit sur sa signification morphologi-

que. Je crois devoir citer les plus saillantes, encore que les auteurs de ces opinions n'attribuent pas tous le même sens au mot arête.

Linné a certainement été pour quelque chose dans cette confusion, car par le mot *arista* il entendait désigner tout prolongement plus ou moins saillant et plus ou moins grêle que peuvent présenter les glumelles et les glumes: «*Arista appellatur seta seu mucro subulatus, qui in variis gra-»minibus glumis corollinis*[1] *adnectitur seu inseritur, idque vel basi, »vel in medio, vel versus apicem, vel tandem in ipso apice.*» (*Fund. agrost.*, in *Am. acad.*, VII, pag. 179.) Cette proposition n'est guère que la reproduction très-incomplète de ce que Scheuchzer avait dit sur les arêtes, très-bien distinguées par lui en deux groupes: 1° les arêtes droites, *rectæ*; 2° les arêtes genouillées, *curvatura seu articulo donatæ*, composées d'une partie inférieure tordue *funiculi instar*, et d'une supérieure droite; il appelle ces dernières: *Aristæ avenaceæ.* (*Agrost.*, *in* Prolog. ad vocem: *Arista.*) A l'exemple de Scheuchzer, Linné n'a point employé l'arête pour établir ses divisions principales des Graminées, et ne l'a mentionnée que comme caractère secondaire dans l'établissement de quelques genres.

R. Brown ne s'explique point sur la nature de l'arête, et il la distingue si peu des autres prolongements filiformes qu'il dit de la glumelle supérieure: « *raro biaristata* ». (*Prodr. fl. Nov.-Holl.*, édit. Isid., pag. 13; 1810.)

L'importance que Palisot de Beauvois a accordée à l'arête dans l'établissement de ses genres a porté cet auteur à faire une étude spéciale de ce qu'il appelle l'*arête*, et à essayer de bien la distinguer de tout ce qui pourrait être pris pour elle, et particulièrement de la *soie*, qu'il définit en ces termes:

«Soie, SETA. — Prolongement d'une nervure dont la base fait partie de »la substance de la Paillette: toujours simple, herbacée; filiforme ou subu-»lée; ordinairement droite, rarement tordue et roulée en spirale; tantôt se

---

[1] Linné dit des *Triticum æstivum, turgidum, polonicum*: « Calycibus quadrifloris aristatis» (*Sp. pl.*, p. 126); ce qui prouve qu'il appelait aussi *arista* les prolongements des nervures des glumes.

»détache et se sépare subitement et totalement de la partie membraneuse de »la Paillette, soit au sommet, soit sous le sommet, soit sur le dos ou à la base »de la Paillette ; tantôt se prolonge, accompagnée des bords de la partie mem- »braneuse qui s'allonge en diminuant et finit par disparaître insensiblement, »comme dans les *Festuca, Triticum, Secale, Hordeum*, etc.

»Les Botanistes ont confondu cette Soie avec la véritable Arête, et dé- »signent l'une et l'autre sous le nom commun *Arista*. La définition suivante »fera juger de la différence entre ces parties.

»Arête, ARISTA. Substance dure, coriace ; *insérée subitement et le plus* »*souvent sans une origine apparente* ; servant souvent comme d'étui à la »Soie qu'elle embrasse et à laquelle elle adhère fortement.

»La loupe, ni même la plus forte lentille d'un microscope, ne laisse »apercevoir *aucun indice* au-dessous de son insertion[1].

»*Obs*. L'arête diffère de la Soie : 1° par sa substance plus dure et coriace; »2° par sa base ou son insertion qui semble avoir lieu subitement ; 3° le »plus souvent par son coude vers le milieu et sa moitié inférieure tordue, »tournée en spirale et communément hygrométrique ; 4° par sa proportion »comparée avec celle de la Soie et sa grosseur occasionnée par l'addition de »la substance coriace.

»Il est cependant des circonstances, rares à la vérité, où l'Arête tout à fait »herbacée ne diffère de la Soie proprement dite que par l'insertion, qui »ne laisse au-dessous aucune trace de l'origine de cette Arête». (*Agrost.*, p. *xxxv* et *xxxvij* ; 1812.)

Le même auteur fait remarquer avec justesse que les glumes ne portent jamais d'arête proprement dite ( p. *xxix* ).

De Candolle, adoptant à peu près les opinions de Palisot de Beauvois, se borne à définir l'*Arête* «une sorte de poil raide ou de pointe filiforme in- »sérée subitement, qui ne semble pas être la continuation d'une nervure »,

---

[1] Si cette phrase obscure veut dire qu'au-dessous du point d'insertion de l'arête il n'y a pas trace d'arête, elle est une énonciation superflue ; si elle signifie qu'au-dessous de ce même point il n'y a *aucun indice* de nervure ou de faisceau fibro-vasculaire descendant de l'arête, elle ne répond pas aux faits, ainsi que cela sera rendu évident par les analyses anatomiques qui seront exposées plus loin.

et la *Soie* «un poil raide comme la soie du porc et qui paraît être la con-»tinuation d'une nervure.» (*Théor. élém. bot.*, p. 375 ; 1819.)

Trinius refuse à l'arête toute valeur pour l'établissement d'un genre (*Fund. agrost.*, p. 28 ; 1820), tout en lui en reconnaissant une très-grande comme caractéristique des espèces. Il la distingue des soies en ce que ces dernières ne sont que des «elongationes costarum ; partium, e quibus »enascuntur, texturam servantes», tandis que l'arête est d'une consistance plus ferme et plus coriace, et surtout qu'à son point d'insertion elle est comme articulée brusquement sur le tissu cellulaire qu'elle interrompt : «arista epiphysis est valvulæ substantiæ plus minusve heterogenea, eique »bulbuli ope affixa». Les soies et les *subules* ne sont que des rudiments allongés et simulant des arêtes (o. c., p. 25 et 26). Celles-ci ne se trouvent qu'à la glumelle inférieure ; les glumes ne portent que des soies ou des subules, et toute mention d'arête sur la glumelle supérieure est le résultat d'une erreur d'observation (o. c., p. 27).

Le même auteur considère les arêtes comme des corps de compensation destinés à rétablir l'équilibre rompu par l'absence de certaines parties ; il expose cette conception dans les termes suivants : «Observationes circa aris-»tas veras institutæ docent : 1° in statu typico purissimo (cui et partium »substantia, ab herbaceâ calycum ad hyalinam lodiculæ gradatim adscendens, »respondet) nullas inveniri aristas ; 2° in multifloris, eadem constructione »legitimâ gaudentibus, eas rarissimas esse (tumque jamjam anomaliam »quandam indicari) ; 3° theatrum aristarum verum esse Gramina polygama, »præsertim ea quorum corollæ hyalinæ aut membranaceæ sint, ita ut tota »quandoque valvula, aut hermaphroditi inferior, aut corolla neutra 1- valvis »(*Pleuroplitis*), merâ fere solâque aristâ constet. Ex quibus sequi videtur : »aristas, ubicunque inveniantur, existimandas esse aut corpora compensa-»toria partium alibi neglectarum substantiæve imperfectæ, aut flosculos meta-»schematismaticos, æquilibrium aliorum suppressorum quasi restituentes. »Distinctissima est dimensionis longitudinalis præponderantia in *Stipis*, »quarum typus fundamentalis, hac præponderantiâ sublatâ aut limitatâ, »procul dubio polyanthiæ characterem sibi vindicasset ; adscendendi verò »impulsus prævalens flores suppressos in cacumine valvularum sub aristarum

»formâ deposuit, quæ in *Aristidis* numero adeo ternario erumpunt» (o. c., p. 27 ; note*).

Rœper, qui a traité avec tant de soin de la morphologie des diverses parties de l'épillet des Graminées, s'est borné à dire, dans le *Linnœa* de 1826, que deux ans auparavant il avait communiqué à Nees d'Esenbeck et à E. Meyer un Mémoire ou il comparait l'arête au limbe d'une feuille et la glume à la gaîne et à la ligule qui la termine. (*Flor. Mecklemb.*, II, p. 45, note*).

Link, sans se préoccuper, comme Palisot de Beauvois, de la distinction de la soie et de l'arête, dit d'une manière générale : «*Arista* est lamina »folii non evoluta, aut si mavis nervus, fasciculo vasorum in medio, spira- »libus evanidis, prosenchymate cingente, et epidermide superficiali non »raro glandulas cutaneas continente. Aristæ, utpote parti variabili, nimium »tribuit Beauvois. (*Hort. berol.*, I, p. 263; 1827.)

Kunth paraît avoir adopté cette opinion, qu'il se borne à reproduire textuellement : (*Agrost. syn.*, p. 3, note.)

Dans son *Agrostographia*, Gaudin, sans définir ni décrire l'arête, avait fondé sur elle les grandes subdivisions des Graminées (p. XIV-XIX). Mais, dans son *Flora helvetica* (1828) et à l'occasion des caractères du genre *Bromus*, il examine les distinctions faites par Palisot de Beauvois entre la soie et l'arête, et repousse avec juste raison les premier et quatrième caractères différentiels que Beauvois attribue à l'arête (voir ci-dessus, p. 35) «nam »aristæ veriores sæpe sæpius omnino delicatæ ac tenerrimæ sunt, v. g. in »*Airis* et *Agrostidibus* ; setæ autem haud raro nervum dorsalem, vagina »durissima involutum, insigniterque incrassatum ostendunt, v. g. in *Triticis*, »*Hordeis*, etc. Itaque nonnisi secundum characterem tertiumque retinere »vellem. Facillimam autem distinctionis notam præbet singularis aristæ »*ad punctum insertionis fragilitas* ; quæ illam subitam ejus insertionem statim extra omne dubium ponit». (*Fl. helv.*, I, p. 308.)

J. Woods a consigné, dans ses *Observations on the Genera of European Grasses* (1827), un résumé des opinions de Palisot de Beauvois et de Gaudin, en adoptant celle du dernier.

Il est difficile d'exposer et de concilier les opinions diverses émises sur l'arête par M. Raspail. Cet auteur dit d'abord : « L'arête qui prend naissance »à la partie dorsale d'une paillette est une déviation de la nervure dorsale, »qui manque alors dans la substance de la paillette» (*Phys. vég.*, I, p. 119). Ailleurs il établit que « l'arête des paillettes est l'analogue du limbe »des feuilles» (o. c., p. 470). Ailleurs enfin, il dit expressément: «L'arête »qui part de la base de la paillette inférieure des fleurs de l'*Aira canescens* »est un véritable pédoncule florigère, s'il en fut jamais, mais à fleur rudimen»taire. On y distingue le corps cylindrique et très-dur ; la collerette de l'ar»ticulation, c'est-à-dire le rudiment de la glume, et la fleur rudimentaire » (o. c., p. 124) [1]. L'auteur ajoute, au même lieu, qu'on pourrait objecter que cette opinion « n'est qu'une hypothèse n'ayant pas le cachet de la démon»stration» ; et c'est, en effet, à cette objection que je me bornerai.

Kirschleger, adoptant l'opinion de Rœper, de Link et de Kunth, considère l'arête comme correspondant à la lame de la feuille, et la glumelle à la gaîne (*Fl. Als.*, II, p. 277; 1857), mais sans dire s'il distingue les arêtes des barbes ou soies.

En résumé :

1° Deux opinions principales ont été émises sur la nature morphologique de l'arête : suivant l'une, elle représente le limbe d'une feuille dont la glumelle serait la gaîne ; suivant l'autre, elle n'est qu'un corps de compensation rétablissant l'équilibre rompu par la suppression de certaines parties. Ni l'une ni l'autre n'a été appuyée de l'étude des éléments anatomiques des arêtes.

2° Les auteurs qui ont voulu distinguer les arêtes des soies et de tous autres prolongements filiformes, s'accordent assez à dire que l'arête a pour caractères propres: d'être insérée subitement, *sans nervure au-dessous d'elle* (ce qui n'est pas exact); de se composer de deux régions dissemblables, une tordue en spirale et l'autre plus ou moins droite; enfin, de ne se montrer que sur la glumelle inférieure.

---

[1] M. Raspail va même jusqu'à dire : «Toute nervure longitudinale d'une partie de Graminée »est susceptible de se développer au dehors de la substance, et à la faveur de cette déviation »de se montrer au dehors, soit sous forme d'arête, si elle reste stérile, soit sous forme de pédon»cule, si elle devient féconde» (o. c., p. 127).

## ANATOMIE.

Dans ce qui va suivre, et pour éviter toute confusion, nous n'appliquerons le terme *arête* qu'aux appendices réunissant les deux derniers caractères sus-énoncés, attendu qu'ils sont constants et propres à bien faire distinguer les *arêtes complètes* de tout ce qui peut les simuler.

Les arêtes complètes (Pl. I, fig. 1) offrent en effet deux régions distinctes et d'aspect bien différent : une inférieure plus grosse, *a b*, conservant à peu près le même diamètre sur toute sa longueur, tordue et hygrométrique: nous l'appellerons *colonne* ; une supérieure, *b c*, non tordue, plus ou moins droite, formant genou avec la région inférieure et, sauf quelques exceptions, diminuant régulièrement de grosseur pour se terminer en pointe. Comme elle ressemble au fer d'une alène dont l'autre région serait le manche, nous la désignerons sous le nom de *subule*. Les arêtes complètes n'ont été, à ma connaissance du moins, trouvées que sur la glumelle inférieure, où il n'y en a jamais qu'une.

Les arêtes incomplètes ( Pl. I, fig. 2 et 3, *b c* ) n'ont point de région tordue et sont ainsi réduites à la région supérieure ou à la subule; ce sont elles que les auteurs ont appelées *soies*, *barbes*, etc. Elles se trouvent non seulement sur les glumelles, mais encore sur les glumes et, dans certains genres, il y en a plus d'une sur la même glume ou glumelle.

Nous commencerons par l'analyse anatomique des arêtes complètes, dont nous comparerons ensuite les éléments avec ceux des autres prolongements ou subules.

Les arêtes complètes les plus simples que l'on puisse observer sur les Graminées françaises sont celles des genres *Alopecurus*, *Holcus*, *Anthoxanthum*, *Aira*, etc.

L'arête de l'*Alopecurus pratensis* a son point d'insertion à differentes hauteurs sur le dos de la glumelle : au-dessous du milieu, au milieu, au-dessus et presque contre le sommet. Et cela sur une même panicule ; ce qui, soit dit en passant, se présente sur d'autres espèces et nous montre combien

peu solide est le caractère spécifique qu'on a cru fourni par le point d'insertion. Au-dessus de ce point, quelle qu'en soit la position, il n'y a sur le dos de la glumelle aucune trace de nervure ni de vaisseaux. A l'œil nu, on dirait qu'il en est de même au-dessous du point d'insertion, car on ne voit aucune nervure dont l'arête serait la continuation en se détachant de la glumelle; mais après dissection et avec un grossissement médiocre, on peut reconnaître qu'entre le point d'insertion et la base de la glumelle s'étend un faisceau de vaisseaux ponctués. Ajoutons de suite que c'est là un fait commun à toutes les Graminées, sur lesquelles j'ai vu une glumelle munie d'une arête complète; et même sur un grand nombre d'entre elles, comme nous le verrons dans les descriptions suivantes, le faisceau vasculaire qui descend de l'insertion de l'arête jusqu'à la base de la glumelle est plus marqué et plus saillant que ceux qui constituent les nervures latérales. C'est donc tout à fait à tort que Palisot de Beauvois, et d'autres après lui, ont prétendu qu'il n'existe aucun indice de nervure, ni des éléments de l'arête au-dessous de son point de jonction à la glumelle; il y a au-dessous un faisceau vasculaire, très-prononcé sur certaines espèces, très-faible sur d'autres, mais toujours existant. C'est non moins à tort que Trinius avait mentionné un *bulbulus* au point d'union de l'arête et de la glumelle (*Fund. agrost.*, p. 26).

L'arête de *l'Alopecurus pratensis* est nettement partagée en ses deux régions; contrairement à ce qui a lieu le plus souvent, la subule est ici plus colorée que la région inférieure, et d'un violet assez intense, tandis que la colonne est pâle et presque transparente. Cette dernière est peu tordue et sa coupe (Pl. I, fig. 4) nous montre qu'elle est un peu ovale, comprimée par le dos plutôt que cylindrique, et se compose au pourtour de 13 à 15 cellules longues, à peu près d'égale grosseur et à parois peu épaisses, lesquelles constituent l'épiderme. Vers le dos [1] et contre ces cellules est un petit faisceau fibro-vasculaire; entre ce faisceau et le revêtement épidermique, vers la ligne ventrale, s'étendent quelques cellules semblables à celles du pourtour et dont deux très-grosses. Tous les éléments de ce tissu prosenchymateux et *libé-*

---

[1] J'appelle *dos* la ligne qui à la base de l'arête est la continuation du dos de la glumelle, et *ventre* la ligne opposée qui est contiguë à la partie dorsale supérieure de la glumelle.

*riforme* [1] adhèrent fortement entre eux, ont de nombreux canalicules et s'articulent à angle droit. La subule est formée de longues cellules à parois épaisses groupées autour du petit faisceau fibro-vasculaire et qui, à leur extrémité supérieure, faisant saillie en petits aiguillons coniques aigus, rendent toute cette région très-rude à rebours.

L'arête de l'*Alopecurus agrestis* présente la même composition générale et diffère seulement en ce qu'elle est plus comprimée encore et que ses cellules intérieures sont moins inégales en grosseur. On peut en dire autant de nos autres espèces, qui à une organisation identique dans l'ensemble joignent des différences dont la description serait sans intérêt pour le moment.

J'ai suivi le développement de l'arête sur les *Alopecurus pratensis*, *agrestis*, *geniculatus*, *fulvus* et *bulbosus*. La glumelle inférieure se montre à peine à l'état de bourrelet composé de quelques rangs de cellules, que déjà apparaît à son point médian une saillie conique formée de quelques cellules, lesquelles seront la pointe de la subule et ne subiront d'autre changement que celui de l'épaississement de leurs parois. Le point végétatif demeure à la base de cette saillie, si longue qu'elle soit; c'est là que se fait la multiplication rapide des cellules de l'arête; et celles de la subule sont déjà complètes que celles de la colonne ne paraissent pas encore.

Sur les *Al. pratensis*, *geniculatus* et *fulvus*, il n'est pas rare de voir le développement de l'arête s'arrêter à la subule. Mais en tout cas le développement de l'arête précède de beaucoup celui de la glumelle[2]; et celle-ci, qui s'accroît par sa base, comme l'arête, est encore peu développée et n'a pas le quart de sa longueur future, que tous les tissus de la colonne ont paru et sont achevés. Ils s'épaississent seulement encore un peu, sans perdre leurs cloisons d'articulation, pendant que la glumelle achève son développement. A ce sujet, nous ferons remarquer (ce qui s'applique à toutes les arêtes) que la cavité des fibres à parois épaisses varie suivant l'âge de l'arête et le degré de sa formation. Lorsque l'arête est encore jeune, bien qu'elle ait atteint son maximum de grosseur, chaque fibre ou longue cellule a aussi sa grosseur

---

[1] Pour l'explication de ce terme, voir mon Mémoire sur les *Agropyrum de l'Hérault*, p. 317.

[2] Il n'est donc pas possible de dire avec M. Raspail (*Phys. vég.*, I, p. 119) que l'arête n'est qu'une *déviation de la nervure dorsale* de la glumelle, puisqu'elle se développe avant la glumelle.

définitive, mais les parois en sont encore minces et dès-lors la cavité centrale très-grande ; mais lorsque l'arête est arrivée, en même temps que le fruit, à ce que j'appellerais volontiers son point de maturité, les mêmes cellules ont des parois très-épaisses et une cavité presque nulle (Pl. II, fig. 35, 36). La région tortile de l'arête est d'autant plus colorée qu'elle est plus ancienne ; or, si l'on suppose qu'il en est de même pour chaque élément du tissu, on voit sur la coupe transversale de chaque cellule en voie de développement que le maximum de coloration est vers les surfaces interne et externe de chaque cellulle ; ce qui indiquerait que l'accroissement en épaisseur des cloisons cellulaires a lieu non par dépôt sur la surface interne, mais par intussusception entre les deux surfaces.

Très-près de l'arête des *Alopecurus* se place celle des *Holcus*, bien que beaucoup plus compliquée. Celle du *H. lanatus* naît un peu au-dessous du sommet de la glumelle et se prolonge en une nervure assez forte jusqu'à la base. Ses deux régions sont très-inégales ; et la colonne bien développée, tandis que la subule est très-courte et conique[1], nous offre l'exemple très-rare d'une arête presque réduite à sa région inférieure. Cette région, un peu comprimée (Pl. I, fig. 5), se compose d'abord d'une couche épidermique continue, dont les cellules sont à parois épaisses et à canal très-excentrique vers l'intérieur, puis, à la région dorsale, de deux très-grosses cellules libériformes contre lesquelles s'appuie le faisceau fibro-vasculaire, et le reste est rempli par des cellules libériformes de grosseur moyenne. Tous ces tissus sont peu adhérents entre eux. La composition de la subule est la même, sauf les dimensions et la réduction subite.

Comme on le verra plus loin, la composition de cette arête la rapproche moins de celles des *Avena* que de celles des *Alopecurus* ; et nous ferons remarquer, sans vouloir en tirer aucune conséquence, que Kunth (*Agr. syn.*, I, p. 34) et Nees von Esenbeck (*Gen. pl. fl. germ. ic.*, I, n° 14) ont rapproché le genre *Holcus* des *Alopecurus* et l'ont éloigné des *Avenacées*, où Koch et d'autres auteurs l'ont placé.

Sur le *Holcus mollis*, où la subule est beaucoup plus longue, la dispo-

---

[1] Je l'ai trouvée bifide une fois.

sition des tissus de la colonne est dans son ensemble la même, avec moins d'inégalité dans la grosseur des cellules.

Chacune des deux arêtes qu'offre chaque épillet des *Anthoxanthum* repose sur la glumelle des deux fleurs neutres et incomplètes ; mais elles sont en tout fort dissemblables. Celle de la fleur neutre *inférieure* est insérée sous le sommet et réduite à la subule ; celle de la fleur neutre *supérieure,* insérée près de la base, est très-complète avec ses deux régions bien distinctes et bien formées [1]. Par leur nombre et leur régularité, les tours de spire de la colonne donnent à cette région une élégance extrême qui l'a fait signaler par la plupart des descripteurs ; quelques-uns l'ont dite *striée :* c'est à tort, et ces prétendues stries sont simulées par les fibres du pourtour constituant l'épiderme. Sur les coupes (Pl. I, fig. 6) on voit que ces fibres, ou longues cellules libériformes tenant lieu d'épiderme, sont au nombre de 10 à 16, avec 7-9 plus petites à l'intérieur. Les parois en sont épaisses, fortement colorées en roux, très-adhérentes entre elles, avec de nombreux canalicules. Ces cellules sont fort longues et un peu renflées vers leurs extrémités articulaires coupées à angle droit. Le faisceau fibro-vasculaire est très-réduit et composé d'un petit groupe de vaisseaux rayés, entourés de fibres incolores, longues, grêles et à parois très-minces ; nulle trace d'épiderme particulier, ni de chlorophylle. La subule est composée comme celle des *Alopecurus* et très-rude.

L'arête de l'*Anth. Puellii* n'offre aucune différence[2], non plus que celles

[1] Par un lapsus d'observation que je ne puis m'expliquer, MM. Lecoq et Lamotte (*Cat. pl. Auv.*, p. 385) et Godron (*Fl. de Fr.*, III, p. 442, et *Fl. Lorr.*, 2e édit., II, p. 386) attribuent l'arête subbasilaire, complète, genouillée et tordue *à la fleur stérile inférieure*, tandis qu'elle appartient à la supérieure, comme Scheuchzer l'avait déjà signalé (*Agrost.*, p. 88) et comme l'ont reconnu Kunth (*Agrost.*, *syn.*, p. 38), Cosson (*Fl. Alg.*, *Glum.*, p. 21) etc. — Mais ce qui est plus étrange c'est que Gaudin, après avoir, dans son *Agrost. helv.*, I, p. 48, exprimé avec exactitude la position relative des fleurs neutres, se corrige à tort dans son *Flora helv.*, I, p. 62, et attribue à ces fleurs la position que leur assignent MM. Lecoq, Lamotte et Godron.

[2] Il n'est pas tout à fait exact de dire de l'*Anth. odoratum*, vivace, qu'il a les fleurs neutres à peine plus longues que la fleur fertile, et de l'*Anth. Puellii*, annuel, qu'il a les mêmes fleurs presque du double plus longues que la fleur fertile (*Fl. de France*, III, p. 442 et 443). En effet, sur les deux plantes ces fleurs neutres sont *ordinairement* du double plus longues que la fleur fertile, laquelle, dans la diagnose générique de l'ouvrage cité, est avec raison dite «très-

des diverses formes d'Algérie. Celle de *l'Anth. gracile*, de Sicile, diffère par le nombre et la grosseur des fibres, qui est presque du double.

L'étude du développement de l'arête de l'*Anth. odoratum* m'a révélé les mêmes faits que celle des *Alopecurus*. La subule se forme la première et le faisceau fibro-vasculaire s'y montre d'abord vers la pointe. Il est déjà complètement formé dans la subule durcie que la colonne n'est encore composée que de cellules incolores très-longues avec granulations verdâtres qui disparaissent ensuite, et sans faisceau fibro-vasculaire, lequel ne s'y montre que plus tard et s'y forme, comme l'arête elle-même, en allant de la pointe vers la base. Tant que dure le développement, l'arête paraît toujours être tout à fait à la base de la glumelle, et la partie de celle-ci inférieure à l'arête ne se développe qu'après la formation complète de l'arête ; le faisceau fibro-vasculaire descend de l'arête dans la glumelle pour se mettre en communication avec le pédicelle.

Le *Hierochloa odorata*, « Anthoxantho affinitate certe proxima » (R. Brown, *Prodr. fl. Nov.-Holl.*, p. 29, ed. Isidis), n'a point d'arête complète ; mais ses deux fleurs mâles, correspondant aux fleurs neutres des *Anthoxanthum*, ont sous leur sommet, comme la fleur neutre inférieure des *Anthoxanthum*, une arête réduite à une courte subule.

L'arête des *Aira* a la plus grande analogie avec l'arête complète des *Anthoxanthum* ; mais elle est toujours complète, et, sur celle des deux fleurs qui n'en a pas, elle n'est pas réduite à une subule ; elle manque absolument et on n'en voit aucun rudiment. Celle de l'*Aira caryophyllea* paraît brusquement insérée sur le dos de la glumelle : en effet, au-dessus d'elle

---

petite». La brièveté des glumelles de la fleur fertile de l'*A. odoratum* a été mentionnée déjà par Scheuchzer (*Agrost.*, p. 89), par Schrader (*Flor. germ.*, I, p. 78), etc., et figurée par Schreber (*Graes.*, tab. V), Lamarck (*Dict. enc.*, pl. 23), Host (*Gram. austr.*, I, tab. 5), Raspail (*Phys. vég.*, pl. XIX, fig. 12), etc ; mais, d'autre part, Nees von Esenbeck (*Gen. pl. fl. germ. ic.*, n° 16) figure les glumelles des fleurs neutres à peine plus grandes que celles de la fleur fertile, et M. Cosson affirme, ce que j'ai vu moi-même, que quelquefois elles ne les dépassent pas ou les dépassent à peine (*Fl. Alg.*, p. 21). En tout cas, et en présence de ces variations, il n'était pas permis de donner ce caractère comme distinctif entre l'*Anth. odoratum* et l'*A. Puellii*. Il faut en dire autant de la longueur de l'arête, qui est souvent plus longue sur la forme vivace (*A. odoratum*) que sur la forme annuelle (*A. Puellii*).

il n'y a nulle trace de ses éléments; mais au-dessous et jusqu'à la base de la glumelle, si on ne voit rien à l'œil nu, la dissection et un grossissement suffisant permettent de voir que de l'arête descend dans la ligne dorsale de la glumelle un faisceau fibro-vasculaire semblable à ceux qui constituent les nervures latérales rudimentaires de la même glumelle. Les deux régions sont à peu près d'égale longueur et toujours fortement genouillées. L'inférieure plus grosse, très-brune et très-tordue; la supérieure plus grêle, incolore, non tordue et toute hérissée de pointes.

Pour distinguer les tissus de la région inférieure, il suffit d'écraser sur le porte-objet, avec une aiguille à dissection, la base d'une arête sèche, puis de la mettre en contact avec une gouttelette d'eau; il s'opère immédiatement au point écrasé un mouvement considérable de détorsion qui, pour peu qu'on y aide, isole sur toute la longueur les éléments de cette région. On peut voir alors qu'elle se compose de fibres libériformes à parois épaisses, d'un jaune roux, tout unies et sans aucune ponctuation, allant d'un bout à l'autre *sans articulation* et sans changer de diamètre, n'adhérant entre elles que par l'effet de la torsion, et sans être recouvertes d'un épiderme distinct. Des coupes transversales de cette région[1] montrent que ses fibres sont disposées en hexagone symétrique mais non régulier (Pl. I, fig. 7); qu'elles sont au nombre de onze, savoir : au pourtour neuf, et à l'intérieur deux avec le petit faisceau vasculaire; que les deux dorsales sont un peu plus petites que les autres; que toutes sont cylindriques avec un canal longitudinal, mais sans aucun canalicule de communication.

Le petit faisceau vasculaire, placé vers le dos, se continue presque jusqu'à la pointe de la subule. La colonne est entièrement lisse, si ce n'est vers sa partie supérieure, où, à mesure qu'elle se rapproche de la subule, on voit apparaître quelques aiguillons espacés; ces aiguillons sont coniques, à base très-oblique, à pointe très-aiguë, incolores et creux, mais sans que leur cavité communique avec celle des fibres colorées. Vers le haut de la colonne ces fibres se renflent un peu et se terminent en supportant un aiguillon,

---

[1] La tendance qu'ont ces fibres à s'isoler en rend les coupes transversales très-difficiles. On les obtient en ne plaçant les arêtes entre les lames de moelle de sureau qu'après en avoir accolé sept ou huit parallèlement entre elles au moyen d'une goutte de gomme liquide.

mais non toutes à la même hauteur, de manière que le passage d'une région à l'autre, au lieu d'être subit, est un peu gradué. Sur la subule, les éléments sont plus difficiles à isoler, et ils adhèrent assez fortement entre eux. L'axe de cette région est constitué jusqu'au quart supérieur par le faisceau vasculaire d'un jaune pâle, contre lequel sont appliquées les longues cellules incolores, en inclinant un peu vers le dehors, où leur extrémité supérieure aboutit, en se détachant en un aiguillon conique très-aigu, ce qui rend toute cette région hérissée et très-rude. Elle se termine non par une pointe unique, mais par plusieurs petits aiguillons divergents. Je n'ai pu voir non plus sur cette région rien qui ressemblât à un épiderme ordinaire, ni aucune trace de stomates.

L'*Aira provincialis* présente la même organisation, seulement le faisceau vasculaire est plus grêle encore et plus rudimentaire. Sur la glumelle inférieure de la fleur mutique, les faisceaux des nervures ne sont ni plus apparents, ni mieux formés que sur la glumelle de la fleur aristée, et ils sont tout aussi peu apparents sur les glumes elles-mêmes.

Sur l'*Aira canescens* (Pl. I, fig. 8), les nervures de la glumelle aristifère et la région inférieure de l'arête, *a b*, ne diffèrent en rien de celles de l'*A. caryophyllea*. Mais vers le haut de la colonne tout change complètement.

D'une part, les fibres s'épaississent brusquement à la même hauteur, et se soudent entre elles pour former une espèce de bourrelet, autour duquel est disposé un verticille saillant de forts aiguillons, *o* [1]. Ces aiguillons, représentés de profil (fig. 9), sont courbés en remontant, un peu obtus, et consistent en une seule cellule incolore, à parois très-épaisses et très-lisses à l'extérieur, mais fortement striées en travers à l'intérieur de leur cavité et du côté opposé à l'axe. Vers leur base ils adhèrent à la colonne de fibres par une petite saillie colorée, *s*, qui s'enfonce entre ces fibres au point où elles sont renflées ; et ainsi ces aiguillons se montrent tout à fait analogues à ceux que l'on voit sur la colonne de l'*A. caryophyllea*, des *Avena sterilis*, *barbata*, etc.

D'autre part, la région supérieure (fig. 8, *b c*) n'est plus une subule insen-

---

[1] C'est à tort que Palisot de Beauvois (*Agrost.*, p. 90) et Rœmer et Schultes (*Syst. veg.*, II, p. 40) ont dit du *Corynephorus* : « Arista medio articulata, *lanuginosa*.... »

siblement effilée en pointe; au-dessus du verticille d'aiguillons, *o*, elle s'amincit subitement en fil grêle et lisse, puis se renfle en massue toute couverte d'aiguillons. Ses cellules sont incolores, longues, à extrémités d'articulation rectangulaires, et ce n'est que vers le renflement claviforme que se montrent les aiguillons. Les cellules sont alors, comme sur la même région de l'*A. caryophyllea*, obliques et divergentes, pour se terminer en aiguillon saillant[1]. L'axe est toujours occupé par un petit groupe de vaisseaux ponctués et de fibres grêles. Nulle trace d'épiderme proprement dit, ni de stomates. L'arête de l'*Aira articulata* Desf. et de sa variété *gracilis* (*Corynephorus fasciculatus* Boiss. et Reut.) est identique, avec un renflement claviforme moins prononcé.

J'ai suivi avec un grand soin et à différentes reprises le développement des arêtes des *A. caryophyllea, provincialis* et *canescens* (Pl. I, fig. 11 et 12), et il s'est opéré comme ceux que j'ai décrits plus haut, c'est-à-dire de la pointe de la subule à la base de la colonne, en commençant sur une glumelle encore réduite à un bourrelet, avec une saillie de chaque côté de l'arête naissante, lesquelles saillies aboutiront à être les pointes de la glumelle bifide. Comme sur les autres Graminées où j'ai suivi le développement de l'arête, celle-ci est complètement formée alors que la glumelle en est encore réduite à la partie qui surmonte l'arête, et la partie inférieure à l'arête ne se développe que postérieurement. Il y a cependant ici quelques différences à noter. J'ai dit que sur des arêtes d'*Aira* complètement développées, les grosses fibres colorées du pourtour et de l'intérieur sont sans trace d'articulation d'un bout à l'autre de la colonne; mais sur les arêtes en voie de développement de l'*Aira caryophyllea*, comme de l'*A. canescens*, il n'en est pas ainsi : au lieu de longues fibres, on voit apparaître d'abord de courtes cellules, pas plus longues que larges et articulées à angle droit (Pl. I, fig. 10, *p*) ; puis, à mesure que le développement s'avance et que les parois latérales s'épaississent, celles des extrémités articulaires se résorbent, et toutes ces nombreuses cellules superposées en lignes s'unissent ainsi et se fondent en tubes continus avec cavité centrale.

---

[1] C'est donc encore à tort que Palisot de Beauvois a dit de l'arête du *Corynephorus* : « Aristæ » pars superior clavata, *lævis*.....» (*Agrost.*, p 90.)

On voit ainsi que le travail de formation a été plus achevé sur les arêtes des *Aira* que sur celles des *Alopecurus* et des *Anthoxanthum,* lesquelles conservent leurs cellules primitives, à parois peu épaisses, avec de nombreuses articulations, au lieu de cellules transformées en tubes continus sur toute la longueur de la colonne. Cette dernière région se tord de très-bonne heure, presque aussitôt après son développement, déjà avant la résorption des parois articulaires, et dès-lors bien avant l'anthèse et l'écartement des enveloppes florales; tandis que dans les *Avena* la torsion n'a guère lieu qu'après la fécondation et quand les enveloppes florales se dessèchent. Sur les épillets peu avancés de l'*A. canescens* (Pl. I, fig. 11 et 12), la massue est déjà formée, a tous ses tissus et toute sa longueur, le verticille se montre complet avec ses cellules propres et à peine contiguës, que la colonne commence à peine. Pendant son développement, les cellules du pourtour épidermique demeurent toujours incolores et sans granulations, tandis que celles de l'intérieur qui entourent le faisceau fibro-vasculaire ont de très-nombreuses granulations verdâtres. Elles sont courtes comme les autres et se constituent ultérieurement en longues fibres. Après un an de macération dans l'eau, ou quelques jours après ébullition dans une solution très-étendue de potasse caustique, les aiguillons verticillés de l'*A. canescens* se détachent très-facilement, et à la place qu'ils occupaient se montrent des crénelures (Pl. I, fig. 13). Une semblable macération réduit les cellules de la massue en une masse visqueuse, à travers laquelle on voit très-bien le réseau de la matière intercellulaire, et par suite la direction des cellules qui vont en divergeant, pour constituer le renflement claviforme, au centre duquel on voit toujours le faisceau fibro-vasculaire.

Avant de décrire d'autres arêtes, nous nous arrêterons pour examiner incidemment si les différences entre l'arête des *Aira canescens* et *articulata* et celle des autres *Aira* suffisent pour les en faire séparer et ériger en genre.

C'est en 1800 que Bernhardi, dans ses travaux sur la flore des environs d'Erfurt, sépara l'*Aira canescens* des autres espèces et en fit le genre *Weingaertneria,* dédié à un botaniste collecteur d'Erfurt (*Syst. Verzeichn. Pflanz. Erfurt*, p. 51). Douze ans plus tard, Palisot de Beauvois opérait la même séparation, mais en créant un nouveau nom générique, bien que celui de

Bernhardi fût déjà cité par les auteurs allemands et qu'il dût être conservé si on admettait la division des genres. Ces deux auteurs, et tous ceux qui ont adopté la même division, l'ont appuyée sur la différence de l'arête ; quelques-uns ont ajouté que cette arête est *articulée* et que la glumelle qui la supporte est entière sur le genre distrait, tandis que sur les *Aira* cette glumelle est bifide et que l'arête est *non articulée*.

Ces deux derniers caractères différentiels doivent être éliminés, attendu que plusieurs espèces d'*Aira* ont la glumelle inférieure non bifide mais entière, ou simplement érodée-dentée au sommet, et que, d'autre part, l'arête de l'*A. canescens* n'est pas plus articulée que celle des autres *Aira*. Elle est brusquement atténuée au-dessus de son verticille d'aiguillons, mais sans trace d'articulation, et elle ne peut se diviser à ce point qu'en se rompant irrégulièrement. Ensuite l'examen anatomique de l'arête de cette espèce et des autres *Aira* ne dévoile pas des différences telles qu'elles permettent de constituer un genre ; ces différences se réduisent à ce que les aiguillons qui surgissent entre les fibres, à la partie supérieure de la colonne, sont disposés en verticille au lieu d'être épars, et à ce que les tissus de la subule divergent plus fortement vers le haut de cette région et la rendent claviforme. Il n'y a point là, à notre avis, valeur générique, et il faut répéter avec Link et contre Link lui-même : « Aristæ nimium tribuit Beauvois » ; mais ce caractère servira très-bien à l'établissement d'une section à laquelle le nom de *Corynephorus* conviendra merveilleusement.

L'arête de l'*Aira flexuosa* L.[1] se rapproche beaucoup de celles des *Aira caryophyllea* et autres de la même section, et un peu de celles des *Avena*, comme nous le verrons plus loin. Elle est un peu comprimée (Pl. I, fig. 14), molle, avec tissus assez adhérents entre eux et difficiles à isoler. Le pourtour épidermique est constitué, sur le dos, par quatre grosses cellules à parois très-épaisses (à l'état adulte), peu longues, cylindriques, un peu renflées aux

[1] Les botanistes qui ont adopté le genre *Deschampsia* et y ont fait entrer l'*Aira flexuosa* L., n'ont pas assez remarqué que Palisot de Beauvois, auteur du genre *Deschampsia*, l'avait séparé des *Aira* par le caractère « arista recta » (*Agrost.*, p. 91), qu'il avait formellement laissé l'*Aira flexuosa* L. dans son genre *Aira* (o. c., p. 90), et qu'ainsi le genre *Deschampsia*, lorsqu'il comprend l'*A. flexuosa*, n'est plus le genre primitif et ne peût être suivi de l'indication : P. de Beauv.

extrémités coupées à angle droit ; sur le dos, par six cellules semblables ; sur les côtés, par trois cellules plus petites, moins colorées. L'intérieur est occupé : vers le dos, par un rang de cellules inégales et dont les plus grosses sont au milieu ; à l'opposé, par un rang de cellules beaucoup plus petites, à parois minces ; et enfin, au centre, par un gros faisceau de chaque côté duquel s'étend un tissu irrégulier, mal déterminé, se déchirant en fragments informes et dans lequel j'ai cru voir, sur des sujets jeunes, des traces de chlorophylle. Il occupe d'ailleurs exactement la place que, dans les arêtes des *Avena*, occupent les cellules à chlorophylle. Je n'ai pas vu de stomates parmi les cellules latérales de l'épiderme, ce qui me fait douter de la présence de chlorophylle bien formée.

Les arêtes des *Andropogon* ont une forme générale s'éloignant de la forme des autres arêtes presque autant que les Andropogonées s'éloignent des autres Graminées. Les différences qui modifient les détails de cette forme commune et constante sont très-notables, mais moins tranchées toutefois que les différences fournies par les caractères de l'extérieur et de l'ensemble des organes floraux, et qui ont paru assez considérables pour motiver l'érection de quelques-unes de nos espèces en genres distincts (*Heteropogon* et *Chrysopogon*). La forme commune est celle d'une lame repliée *sur sa face dorsale* en forme de fer à cheval (Pl. I, fig. 15 et 16). Au pourtour épidermique se montre un rang de cellules à parois plus ou moins épaisses et très-colorées ; sur la ligne médiane, un seul faisceau fibreux ; et tout le reste se compose de fibres à parois peu épaisses. Nulle trace de stomates, ni de cellules à chlorophylle. La subule ne présente d'autre différence que celle des dimensions régulièrement décroissantes.

Sur l'arête de l'*Andr. Gryllus* (fig. 15), les deux branches du fer à cheval sont écartées vers le centre et ne se touchent qu'en arrière ; les cellules épidermiques ont leur canal très-excentrique et leurs parois très-épaisses, et à l'intérieur il n'y a que deux rangs de tissu libériforme à parois peu épaisses.

Celle de l'*Andr. Allionii* (fig. 16), beaucoup plus grosse, a également ses branches écartées vers le centre et contiguës seulement en arrière ; cellules épidermiques à parois peu épaisses, ainsi que celles de l'intérieur, qui

sont petites et sur quatre à cinq rangs entre les épidermes des deux faces.

Celle de l'*Andr. hirtus*, la plus petite des trois, a ses branches parallèles et rapprochées, deux rangs de cellules intérieures, avec des cellules épidermiques très-grosses et à parois très-épaisses; son faisceau fibro-vasculaire est très-petit.

Les arêtes de l'*Andr. anthistirioïdes* Hochst. et de l'*Andr. comosus* Hochst, espèces d'Abyssinie, conservent sous leur développement gigantesque une conformation générale absolument identique.

La disposition générale des tissus composant les arêtes des *Sorghum halepense* et *cernuum* est identique à celle des *Andropogon*[1], et les différences, purement spécifiques et peu marquées, n'ont pas à être signalées ici.

Dans les arêtes que nous avons étudiées jusqu'à présent nous n'avons vu ni épiderme bien distinct avec stomates, ni cellules à chlorophylle bien caractérisées. Autour du faisceau fibro-vasculaire l'élément prosenchymateux règne exclusivement, et les cellules du pourtour, représentant l'épiderme, prennent la même conformation. Longtemps l'absence de chlorophylle m'a paru impossible ; mais, malgré mes recherches, je n'ai pu en trouver trace. Il est à remarquer dès à présent que les glumelles sur lesquelles s'élèvent de semblables arêtes n'ont elles-mêmes que très-peu de matière verte ou en sont complètement dépourvues et, comme on dit quelquefois, membraneuses ou scarieuses. Celles qui nous restent à étudier vont nous offrir des stomates et de la chlorophylle, c'est-à-dire la présence en plus d'un des éléments que présentent les feuilles ordinaires.

Tout à côté des arêtes des *Andropogon* et des *Sorghum* se place celle du *Danthonia provincialis* (Pl. I, fig. 18, 19, 20). Cette arête, d'une forme très-particulière, est placée sous le sommet de la glumelle, absolument comme les subules des *Bromus*. Les tissus colorés de la colonne cessent à son point d'insertion, en s'avançant toutefois un peu plus bas sur les côtés comme les ailes d'un fer de flèche. Au-dessous d'elle et jusqu'à la base de la

---

[1] A ce sujet, je ferai remarquer que Palisot de Beauvois a dit : « Le genre *Sorghum* n'a au- » cun caractère positif et constant qui le sépare de certains *Andropogon* » (*Agrost.*, p. VI et p. 132) ; et que Kunth a réuni les deux genres (*Enum. plant.*. p. 485 et 501).

glumelle, son faisceau fibro-vasculaire se continue en une très-forte nervure médiane, près de laquelle courent deux petites nervures latérales si rapprochées qu'elles semblent se rattacher à l'arête, mais elles en sont en réalité distinctes et vraiment latérales.

La colonne fortement colorée, très-hygrométrique et tortile, est, comme l'avait bien vu et bien dit Palisot de Beauvois, « teniæformis », plate et en ruban, avec la face dorsale légèrement courbée en gouttière (Pl. I, fig. 19); vers sa base elle est bordée de deux petites ailes scarieuses, incolores, et dont les cellules restent d'ailleurs bien distinctes des tissus du corps de la colonne (fig. 20). Ces derniers consistent d'abord en une enveloppe de cellules épidermiques qui sur la face dorsale sont très-grosses, à parois colorées, très-épaisses vers l'extérieur et dès-lors à canal très-excentrique, et sur l'autre face très-petites, très-nombreuses et à peine colorées; puis à l'intérieur de trois couches de cellules incolores à parois très-minces, avec le faisceau vasculaire médian. Vers les angles, sous l'épiderme de la face ventrale, un petit groupe de cellules à parois épaisses. Nulle trace de cellules à chlorophylle, ni de stomates. Sur la subule, qui est verte et moins en gouttière, (Pl. I, fig. 18), les cellules incolores de l'intérieur sont remplacées par une masse de cellules à chlorophylle, et sur la face ventrale, de chaque côté du faisceau, il y a une rainure assez profonde avec deux ou trois rangs de cellules épidermiques à parois minces avec stomates. Le reste de l'enveloppe épidermique ne diffère qu'en ce que les cellules ont leurs parois moins épaisses et moins colorées.

Ainsi cette arête s'éloigne de celles que nous avons étudiées jusqu'ici par sa forme plate et par une subule offrant des cellules à chlorophylle et des stomates.

Sur le *Danthonia decumbens*, l'arête manque tout à fait et n'est représentée que par un petit lobe médian à peine plus saillant que les deux autres et même quelquefois uni à eux, ce qui rend le sommet entier et non trilobé; mais, même dans ce cas, la nervure médiane reste isolée jusqu'à sa pointe, et sans s'anastomoser avec les autres, comme Kunth l'a très-justement remarqué et figuré (*En. plant.*, I, suppl., p. 265, tab. XXI, fig. 2,*b*).

Les arêtes des *Avena* ont, comme on le verra, une importance toute

particulière; nous en commencerons l'étude par celles de la première section (Cosson, *Fl. Alg.* Glum., p. 105 ; J. Duval-Jouve, *Bull. Soc. bot. de France*, X, p. 52 et 55).

L'*Avena barbata* Brot. nous offre, de l'insertion de l'arête à la base de la glumelle, un faisceau fibro-vasculaire au moins aussi prononcé que celui des autres nervures de la même glumelle et renfermant, au milieu de fibres longues, minces et fusiformes, un groupe de 10 à 12 vaisseaux ponctués, rayés, annulaires et quelquefois même partiellement spiralés. La colonne de l'arête se présente comme un cylindre régulier, d'un brun très-foncé, glabre et luisant ou longuement pubescent, rude, parcouru par deux rainures parallèles qui, naissant à la base sur les côtés, mais un peu rapprochées du dos, parcourent toute cette région, la dépassent même et vont expirer près de la pointe de la subule. Des coupes transversales (Pl. II, fig. 29) font voir qu'à chaque rainure répond une bande de cellules à chlorophylle, *a*, qui pénètre très-profondément en formant une courbe dont la convexité est vers l'axe de la colonne et divise ainsi l'ensemble du prosenchyme coloré en deux masses inégales, une ventrale plus large, *v v*, sans aucun faisceau, une dorsale plus étroite ayant à son milieu un faisceau fibro-vasculaire, *d d*.

Les fibres libériformes sont polygonales et fortement adhérentes entre elles. Celles du pourtour constituent un épiderme qui se détache plus facilement de la masse; elles sont de grosseur inégale, mais toujours plus petites que les autres, très-longues, grêles, tout unies, fusiformes et longuement atténuées, avec un canal très-excentrique et des canalicules vers l'intérieur. — Sur les rainures latérales elles sont remplacées par quelques rangs de véritables cellules épidermiques à parois minces, avec des stomates en tout semblables à ceux des feuilles, mais plus petits au moins d'un tiers sur chaque dimension (Pl. I, fig. 23, 24, 25, 26)[1]. Les cellules qui remplissent les bandes latérales

---

[1] Pour l'intelligence des figures 23, 24, 25, 26, je dois faire remarquer que chez les Graminées l'appareil stomatique est composé de quatre cellules. Les deux ostiolaires, *a*, étroites le long de l'ostiole, y sont un peu dépassées et recouvertes par les externes, *b*, mais, vers leurs extrémités, elles se dilatent latéralement sous la cuticule et surtout vers l'intérieur en deux saillies très-chargées de chlorophylle ; ce qui donne aux stomates de cette famille un aspect tout particulier. Les deux cellules externes, *b*, sont, au contraire, plus dilatées vers le milieu de leur longueur et réduites vers leurs extrémités.

mentionnées plus haut renferment de la chlorophylle amorphe ou rarement avec quelques granules; elles ne ressemblent d'ailleurs en rien aux cellules simples qui contiennent d'ordinaire la chlorophylle. Elles sont très-longues, avec leur plus grande dimension *dans le sens vertical*. Leurs parois sont, d'une part, si profondément ondulées qu'elles simulent par leur étranglement la forme d'une scie, d'un collier, etc. ( Pl. I, fig. 27 ); et, d'autre part, si minces et si délicates, ainsi que l'étroite lame d'épiderme qui les recouvre, que, dès que l'arête se dessèche un peu et se tord, elles se brisent, et l'espace qu'elles remplissaient se présente sous la forme d'une rainure vide et ouverte, aux côtés de laquelle pendent les lambeaux du tissu qui la remplissait ( Pl. II, fig. 29, *b* ).

Les fibres libériformes constituant le reste de la colonne sont très-fortes, inégales entre elles, les plus grosses étant les plus rapprochées de la périphérie. Leurs extrémités articulaires sont obliques et irrégulières, et leur canal, de grandeur variable selon le degré de développement, est toujours rendu sinueux et irrégulier par de nombreux canalicules qui s'y ouvrent en entonnoir. Le faisceau est constitué comme dans la glumelle, et il continue sans modification jusqu'à la subule. Il n'en est pas de même des grosses fibres : à mesure qu'elles se rapprochent du genou, elles deviennent plus courtes et s'articulent à angle droit; leur canal est plus grand, les canalicules plus nombreux, et très-souvent la paroi intérieure est parcourue par un ou par plusieurs sillons en spirale ; les canalicules sont d'ailleurs généralement disposés en lignes spiralées.

La subule est à peu près composée de même (Pl. II, fig. 30); seulement ses fibres sont incolores, beaucoup plus longues, fusiformes et longuement atténuées à leurs extrémités. Celles de l'extérieur se terminent en supportant des pointes coniques un peu divergentes. Les cellules à chlorophylle des bandes latérales sont très-longues, très-étroites, ayant quelquefois en longueur plus de dix fois leur largeur, avec parois incolores assez épaisses et toutes sinueuses (Pl. I, fig. 28). Comme celles de la colonne, leur plus grande longueur est dans le sens vertical; mais la chlorophylle qui les remplit est en grains mieux formés. Elles restent toujours en position, attendu qu'il n'y a pas torsion pour les déchirer et les déranger comme sur la colonne. Le faisceau fibro-vasculaire (Pl. II, fig. 30) est plus fort, plus large, atteint

presque les bandes à chlorophylle et montre deux gros vaisseaux latéraux symétriquement disposés, comme sur les faisceaux ordinaires des feuilles. (Voir *Agropyrum de l'Hérault*, p. 319 et Pl. XVI, fig. 1 et 7, B.)

Sur les espèces françaises de la même section, *Av. sativa, strigosa, sterilis, fatua*, etc., la composition générale est la même, et la mention des différences histotaxiques que présente chaque espèce n'a pas à trouver sa place ici.

Il en est de même des espèces du groupe des *Av. pubescens, sempervirens, montana*, etc.; la disposition générale est la même pour toutes. Nervure médiane très-prononcée au-dessous de l'insertion de l'arête; un seul faisceau rapproché du dos; des bandes de cellules à chlorophylle relativement très-grandes, très-larges, peu courbées, mais toujours avec la convexité vers l'axe; enfin un petit nombre de fibres prismatiques très-grosses, celles du pourtour plus petites. Les fig. 31 (*Av. sempervirens*) et 32 (*Av. pubescens*) donneront une idée suffisante des différences légères mais constantes qui se montrent d'espèce à espèce.

Sur le groupe des *Av. bromoides*, la nervure médiane de la glumelle est aussi forte au-dessous de l'insertion de l'arête que les autres nervures latérales, et les tissus de l'arête, au lieu de finir subitement, courent en s'élargissant assez loin sur le dos de la glumelle. La colonne est comprimée avec dos étroit (Pl. II, fig. 33). Assez exactement au centre, un petit faisceau fibro-vasculaire est entouré d'un cercle de petites cellules à parois épaisses, enfermé dans un autre cercle de très-grosses cellules; sur le reste, cellules semblables mais moins fortes; toutes, jusqu'à celles qui constituent l'épiderme, se font remarquer par l'excentricité extrême de leur canal placé vers l'axe de l'arête contre une paroi excessivement mince, tandis qu'à la maturité la paroi opposée est très-épaisse. Les deux bandes de cellules à chlorophylle sont relativement larges, mais peu profondes et presque cylindriques.

Ici vient se placer l'arête de l'*Avena dubia* Leers (Ventenata Kœl.); même disposition générale avec une seule couche de cellules fibreuses autour du faisceau (Pl. II, fig. 34). Sur cette Graminée, la fleur inférieure n'a qu'une subule ou arête incomplète, mais cette subule offre la même composition que celle de l'autre fleur; seulement elle n'est pas arrivée complètement à l'état d'arête.

L'arête de l'*Av. elatior* L. est dans son ensemble conforme au type du genre; elle diffère des autres par ses moindres dimensions et par le petit nombre des grosses fibres placées autour du faisceau central et presque toujours réduites à un seul rang (Pl. II, fig. 35 et 36). Sur cette espèce, le développement de l'arête est fort irrégulier; à la fleur inférieure, qui est le plus souvent mâle, l'arête bien développée et complète est assez constamment insérée au tiers inférieur de la glumelle; à la fleur supérieure et hermaphrodite, l'arête, moins forte, moins bien développée et même le plus souvent très-incomplète et réduite à l'état de subule ou de simple mucron, change son point d'insertion avec son degré de développement. Complète, elle est insérée vers le milieu de la glumelle, et à mesure qu'elle est moins développée elle élève son point d'insertion jusqu'à se placer au sommet quand elle n'est plus qu'un simple mucron. Au-dessous d'elle le dos de la glumelle est toujours garni de longs poils, tandis qu'il est simplement rude à la fleur inférieure.

Le *Gaudinia fragilis*, voisin par sa structure générale des deuxième et troisième groupe des *Avena*, s'en rapproche également par la conformation de son arête représentée Pl. II, fig. 37[1].

Ainsi, dans les arêtes si bien développées des *Avena*, nous trouvons, comme sur le limbe de la feuille, des cellules épidermiques minces avec stomates recouvrant des cellules à chlorophylle, le tout placé vers le dos de l'arête, lequel correspond à la face inférieure des feuilles où se montrent les mêmes tissus. Les cellules qui constituent le pourtour de la colonne paraissent, au premier abord, assez étranges pour des cellules épidermiques; mais si on les compare à celles des parties de l'épiderme qui, à la face inférieure des feuilles de Graminées, revêtent les nervures, on trouve une complète analogie de forme et quelquefois même une parfaite ressemblance. Les unes et les autres sont superposées à un tissu prosenchymateux et sont modifiées de la même façon. Entre les cellules épidermiques les plus ordinaires et les cellules *bulliformes* [2] de l'épiderme de la face supérieure, la différence est

---

[1] Le *Gaudinia fragilis* a le sommet du caryopse d'abord rétréci, puis dilaté en cupule; ce qui rapproche cette plante du genre *Stipa*, dont plusieurs espèces ont le sommet du caryopse également rétréci en pédicelle sous une dilatation.

[2] Voir *Agropyrum de l'Hérault*, p. 320 et Pl. XVI, fig. 10, etc.

plus grande qu'entre ces mêmes cellules ordinaires et les cellules à parois épaisses qui recouvrent le prosenchyme des nervures et celui des arêtes. Ces formes diverses nous montrent jusqu'à quel point peuvent varier les tissus du revêtement épidermique, presque impossibles à reconnaître sur les *Anthoxanthum* et les *Aira*, où ils constituent la majeure partie des éléments de l'arête, après avoir subi des modifications qu'on n'avait pas encore signalées et qu'on était même loin de soupçonner sur les cellules épidermiques.

L'arête du *Lagurus ovatus* cesse assez brusquement à son point d'union à la glumelle; sa prolongation en nervure, une des plus faibles qui existent, n'est représentée que par quelques vaisseaux, sans fibres à parois épaisses. Les deux nervures latérales sont très-remarquables en ce que, écartées de l'arête et de sa prolongation, elles se rapprochent au-dessus de l'insertion de l'arête jusqu'à devenir contiguës et s'isolent ensuite en deux longues subules presque aussi longues que l'arête elle-même. Une coupe transversale vers le milieu de l'arête nous la montre composée d'un très-petit nombre d'éléments (Pl. II, fig. 38); autour du faisceau très-rapproché du dos est un rang de cellules à parois très-épaisses et à canal très-excentrique vers l'intérieur, puis quelques-unes de ces cellules vers les angles de la face ventrale; le tout recouvert d'un épiderme à parois épaisses, interrompu sur les côtés par deux ou trois rangs de cellules minces avec stomates, appliqués sur deux petits groupes latéraux de cellules à chlorophylle. Tout cet ensemble est fort voisin des arêtes des *Avena* et notamment de celles du groupe des *Av. bromoïdes*. Notons en passant et sans en tirer aucune conséquence que Kunth et Nees von Esenbeck avaient placé le genre *Lagurus* dans leurs *Avenaceæ*.

Les arêtes jusqu'ici mentionnées s'appliquent au dos de la glumelle et n'ont qu'un seul faisceau dont la prolongation constitue inférieurement la nervure médiane de cette glumelle. Or, il en est autrement sur les *Stipa*, où l'arête occupe une tout autre position.

Des Graminées françaises, le genre *Stipa* est celui où l'arête est à son maximum de grandeur, puisqu'elle y atteint ou même dépasse 350 mill.; et il est naturel qu'avec un pareil développement elle offre des détails d'organisation plus complets et plus faciles à saisir que sur des arêtes réduites

à 4 ou 5 mill. Aussi les arêtes de nos quatre espèces françaises : *S. pennata* L., *S. juncea* L., *S. capillata* L. et *S. tortilis* Desf., ont-elles à côté de leurs caractères communs des différences spécifiques si nettement marquées qu'un fragment de chacune d'elles fournirait à lui seul assez de caractères, soit externes, soit histotaxiques, pour conduire à une détermination certaine de l'espèce.

Les principaux caractères communs sont les suivants, en commençant par les moins importants :

1° L'arête est genouillée sur deux points; sa colonne se tord avec régularité jusqu'au tiers ou au cinquième supérieur, puis elle se courbe, et à ce point la torsion, qui était dextre, c'est-à-dire dans le sens d'une vis ordinaire, se dévie comme pour marcher en sens opposé, puis avant d'avoir fait un demi-tour reprend sa direction première[1].

2° L'arête n'est point, comme celles que nous avons étudiées jusqu'ici, insérée au dos de la glumelle en un point que la glumelle déborde en tout sens, soit par les tissus de la région terminale, soit par ceux des côtés où se montrent des nervures; mais elle est au sommet et entièrement terminale, sans que rien la dépasse supérieurement ou la déborde latéralement. Elle repose sur une sorte de plateau circulaire, épaissi en bourrelet à son pourtour, au-dessous duquel la glumelle rapproche d'abord ses marges en constituant sur une certaine longueur un cylindre plein, puis les sépare en restant cucullée, ce qui fait que la fleur s'ouvre à peine au moment de l'anthèse. Au-dessus de ce plateau et à la base de la colonne, l'arête est elle-même ou presque cylindrique ou prismatique avec angles émoussés et arrondis, et d'un tissu peu coloré; ce n'est que plus haut qu'elle se colore et que sa face ventrale se creuse en gouttière.

3° L'arête, reposant sur toute la glumelle et non plus seulement sur sa ligne dorsale, n'est plus réduite à n'avoir qu'un faisceau fibro-vasculaire se prolongeant au-dessous d'elle en nervure dorsale; elle en présente trois : un médian plus gros et deux latéraux placés vers la face ventrale en avant des bandes de cellules à chlorophylle. Tous les trois pénètrent, sans changer

---

[1] Les arêtes très-développées de quelques *Andropogon* (*A. anthistirioïdes* Hochst. et *comosum* Hochst. offrent aussi cette double courbure.

de direction, dans le cylindre que forme le sommet de la glumelle, puis descendent constituer les trois nervures de la glumelle. La nervure médiane est, sur toute son étendue, *beaucoup plus prononcée* que les latérales, et c'est à tort que quelques descriptions portent que cette glumelle est sur les *Stipa* « dépourvue de nervures ».

C'est sur les *Stipa pennata* et *juncea* que j'ai suivi le développement de l'arête ; il y est très-facile à observer, pourvu qu'on ait la précaution de s'y prendre dès la mi-mars. A la base et vers l'intérieur des glumes qui se développent tout d'abord et sont déjà très-grandes, on voit poindre la glumelle inférieure sous forme de petit mamelon arrondi ; il s'en élève bientôt une très-petite saillie qui sera la pointe de l'arête. Celle-ci continue à s'accroître par en bas et arrive jusqu'à avoir la moitié de sa colonne que le mamelon support n'a presque pas changé ; il ne commence à s'allonger et à laisser soupçonner la forme d'une glumelle qu'à un moment très-avancé de l'évolution de l'arête. Le bourrelet ne devient sensible qu'un peu plus tard, et on peut dire que l'évolution de l'arête a précédé celle de la glumelle.

Cette relation dans le développement de l'arête et de la glumelle permet de comprendre que si l'évolution totale s'arrêtait avant que la glumelle ne fût développée, cette partie des enveloppes florales ne serait représentée que par une arête. C'est en effet ce qui arrive fréquemment sur l'*Andropogon Ischæmum* L. et constamment sur l'*Andropogon annulatus* Forsk., ainsi que sur le *Pleuroplitis Langsdorffiana* Trin. (voir Trinius, *Fund. agrost.*, p. 27). Dans le genre *Arthratherum*, l'arête se montre d'abord sous la forme de trois pointes isolées supportées par un petit mamelon ; puis un peu plus tard le mamelon lui-même s'allonge sans se diviser, et constitue la colonne d'une arête qui a ainsi trois subules et qui, comme les arêtes des *Stipa*, a trois faisceaux dans sa colonne. C'est exactement ce qui arriverait à l'arête ci-dessus décrite du *Lagurus ovatus*, si à elle se soudaient les deux longues subules latérales qui se rapprochent en avant et au-dessus de son point d'insertion.

La conformation et l'évolution de ces arêtes montrent très-évidemment que l'arête ne résulte pas de la nervure dorsale, mais que, au contraire, la nervure dorsale résulte de la prolongation inférieure des tissus de l'arête. Car, même dans les genres de Graminées où l'arête ne se développe pas

et n'est représentée que par le mucron de la nervure médiane, c'est toujours cette pointe, si faible qu'elle soit, qui se produit la première dans le développement de la glumelle, dont le point végétatif est toujours basilaire.

Dans les descriptions qui vont suivre, je laisserai entièrement de côté les caractères externes des arêtes, attendu que la description s'en trouve un peu partout et qu'elle ne se rapporte pas à l'objet que j'ai en vue.

*Stipa pennata.* — Arête d'un diamètre double des autres. Colonne presque en prisme rectangulaire à sa base, avec les angles très-émoussés et arrondis; face dorsale convexe, la ventrale un peu concave (Pl. II, fig. 39, *A*). Cellules très-nombreuses avec canal presque toujours central; celles de l'épiderme très-petites. Les deux groupes de cellules à chlorophylle, parallèles aux côtés, sont très-larges, vont presque d'une face à l'autre, et cependant les cellules épidermiques minces et à stomates qui les accompagnent sont réduites à deux ou trois rangs. Les cellules à chlorophylle sont très-irrégulièrement rameuses et forment un véritable lacis en s'articulant entre elles par l'extrémité de leurs ramifications irrégulières. Leur forme la plus ordinaire est celle que représente la figure 40 ; mais il n'y en a vraiment pas deux qui se ressemblent. Vers le haut, là où la face ventrale est en gouttière (Pl. II, fig. 39, *B*), les cellules du tissu libériforme sont moins nombreuses et plus grosses. Sur la subule, le faisceau central, les faisceaux latéraux et les bandes de cellules à chlorophylle se rapprochent entre eux et de la face ventrale devenue plane; et les aiguillons de la périphérie se changent sur la face ventrale en ces longs poils que tout le monde connaît.

*Stipa juncea.* — Une ceinture de poils courts entoure, comme une balustrade, le plateau circulaire sur lequel repose l'arête. Celle-ci, à sa base, est prismatique, rectangulaire avec les angles un peu émoussés (Pl. II, fig. 42). Face dorsale convexe avec dépressions latérales; face ventrale un peu concave et le devenant de plus en plus vers le haut jusqu'à se creuser en profonde gouttière (Pl. II, fig. 41). Les quatre angles, et surtout ceux de la face ventrale, sont couverts de poils appliqués. Cellules fibreuses peu nombreuses, grosses, prismatiques; cellules épidermiques plus petites que les autres. Les groupes de cellules à chlorophylle sont réniformes, et la bande épidermique à stomates est étroite et n'a guère que

trois à quatre rangs de cellules. Sur la subule, la face dorsale est semi-cylindrique, et les faisceaux, ainsi que les cellules à chlorophylle, se rapprochent de la face ventrale (Pl. II, fig. 43).

*Stipa capillata.* — Arête presque cylindrique et glabre vers sa base (Pl. II, fig. 44). Autour du faisceau central, de grosses fibres dont le canal est très-excentrique et vers l'axe; le reste, composé de nombreuses fibres très-petites, avec canal très-excentrique. Cellules de l'épiderme très-nombreuses, à parois épaisses. Groupes de cellules à chlorophylle oblongs. Même forme sur la subule, avec un canal sur la face ventrale, dont se rapprochent les faisceaux latéraux et les groupes de cellules à chlorophylle.

*Stipa tortilis.* — Vers sa base, la colonne est cylindrique, un peu comprimée et très-symétrique. Les bandes latérales de cellules à chlorophylle sont très-larges; les cellules fibreuses sont nombreuses et à canal excentrique; celles de l'épiderme excessivement petites. Les deux faisceaux latéraux y manquent tout à fait et ne se montrent que sur la moitié supérieure de cette région, où les fibres sont peu nombreuses, avec des parois excessivement épaisses.

Le *Stipa tenacissima* L., espèce d'Algérie signalée par Kunth et Lagasca «media quasi inter *Avenam* et *Stipam*» (Kunth, *Agrost. syn.*, I, p. 179), est par son arête presque aussi rapproché des *Avena* que des *Stipa*. Cette arête n'offre qu'une seule courbure, repose entre le prolongement des deux lobes de la glumelle inférieure non soudée vers le haut de ses marges et non cucullée, et enfin la coupe transversale est assez éloignée de celle des *Stipa* et plus voisine de celle des *Avena* de la première section (Pl. II, fig. 45).

D'autre part, l'*Aristella bromoïdes* se rapproche complètement des *Stipa* par la conformation de son arête à trois faisceaux et à bandes de chlorophylle parallèles aux côtés. Seulement la colonne est presque nulle, le bourrelet n'existe pas, attendu que la glumelle se prolonge en deux petits lobes, etc. Signaler ici les différences histotaxiques serait superflu, et d'ailleurs la fig. 46 en donne une idée suffisante.

Sur l'arête du *Lasiagrostis Calamagrostis*, deux fois genouillée comme celle des *Stipa*, la colonne est excessivement réduite et n'a guère qu'un demi-

tour de torsion. Les coupes transversales montrent une composition intermédiaire entre celle des *Avena* et celle des *Stipa* ; le faisceau fibro-vasculaire y occupe une grande place sans aucune trace de vaisseaux latéraux (Pl. II, fig. 47).

Enfin, l'arête des *Piptatherum* est une des plus intéressantes et des plus instructives. Bien que la glumelle soit un peu cucullée comme celle des *Stipa*, l'arête n'est point tout à fait terminale, et en avant et au-dessus d'elle se prolongent en une petite pointe les bords soudés de la glumelle, laquelle se relève un peu en bourrelet au pied de l'arête, de sorte que celle-ci semble surgir au centre d'une petite dépression. Au-dessous de l'arête s'étend une nervure médiane très-faible, ayant de chaque côté une nervure latérale également faible et *partant aussi de l'arête.* La colonne de celle-ci est excessivement courte, de sorte que l'arête semble presque réduite à la subule.

Sur le *Piptatherum paradoxum*, la coupe de la colonne (Pl. II, fig. 48) nous la montre composée vers le dos d'un tissu incolore à parois peu épaisses, entourant le faisceau fibro-vasculaire, et *sur les côtés et la face ventrale* de cellules à chlorophylle au milieu desquelles se montre un second faisceau médian. Une analyse longitudinale permet de constater que ce faisceau se divise de suite au sortir de l'arête et qu'il correspond ainsi aux deux nervures latérales de la glumelle d'abord réunies en lui. Il représente donc à lui seul les deux faisceaux de la région ventrale des arêtes des *Stipa*. Sur les coupes de la subule (Pl. II, fig. 49), on voit encore les deux faisceaux, mais autour du plus gros il n'y a plus qu'un seul rang de cellules incolores et tout le reste est rempli par des cellules à chlorophylle dont les parois sont d'une ténuité extrême. Sur la plante fraîche et jeune, la colonne n'est pas beaucoup plus grosse que la subule ; mais peu après l'anthèse la subule, composée de cellules à chlorophylle, se dessèche, s'amincit, la colonne simule une petite bulbe, et enfin à la moindre commotion le tout se détache de la glumelle.

L'extrême brièveté de la colonne sur les genres *Lasiagrostis* et *Piptatherum* nous montre le passage de l'arête complète à la simple subule (*soie* de Palisot de Beauvois ; *barbe* de plusieurs auteurs).

## MORPHOLOGIE.

La subule ne paraît être en effet qu'une arête dont la colonne ne s'est pas développée. C'est la conclusion à laquelle on est d'abord conduit par la comparaison histotaxique d'une subule d'arête complète avec une simple subule, prises toutes deux sur les fleurs d'un même épillet (*Avena elatior*), ou d'une même panicule (*Gastridium lendigerum*) ; elles offrent une identité absolue. L'évidence devient complète par la même comparaison entre des subules d'arêtes complètes et de subules simples prises sur des espèces différentes et mieux encore sur des genres différents. Nous citerons comme exemples quelques subules des genres *Bromus* et *Ægilops*, où elles sont si prononcées.

Sur les *Bromus maximus* et *macrostachys* ( Pl. I, fig, 21 ), la subule se compose : 1° d'un faisceau fibro-vasculaire médian entouré d'une masse de cellules prosenchymateuses ou tissu libériforme ; 2° de deux groupes de cellules à chlorophylle, en avant de chacun desquels est un petit faisceau latéral ; 3° de deux masses latérales de tissu libériforme ; 4° d'une enveloppe épidermique à parois épaisses, sauf sur les lignes correspondant au parenchyme vert, où l'épiderme est constitué par des cellules à parois minces avec stomates. Ce sont là les éléments constitutifs de toute arête complète, et cette dernière ne présente nullement cette «*addition d'une substance coriace*» que lui attribue Palisot de Beauvois sans en avoir fait l'anatomie ( *Agrost.*, p. *xxxvij*).

Les subules des *Ægilops* offrent absolument la même composition, mais d'ordinaire avec un seul faisceau et des différences de dimension qui n'ont pas à être reproduites ici.

Les trois faisceaux de la subule des *Bromus* se voient dans les arêtes des Stipacées, et, comme sur ces dernières, les trois faisceaux des *Bromus* se continuent dans la glumelle en trois nervures, une médiane assez forte renfermant de gros vaisseaux ponctués, et deux latérales qui, très-rapprochées de la médiane, ne sont composées que de fibres très-grêles et expirent avant d'atteindre la base de la glumelle. Chez plusieurs espèces de *Bromus*

(*B. squarrosus*, *macrostachys*, *intermedius*, *arvensis*, etc.), la subule se colore en brun et se montre tortile sur presque toute son étendue, se rapprochant ainsi d'une arête complète [1]. Sur ces subules, les groupes de cellules à chlorophylle se continuent dans la glumelle et correspondent ainsi aux lignes de parenchyme vert qui se trouvent de chaque côté contiguës aux faisceaux fibro-vasculaires des glumelles et des feuilles de Graminées (voir *Agropyrum de l'Hérault*, p. 319, et Pl. XVI, fig. 3, 6, 8). Les masses tout à fait marginales de tissu libériforme correspondent aux masses de même tissu qui bordent toute feuille de Graminée. Ainsi, une arête ou une subule représente une feuille réduite à sa nervure médiane ou à trois nervures, aux lignes contiguës de cellules à chlorophylle et aux deux lignes marginales de tissu libériforme.

Il y a plus : sur le *Bromus maximus*, par exemple, au point où la subule va s'unir à la glumelle, celle-ci se continue en une véritable ligule longuement bifide, plus large que la subule; mais la subule est elle-même plus large que sa ligne d'adhérence (Pl. I, fig. 22) ; absolument comme se comporte le limbe d'une feuille à son point d'union avec la gaîne.

Ainsi, l'arête complète et la subule simple apparaissent comme représentant une feuille dont elles ont tous les éléments, et, de leur côté, les glumelles et les glumes se montrent comme représentant des gaînes avec limbe, si elles ont une arête ou une subule; des gaînes sans limbe, si elles sont mutiques, comme la plupart des gaînes radicales sont elles-mêmes privées de limbe.

Nous voyons encore la ligule de la feuille représentée par la partie de la glumelle qui se prolonge au-dessus du point d'insertion de la subule ou de l'arête (Pl. I, fig. 1, *d*) ; cette partie est ordinairement bifide, toujours privée de nervure médiane, quelquefois entièrement membraneuse, très-souvent avec des nervures latérales et du parenchyme vert. Si la présence de ces nervures et de ce parenchyme sur le prolongement bilobé de la glumelle fournissait une

---

[1] Dans le midi de la France le *Bromus arvensis* a une subule très-tortile, bien que plus d'une Flore le place, par tradition, parmi les espèces à arête droite et non tortile. Le *B. mollis* de nos bords maritimes, ayant aussi quelquefois son arête tordue, est devenu ainsi le *B. Lloydianus*.

objection à son rapprochement de la ligule, nous rappellerions que la ligule n'est pas toujours, comme on le croit généralement, dépourvue de faisceaux, de nervures et de parenchyme vert, et que sur le *Psamma arenaria*, par exemple, la ligule atteint une grande longueur (4 centimètres) et se montre avec des nervures latérales nombreuses, du parenchyme vert, des stomates, tout comme la partie supérieure d'une glumelle. Je dois appeler l'attention sur la conformation de la ligule de cette espèce, et dire qu'elle confirme complètement l'opinion qui fait de la ligule des Graminées une stipule axillaire et, avec Kunth[1], considère la gaîne des Graminées, des Cypéracées et des Joncées comme constituée par des stipules pétiolaires dont la ligule ou les poils qui la remplacent seraient l'extrémité libre. Ces stipules s'isolent même quelquefois un peu sur les côtés, vers la naissance du limbe, et forment ces saillies qu'on a appelées *oreillettes*, sur les *Festuca*, les *Triticum*, etc. Le pétiole, représenté par la nervure médiane, est intimement uni à ces stipules et confondu avec elles dans la plupart des Graminées; il s'en isole sur une certaine longueur chez les *Bambusa*. Mais ce n'est point ici le lieu d'examiner cette question, sur laquelle on peut consulter : Cosson, *Bull. Soc. bot. de France*, tom. VII, p. 715 ; 1860 ; Duchartre, *Él. bot.*, p. 390, etc.

Si au rapprochement signalé l'on voyait une objection dans ce fait, que quelques arêtes, comme celles des *Anthoxanthum*, *Aira*, etc., sont privées de parenchyme vert, nous rappellerions la remarque faite plus haut (p. 51) que les glumelles de ces espèces en sont ordinairement privées elles-mêmes, et nous ajouterions que d'ailleurs l'absence de ce même parenchyme se constate fréquemment sur les feuilles radicales de nombreuses Graminées, Cypéracées et Joncées, lesquelles sont réduites à leur gaîne ou simplement squamiformes.

Si l'on objectait que sur l'arête du *Danthonia provincialis* l'épiderme à stomates se trouve à la face ventrale, laquelle répond à la face supérieure des feuilles ordinairement privée de stomates, nous ferions remarquer que sur un assez grand nombre de Graminées (*Spartina versicolor*, *Psamma*

[1] « GRAMINEÆ..... Stipulæ petiolares, cum petiolo connatæ, non nisi apice (ligula) liberæ» (*Enum. plant.*, I, p. 5).

*arenaria*, *Festuca spadicea*, *Triticum junceum*, *acutum* et autres, etc.), les feuilles n'ont de stomates qu'à la face supérieure. Si l'on observe les feuilles de ces mêmes Graminées bien vivantes et jeunes, on verra que, assez près du chaume, elles se tordent de manière à tourner vers la terre leur face pourvue de stomates. On sait d'ailleurs que les feuilles de plusieurs Graminées ont une grande tendance à se contourner en spirale sur toute leur longueur; par exemple, *Avena bromoïdes*, etc.

Enfin, l'analogie entre les subules et les arêtes, d'une part, et le limbe des feuilles, de l'autre, se conserve jusque dans les moindres détails. Ainsi, la structure si particulière des cellules à chlorophylle des arêtes d'*Avena* et de *Stipa* se reproduit dans les feuilles de chacune des mêmes espèces; les petits cônes constituant, soit les aspérités, soit les poils des subules, sont identiques à ceux des feuilles, se détachent de la même manière et laissent à leur place de petits trous semblables, etc.

L'identité entre la subule et l'arête, comme l'analogie entre celle-ci et la feuille, nous paraît donc ressortir de toutes ces ressemblances; elle est confirmée avec non moins d'évidence par le mode d'évolution des arêtes, des subules et du limbe des feuilles. Comme nous l'avons dit (p. 41, 44, 47, etc.), le point végétatif est toujours à la base de chacune de ces parties.

Palisot de Beauvois a cru et voulu voir une différence organique entre l'arête complète et la simple subule[1], et il a attribué à celle-ci une communication avec la glumelle, qu'il a refusée à l'arête. C'était une erreur, mais une erreur presque inévitable pour cet auteur et pour ceux qui, comme lui, n'ayant pas fait l'analyse anatomique de l'arête et n'en ayant pas suivi l'évolution, pensaient avec lui que le point végétatif des enveloppes florales des Graminées est terminal, et que, en conséquence, la glumelle se développe la première, puis sur elle la région tordue de l'arête, et enfin sur celle-ci la région supérieure ou subule. Dès-lors, ces auteurs ne pouvaient pas considérer la subule simple ou *soie* comme une arête incomplète; ils ne pouvaient y voir qu'un organe *sui generis* parfaitement complet; car, pour

---

[1] Je dois dire avec pleine sincérité que pendant trop longtemps l'autorité de cet agrostographe m'a retenu dans cette opinion, arrêtant constamment mes recherches ou les dirigeant sur une fausse voie.

eux, une arête incomplète eût été celle qui, réduite à la région inférieure et tordue, à sa colonne, n'aurait pas abouti à sa terminaison, puisque, selon leur idée, la région terminale ou *soie* sortait de la région tordue « comme d'un étui » (*Agrost*, p. *xxxvj*). C'est ce qui a porté Beauvois à considérer comme si différentes la *soie* et l'arête, et à attribuer à cette dernière une si grande importance dans l'établissement de ses genres; ce qu'évidemment il n'eût pu faire s'il eût au préalable constaté que la « *soie* » et l'arête sont un même organe à deux degrés différents d'évolution. Il eût bien plutôt répété avec Trinius: « Tam inter mutica aristataque Gramina, quam inter » uniflora et sesquiflora, limites non nisi ægre constitui possunt. » (*Fund. agrost*, p. 6 [1].)

Sur les Graminées, la multiplication des cellules d'un entrenœud, d'une feuille, d'une glumelle se fait à la base de chacune de ces parties et non à son extrémité supérieure [2]; tout comme sur les *Equisetum*, la multiplication des cellules pour l'accroissement en longueur des gaînes et des entrenœuds est basilaire et non apiculaire (*Hist. nat. des* Equisetum, p. 58 et 61). Si l'on examine une panicule d'*Aira canescens* ou d'*Avena (A. sativa*, *sterilis*, etc.) en voie d'évolution, on constate que les épillets supérieurs sont déjà très-avancés, presque fleuris, alors que les inférieurs sont à peine formés; que sur les fleurs incomplètement développées, la subule existe déjà presque avec ses dimensions définitives, alors que la colonne n'y paraît pas encore. Il en est de même du développement des parties de la feuille, de la gaîne et du limbe: il se fait en deux temps. Ce qui paraît d'abord est un bourrelet circulaire, rudiment de la future gaîne; sur lui s'élève ensuite la pointe du limbe, puis c'est à la base de ce limbe rudimentaire que s'opère la multiplication cellulaire qui en détermine l'élongation, et il est déjà formé ou du moins il a acquis une très-grande longueur, que la gaîne est encore représentée par un bourrelet cellulaire; enfin ce sera au-dessous de ce bourrelet

---

[1] Si la différence entre une arête complète et une subule ne suffit pas pour justifier une séparation de genres, à plus forte raison la simple prolongation des lobes latéraux de la glumelle d'un *Bromus* ne suffit-elle pas pour faire un genre séparé du *Bromus arduennensis*.

[2] Les enfants de la campagne qui s'amusent à sucer les entrenœuds sucrés du Blé ou de l'Avoine savent très-bien que le haut de chaque entrenœud est déjà vert, dur et non sucré, alors que le bas, contre le nœud, est blanc, tendre et savoureux.

que se fera, contre le nœud, la multiplication cellulaire qui aboutira au développement complet de la gaîne.

Le développement de l'arête et de la glumelle qui la supporte suit donc cette loi de la famille [1]; et ce que nous avons observé et décrit de l'évolution relative d'une glumelle et de son arête peut se résumer comme il suit : Sur un bourrelet cellulaire qui deviendra la glumelle, apparaît une petite saillie, sommet achevé de la future subule; les cellules qui le constituent, très-rapidement stationnaires, ne subiront plus aucune transformation, elles sont repoussées vers le haut par l'apparition des cellules à elles inférieures. Cette pointe est déjà très-longue lorsqu'on voit paraître un peu en avant deux saillies qui s'élèveront de la même façon pour constituer les lobes terminaux de la glumelle correspondant à la ligule des feuilles ; enfin apparaît la colonne, qui plus tard se tordra et qui est déjà très-longue, sinon complète, quand la région inférieure de la glumelle commence à se développer sur toute sa largeur. Quand plus tard l'arête ou seulement sa colonne se colore en brun, la coloration marche de l'extrémité supérieure à la base [2].

Ainsi le mode d'évolution est un élément d'identité de plus à ajouter à tous ceux qui existent, d'une part, entre la subule d'une arête complète et la subule simple, et d'autre part, entre une subule et le limbe d'une feuille.

Ce mode d'évolution permet encore de se rendre compte de la variabilité du point d'insertion de l'arête *dorsale* sur la glumelle de plusieurs Graminées (*Alopecurus*, *Avena elatior*, *Deschampsia*, etc. ; voir ci-dessus p. 39, 40 et 56), où elle est placée d'autant plus bas que son développement est plus complet. En effet, la partie terminale de la glumelle, je veux dire celle qui est au-dessus de l'arête, se développe en même temps que celle-ci ; mais le

---

[1] Le mode de développement de la feuille des Graminées et des Cypéracées, ainsi que les rapports entre l'évolution du limbe et celle de la gaîne, ont été très-exactement décrits par M. Trécul, *Mém. sur la formation des feuilles*, dans les *Ann. d. sc. nat.*, 3e série, Botanique, tom. XX, p. 189 et 190, et surtout p. 285 et suiv.; 1853. Voir aussi De Candolle, *Organ. vég.*, I, p. 354. — Steinheil, *Ann. sc. nat.*, 2e série, Bot., tom. VIII, p. 269 et suiv.; 1837. — Adr. de Jussieu, *Ann. sc. nat.*, 2e série, Bot., tom. XI, p. 251, 258, 260, etc.; 1839. — H. von Mohl, *Ann. sc. nat.*, 2e série, Bot., tom XIII, p. 223 ; 1840.

[2] Il faut cependant faire remarquer que sur chaque épillet le développement des fleurs a lieu en sens inverse, et que sur l'*Aira canescens*, les *Avena*, etc., la fleur supérieure est dans son développement constamment en retard de quelques jours sur la fleur inférieure.

développement de l'une et de l'autre cesse constamment au moment où se fait celui de la partie de la glumelle qui est au-dessous de l'arête. Si donc ce dernier ne commence que lorsque celui de l'arête et de la région supérieure de la glumelle est tout à fait achevé, l'arête aura son point d'insertion placé aussi bas que le comporte l'espèce ; si, au contraire, la multiplication des cellules de la région inférieure de la glumelle commence avant l'achèvement de l'arête et la complète élongation de la partie supérieure de la glumelle, comme cette multiplication suspend le développement de l'arête, on n'aura qu'une subule (ou même qu'un simple mucron), placée d'autant plus près du sommet de la glumelle que l'arrêt aura été plus hâtif. Le point d'insertion de l'arête est donc loin d'avoir une stabilité qui lui permette d'être employé comme caractère spécifique.

Nous avons dit que la subule d'une arête complète nous paraît répondre au limbe d'une feuille; mais alors à quoi répond la colonne ou région tortile? Il nous semble qu'elle peut être considérée comme répondant au pétiole du limbe. Ce pétiole est apparent et nettement isolé sur les feuilles des *Bambusa*; sur celles de nos Graminées, intimement uni aux stipules qui avec lui constituent la gaîne, il n'est plus représenté que par cette région qui, contiguë à la ligule, mais en dehors d'elle, tantôt plus rétrécie, tantôt plus dilatée que le limbe, se trouve à la naissance de cette partie et la sépare nettement de la gaîne, non-seulement par sa couleur blanche ou brune, mais par la structure de ses cellules *à parois épaisses*, par l'absence ordinaire de parenchyme vert et de stomates. On remarque même sur cette région la tendance à la torsion qui caractérise la colonne. Cette manière de voir répond à ce que M. Trécul, s'appuyant sur d'autres considérations, a dit de la feuille des Graminées : « Une feuille de Graminée peut être comparée à une feuille de *Chamærops* »dépourvue de pétiole et dont le limbe ne serait pas divisé, et ne doit pas »être considérée comme un pétiole dont le limbe serait avorté, comme l'ont »pensé quelques botanistes éminents» (*Mém. sur la formation des feuilles*, dans les *Ann.*, *sc. nat.*, 3e série, Botanique, tom. XX, p. 287).

Sur les *Carex* on trouve, à la base de la tige, des feuilles sans limbe et réduites à l'état de gaînes squamiformes; puis, vers le milieu, des feuilles avec gaîne et limbe, et enfin, vers le haut, des feuilles bractéales très-souvent

sans gaine et même n'embrassant pas tout à fait la tige. Il en est exactement de même sur les Graminées pour les feuilles squamiformes du bas de la tige et pour les feuilles plus complètes du milieu; enfin, sur plusieurs genres, *Phleum*, *Phalaris*, *Panicum*, *Agrostis*, *Agropyrum*, etc., il n'est pas rare de trouver sous la panicule un développement anormal de feuilles bractéales entièrement semblables à celles des *Carex*, et, comme elles, sans gaine aucune; bien plus, toutes les Graminées portent encore des traces de ces feuilles bractéales arrêtées à leur premier état de simple bourrelet (Voir *Agropyrum de l'Hérault*, p. 366). Or, tous les degrés du développement de la feuille se retrouvent sur la glumelle : à la feuille complète, ayant gaine, pétiole isolé et limbe, répond la glume avec arête complète; à la feuille avec limbe sessile, depuis le simple mucron surmontant une gaine jusqu'au limbe le plus long, répond la glumelle avec subule, depuis le mucron le plus réduit jusqu'à la subule la plus prolongée[1] ; à la feuille basilaire réduite à sa gaine sans limbe répond la glumelle mutique ; à la feuille réduite à son limbe et sans gaine développée répond enfin l'arête sans glumelle de quelques *Andropogon*. On peut donc répéter avec Link : « Perigonia Graminum » structuram habent vaginarum et revera sunt vaginæ foliorum superstites » (*Hort. berol.*, I, p. 263).

---

[1] Voici les termes employés par Trinius pour exprimer les divers degrés de ce développement :

« *ARMA* sunt :

*Seta* : nervi unius prolongatio subfiliformis.

*Mucro* : seta brevissima, crassa.

*Cuspis* : setula brevis e basi plana l. convexa.

*Rostrum* : seta crassior, utrinque valvulæ substantia, plerumque membranacea, neque vero ad apicem usque, alata.

*Acumen* : totius valvulæ substantia in subulam brevissimam excurrens.

*Subula* : totius valvulæ s. nervorum omnium coalitorum elongatio in acumen longissimum.

*Arista* : epiphysis, valvulæ substantiæ plus minus heterogenea ; plerumque tortilis, plicata, basique articulata. » (*Fund. agrost.*, p. 71 et 72.)

## EXAMEN DE DEUX QUESTIONS SECONDAIRES.

Avant de terminer par un résumé, il nous reste à examiner :

1° S'il n'y a vraiment que la glumelle inférieure qui porte une arête complète ;

2° S'il est possible de rendre compte de l'absence d'arêtes complètes sur les autres enveloppes florales.

I. Comme nous l'avons vu plus haut (p. 36), Trinius affirme que l'arête complète n'existe que sur la *glumelle inférieure*. Nos observations sont conformes à cette assertion ; et nous croyons, avec Trinius, que l'attribution d'une arête à la glumelle supérieure est le résultat d'une erreur d'interprétation[1]. Nous n'en parlerions même pas ici, si nous ne trouvions une affirmation contraire précisément dans un ouvrage que possède tout botaniste français.

Dans la *Flore de France*, M. Godron, à l'exemple de Schrader (*Fl. germ.*, I, p. 232 et suiv.; 1806), soit dans la diagnose générique des *Andropogon*, soit dans la description des espèces, n'attribue aux épillets de ce genre qu'une seule fleur, sans mentionner le rudiment d'une seconde fleur, et dit expressément : « Glumelle supérieure aristée dans les fleurs » fertiles » (o. c., III, p. 465 et suiv.). Selon cette interprétation, il ne devrait y avoir à l'intérieur des deux glumes que deux glumelles ; mais, chez nos *Andropogon*, il y en a *trois :* l'inférieure est mutique, la moyenne aristée et la supérieure mutique, bicarénée ; cette dernière étant, il est vrai, très-petite, quelquefois rudimentaire et presque nulle. Or, sauf erreur,

---

[1] Voici comment s'explique cet auteur :

« Aristæ sub ea, qua in valvula inferiore occurrunt, forma, in nulla alia graminei floris parte inveniuntur. Calyx armatus non nisi setas vel subulas gerit, rarissime rudimenta amorpha quædam illi adsociantur, comparationem cum aristis non nisi rudem aliquam admittentia (*Trixena*, Humb.). In valvula superiore aristas non dari jam supra monuimus, quodque auctores aliqui de valvulis superioribus aristatis loquuntur, nil est nisi error observationis. » (*Fund. agrost.*, p. 27).

R. Brown a été le premier à considérer l'épillet fertile des *Andropogon* comme biflore; la glumelle la plus inférieure constitue à elle seule une fleur neutre, et la fleur supérieure est complète et normale, avec sa glumelle inférieure (la moyenne des trois) aristée, comme sur toutes les autres Graminées (*Prodr. fl. Nov.-Holl.*, p. 25 ; 1810). Et depuis R. Brown cette interprétation a été adoptée par Gaudin (*Agrost. helv.*, I, p. 107 ; Palisot de Beauvois, *Agrost.*, p. 130 ; Sprengel, *Pl. pug.*, II, p. 8 ; Kunth, apud Humb. et Bonpl., *Nov. gen. et sp.*, I, p. 148, et *Agrost. syn.*, I, p. 485 ; Rœmer et Schultes, *Syst.*, II, p. 52; Trinius, *Fund. agrost.*, p. 185; Koch, *Syn.*, ed. 3ª, p. 668; Nees v. Esenbeck, *Gen. pl. fl. germ.*, n° 92; Steudel, *Syn. Glum.*, I, p. 363; Doell, *Fl. Bad.*, I, p. 233-235; Cosson, *Fl. Alg. Glum.*, p. 46, etc.).

M. Godron n'ayant point exposé les raisons qui lui ont fait adopter son interprétation, je ne puis ni les apprécier ni les combattre ici; et, bien que ce savant botaniste ait quelque peu modifié son expression dans sa *Flore de Lorraine*, en disant: « Épillets hermaphrodites renfermant deux fleurs, » dont l'inférieure stérile est réduite à une écaille qui simule une troisième » glumelle » (2e éd., II, p. 397), il n'en dit pas moins trois lignes plus loin: « Glumelle *supérieure* aristée dans les fleurs fertiles ». Ce qui est en contradiction avec la description de l'*Andr. Ischæmum*, où le même auteur dit formellement: « Glumelles trois, dont la médiane terminée par » une arête », o. c., p. 398; car si la fleur inférieure neutre est réduite à une glumelle, la glumelle médiane, qui est aristée, est la glumelle inférieure de la deuxième fleur ou fleur fertile.

On se rend très-bien compte de la composition de l'épillet hermaphrodite des *Andropogon* en considérant l'épillet biflore d'une espèce uniaristée d'*Aira*. Dans ce genre, quand il n'y a qu'une des deux fleurs qui soit aristée, c'est *toujours et sans exception la supérieure*. Or, que l'on réduise la fleur mutique à une seule glumelle, la glumelle inférieure et aristée de la deuxième fleur remplira le même rôle et occupera la même place que la glumelle aristée des *Andropogon*. Alors, la glumelle supérieure de la deuxième fleur subsistant, il y aura deux glumelles du côté opposé à la glumelle aristée, et c'est précisément ce qui se présente constamment sur les fleurs hermaphrodites de l'*Andr. Gryllus* et presque sur toutes celles de l'*Andr.*

*Ischæmum*, où la glumelle de la deuxième fleur, quand elle y existe, est courte et bidentée. Sur cette dernière espèce, l'épillet mâle stipité n'a aussi le plus souvent qu'une glumelle, laquelle est absolument semblable à celle de la fleur neutre de l'épillet hermaphrodite.

Si l'on admettait que chez les *Andropogon* la glumelle aristée est la glumelle supérieure, on se trouverait en face de quatre anomalies, ou si l'on veut de quatre exceptions avec ce que présentent les autres Graminées qui peuvent, avec quelque droit, être prises pour le type normal: 1° La glumelle supérieure porterait une arête, ce qui ne se voit nulle part dans cette grande famille; 2° cette même glumelle supérieure, au lieu d'être parinerviée, serait semblable à la glumelle inférieure des autres genres; 3° une autre glumelle bicarénée se trouverait *au-dessus de la supérieure*; 4° la position des étamines serait inverse de ce qu'elle est dans le reste de la famille. En effet, l'étamine impaire, au lieu d'être placée contre la glumelle inférieure, le serait contre la supérieure, car l'analyse d'un épillet hermaphrodite d'*Andropogon*, reproduite dans le diagramme de la fig. 17, nous montre que l'étamine impaire est placée contre la glumelle aristée, et par suite la position des glumelles et du caryopse se trouverait également inverse de ce qu'elle est ordinairement[1].

Cette dernière considération nous paraît de nature à trancher la question et à permettre d'affirmer que, sur les *Andropogon*, la glumelle aristée est la glumelle inférieure, et qu'ainsi cette glumelle est sans exception la seule à porter une arête complète.

II. La glumelle supérieure n'est donc point aristée, et de leur côté les glumes n'ont jamais non plus d'arête complète, ainsi que Palisot de Beauvois l'avait lui-même fait remarquer (*Agrost.*, p. *xxjx*), bien que quelquefois elles portent des subules assez développées. Est-il possible de donner de ces faits une explication satisfaisante?

Trinius l'a essayé. Cet agrostographe pose en principe que la cause prin-

---

[1] In *Holco*, *Andropogone*, *Saccharo*, *Imperata*, gluma revera biflora est; quod, cum probabile redditur ex florum summa affinitate cum *Ischæmo* et ex situ squamularum hypogynarum, penitus demonstratum est positione embryonis. » (R. Brown; *Prodr. fl. Nov.-Holl.*, p. 25, obs. 2a, ed. Isidis). — Voir aussi Trinius; *Fund. agrost.*, p. 7.

cipale de toutes les modifications non essentielles des enveloppes florales des Graminées se trouve, soit dans la surabondance, soit dans le défaut des sucs *nutritifs* « pro conservatione individui », ou *plastiques* « pro reproductionis negotio » (*Fund. agrost.*, p. 3). Il affirme ensuite que la glumelle supérieure ou bicarénée, appartenant au système des organes reproducteurs, est un organe en soi absolument achevé, soustrait à l'influence de toute force étrangère et à tout dépôt de matière superflue [1]; que, d'autre part, les glumes, appartenant comme les feuilles au système nutritif et conservateur de l'individu, ne reçoivent que des sucs à ce destinés, et que dès-lors ni la glumelle supérieure ni les glumes ne peuvent avoir d'arête, mais seulement des prolongations de nervures; qu'au contraire la glumelle inférieure, participant des deux systèmes [2], est le point sur lequel se rencontrent et luttent entre elles les deux forces, la nutritive et la plastique, et devient ainsi tout particulièrement propre à recevoir et à s'approprier les matériaux surabondants, et que pour cette raison elle est exposée à l'apparition des excroissances résultant de ce conflit et au nombre desquelles sont les arêtes [3].

La simple mention de ces vues purement théoriques prémunit contre le

---

[1] « Valvula corollæ superior est organum ad organismum reproductivum pertinens, in se ipso »absolutum, itaque alienarum virium nulli obnoxium. Depositionum igitur illarum in hac val»vula locus non erit.» (*Fund. agrost.*, p. 25.)

[2] « Valvula inferior pube pilisque obtecta affinitatem suam cum foliis reliquisque ad systema »nutritivum spectantibus partibus ultro confirmat, quoniam pubescentia illa, sæpe a loci na»talis natura dependens, culmo foliisque Graminum præcipue propria est. » (Trinius: *Fund. agrost.*, p. 21.)

[3] « Valvula autem inferior, in qua activitates duas heterogeneas confligere diximus, propriam »ac genuinam sistit scenam, pro recipiendis in se consumendisque materiis illis abundantibus »aptissimam; quam ob rem et ea squama præ cæteris, eaque fere sola, oriundis ex illo con»flictu excrescentiis exposita esse solet. Atque ex his quidem prodeunt sic dictæ *aristæ*, Graminibus propriæ. (*Ibid.*, p. 25.)

Voici en quels termes le même auteur explique la présence de poils sur la glumelle inférieure : « Accumulata intra calycem hæcce materiei copia, pro effingendo flore unico nimia, »pro elaborandis vero tot, quot eorum initia extant, perfectis floribus haud sufficiens, sub me»rorum vasculorum, nulla copulante tela cellulosa junctorum, forma apparens, pilorum fasci»culos illos sistit, quorum haud raro plures in floris unius circuitu reperiuntur » (*Ibid.*, p. 22). Le malheur est que ces poils ont une structure d'une extrême simplicité et ne rappelant en rien celle de vaisseaux non unis par du parenchyme, « merorum vasculorum, nulla copulante tela »cellulosa junctorum ».

danger des hypothèses et des explications tirées des *causes finales ;* aussi me bornerai-je à signaler quelques faits ayant de l'analogie avec celui qui nous occupe.

D'abord l'absence de nervure médiane sur la première feuille des rameaux de Graminées est si clairement en rapport avec l'absence ordinaire de la même nervure, et par suite de l'arête sur la glumelle supérieure, qu'il est permis de la rapporter à la même cause et qu'il suffit de rappeler ce qui a été dit sur ce sujet (Cosson, *Bull. Soc. bot. de Fr.*, tom. I, p. 16, et J. Duval-Jouve in Billot, *Annot. fl. Fr. et All.*, p. 114).

Ensuite, si l'on regarde la partie inférieure d'un chaume de Graminée ou de Cypéracée, on voit que constamment les feuilles inférieures (ou au moins la plus inférieure) demeurent à l'état de gaîne squamiforme, absolument sans limbe ou avec un mucron rudiment du limbe non développé. Chez les *Bambusa* les feuilles qui couvrent les chaumes en voie de développement sont très-grandes, mais réduites à leur gaîne, sans pétiole, sans limbe ou tout au plus avec un mucron représentant un limbe rudimentaire. — Sur les formes dites vivipares (*Poa bulbosa*, *Avena sativa, Agrostis alba*, *Deschampsia cespitosa*, etc.), les glumelles sont les seules à développer un limbe foliacé et les glumes restent toujours à leur état squamiforme. — Sur les *Vulpia* et autres Graminées où l'une des glumes subit un moindre développemeut, c'est toujours l'inférieure qui s'arrête et la supérieure est la seule à porter une subule.

Les glumes, occupant la partie inférieure de chaque épillet, subissent la même loi que les feuilles inférieures d'un chaume, lesquelles demeurent incomplètes, réduites à l'état d'écailles ou de gaînes, à l'abri desquelles se développent les feuilles plus complètes avec limbe, comme la glumelle inférieure se développe à l'abri des glumes. En effet, le point de multiplication étant basilaire, ni entrenœud ni gaîne ne se développent, si leur point végétatif n'est pas recouvert par un organe protecteur. A la base d'un entrenœud de Graminée en voie d'évolution, les tissus sont si délicats et si faibles que l'entrenœud s'y briserait s'il n'était pas soutenu par la gaîne plus âgée qui l'enveloppe et le protége. Et si, avec les précautions les plus délicates, on parvient à enlever la gaîne la plus haute qui protége la panicule et le dernier entrenœud, celui-ci est à sa base, à son point

végétatif, si tendre et si faible, qu'il se courbe à l'instant sans pouvoir se soutenir; si on le soutient, il se dessèche à l'air, et tout développement est arrêté. Sur une Graminée qui germe, par exemple sur le *Triticum vulgare*, la première feuille se réduit à une gaîne dont le point végétatif basilaire a été protégé, lorsqu'elle était encore à l'état de gemmule, par la gaîne cotylédonaire, à l'abri elle-même sous les enveloppes de la graine. Cette gaîne n'a pas de limbe, dont le développement n'eût été protégé par rien; elle est fermée jusqu'au haut, où elle se fendra en une très-petite ouverture par où passera d'abord l'extrémité du limbe de la première feuille qui s'est développée sous son abri, comme les feuilles suivantes y commenceront la formation et le développement de leur gaîne et de leur limbe [1]. La première, qui sort par la fente du sommet déchiré, a déjà un limbe long de six centimètres que sa gaîne est encore réduite à son bourrelet primitif; c'est contre lui que le limbe a son point végétatif; plus tard, la gaîne de cette première feuille s'accroîtra aussi par sa base sous l'abri de la première gaîne, laquelle est sans chlorophylle, comme un grand nombre de glumes et comme toutes les feuilles radicales et squamiformes.

Ainsi, les glumes, organes protecteurs de l'épillet, se comportent comme les feuilles radicales, et sont réduites à la gaîne nue ou portant seulement un rudiment de limbe.

---

[1] « Dans le bourgeon, dont la nourriture est assurée par sa communication directe avec le »rameau, la première feuille et même plusieurs feuilles sont purement protectrices. Aussi *sont-»elles bornées à la gaîne de consistance écailleuse*, avec un limbe tout à fait rudimentaire ou nul.» (Ad. de Jussieu, *Mém. sur les embryons monocotylédonés*, dans les *Ann. sc. nat.*, 2e série. Bot., tom. XI, p. 251), et aussi, même page : « Dans les embryons de *Dracæna* les premières feuilles de la gemmule ne développent que leur gaîne écailleuse».

Les feuilles basilaires qui constituent les tuniques de certaines bulbes ou les écailles de certaines autres, sont absolument dépourvues de limbe, et c'est aussi à l'état de gaîne ou de simple écaille qu'elles protégent le premier développement des feuilles et de la tige.

## RÉSUMÉ.

1° Il y a à distinguer l'arête complète (ou plus simplement l'*arête*) et l'arête incomplète (ou *subule*).

2° L'arête complète se compose de deux régions : une inférieure, hygrométrique et tortile, ou *colonne ;* une terminale non tordue, ou *subule.*

3° La subule peut exister sans être supportée par la colonne ; elle est dite subule simple.

4° L'arête complète ne se développe que sur la glumelle inférieure.

5° La subule simple apparaît sur toutes les enveloppes florales (glumes ou glumelles), à tous les degrés de développement, depuis le plus réduit (mucron, apex, Auct.) jusqu'au plus allongé (soie, barbe, Auct.).

6° Dans toute arête, on trouve au moins un faisceau fibro-vasculaire central, entouré de fibres libériformes à parois épaisses. Les arêtes dorsales n'ont qu'un faisceau, les terminales en ont trois.

7° Le faisceau central de l'arête descend toujours dans la glumelle et jusqu'à sa base.

8° L'arête contient aussi des bandes latérales de parenchyme vert quand la glumelle aristifère en contient elle-même.

9° Sur les bandes de parenchyme vert, les cellules de l'épiderme sont à parois minces et avec stomates ; sur le reste, elles sont à parois épaisses et sans stomates.

10° Sur les espèces d'un même genre, la structure des arêtes se rattache à un type général avec des différences propres à chaque espèce.

11° Sur une même espèce, la structure d'une subule simple est identique à celle d'une subule faisant partie d'une arête complète.

12° La subule simple n'est qu'une arête dont la colonne ne s'est pas développée, comme une feuille sessile est celle dont le pétiole ne s'est pas développé.

13° De même qu'on ne peut fonder une distinction générique sur l'absence ou la présence du pétiole des feuilles, on ne peut séparer génériquement les Graminées à glumelles subulées de celles à glumelles aristées.

14° Une glumelle avec arête complète répond à une feuille complète; la glumelle correspond à la gaîne, sa partie supérieure à la ligule, la colonne au pétiole, la subule au limbe.

15° La glumelle paraît d'abord sous forme de bourrelet cellulaire; la subule se montre et se développe ensuite, puis au-dessous d'elle la colonne, et enfin la glumelle achève son développement.

16° Comme la première feuille d'un rameau de Graminée est, par un effet de compression, privée de nervure médiane, la glumelle supérieure est, par le même effet, toujours privée d'arête et le plus souvent de nervure médiane.

17° Les glumes sont privées d'arête complète, comme les feuilles radicales sont privées de limbe chez les Graminées, les Cypéracées, les Joncées et la plupart des Monocotylédones.

Montpellier, 7 août 1871.



J. Duval-Jouve del. Lith. Boehm & Fils, Montpellier.

# Explication des Figures de la Planche I.

FIG. 1 *Avena sterilis.* Glumelle inférieure et arête complète. *ab*, colonne; *bc*, subule; *d*, portion de la glumelle au-dessus de l'insertion de l'arête.

— 2 *Bromus maximus.* Glumelle inférieure et subule.

— 3 *Bromus arvensis.* Glumelle inférieure et subule.

— 4 *Alopecurus pratensis.* Coupe de l'arête vers le milieu de la colonne. 142 diamètres.

— 5 *Holcus lanatus.* Coupe de l'arête vers le milieu de la colonne. 482 d.

— 6 *Anthoxanthum odoratum.* Coupe au même point de l'arête de la fleur neutre supérieure. 142 d.

— 7 *Aira caryophyllea.* Coupe de l'arête vers le milieu de la colonne. 482 d.

— 8 *Aira canescens.* Partie de l'arête. 68 d. *ab*, partie de la colonne; *bc*, subule claviforme; *o*, verticille d'aiguillons.

— 9 Aiguillon séparé. 482 d.

— 10 Arête en voie de formation. 350 d. *a*, verticille d'aiguillons; *n*, partie inférieure de la subule; *p*, partie supérieure de la colonne.

— 11 Développement de l'arête. 68 d. La subule claviforme est seule développée avec la partie supérieure de la glumelle.

— 12 Développement de l'arête. 68 d. Le verticelle d'aiguillons apparaît ainsi que la partie supér. de la colonne.

— 13 Extrémité supérieure de la colonne après macération et chute du verticille d'aiguillons. 100 d.

— 14 *Aira flexuosa.* Coupe de l'arête vers le milieu de la colonne. 482 d.

FIG. 15 *Andropogon Gryllus.* Coupe de l'arête vers le milieu de la colonne. 142 d.

— 16 *Andropogon Allionii.* Coupe de l'arête vers le milieu de la colonne. 142 d.

— 17 *Andropogon Ischæmum.* Diagramme d'un épillet hermaphrodite. *a*, glume inférieure; *b*, glume supérieure; *c*, glumelle inférieure de la fleur neutre; *d*, glumelle inférieure de la fleur hermaphrodite; *e*, glumelle supérieure.

— 18 *Danthonia provincialis.* Coupe de l'arête sur la subule. 142 d.

— 19 Coupe de l'arête vers le haut de la colonne. 142 d.

— 20 Coupe de l'arête à la base de la colonne. 142 d.

— 21 *Bromus macrostachys.* Coupe de la subule vers sa base. 142 d.

— 22 *Bromus maximus.* Coupe un peu au-dessous de l'union de la subule et de la glumelle. 70 d.

— 23 Un stomate de la colonne de l'*Avena sterilis*, vu par dessus. 482 d. *a*, cellules ostiolaires; *b*, cellules latérales.

— 24 Le même, vu longitudinalement selon la fente ostiolaire. *a*, cellules ostiolaires; *b*, cellules latérales; *c*, cuticule.

— 25 Le même coupé transversalement vers son milieu.

— 26 Le même coupé transversalement vers une extrémité.

— 27 *Avena sterilis.* Cellules à chlorophylle de la colonne. 482 d.

— 28 Cellules à chlorophylle de la subule. 482 d.

## Explication des Figures de la Planche II.

---

FIG. 29 *Avena barbata*. Coupe de l'arête vers le milieu de la colonne. 142 d. *a*, bande de cellules à chlorophylle remplissant les rainures latérales ; *b*, rainure d'une arête desséchée ; *dd*, région dorsale ; *vv*, région ventrale.

— 30 *Avena barbata*. Coupe vers le quart inférieur de la subule. 142 d.

— 31 *Avena sempervirens*. Coupe de l'arête vers le milieu de la colonne. 142 d.

— 32 *Avena pubescens*. Même coupe. 142 d.

— 33 *Avena bromoïdes*. Même coupe. 142 d.

— 34 *Avena dubia*. Même coupe. 142 d.

— 35 *Avena elatior*. Même coupe sur une arête au moment de l'anthèse. 142 d.

— 36 *Avena elatior*. Même coupe sur une arête à la maturité. 142 d.

— 37 *Gaudinia fragilis*. Coupe de l'arête vers le bas de la colonne. 142 d.

— 38 *Lagurus ovatus*. Coupe de l'arête vers le milieu de la colonne. 142 d.

— 39 *Stipa pennata*. Coupes de l'arête. A, près de la base de la colonne ; B, au-dessus du milieu.

FIG. 40 *Stipa pennata*. Cellules à chlorophylle de la colonne. 482 d.

— 41 *Stipa juncea*. Coupe de l'arête vers le milieu de la colonne. 482 d.

— 42 *Stipa juncea*. Coupe de l'arête contre la base de la colonne. 60 d.

— 43 *Stipa juncea*. Coupe de l'arête vers la base de la subule. 142 d.

— 44 *Stipa capillata*. Coupe de l'arête au tiers inférieur de la colonne. 142 d.

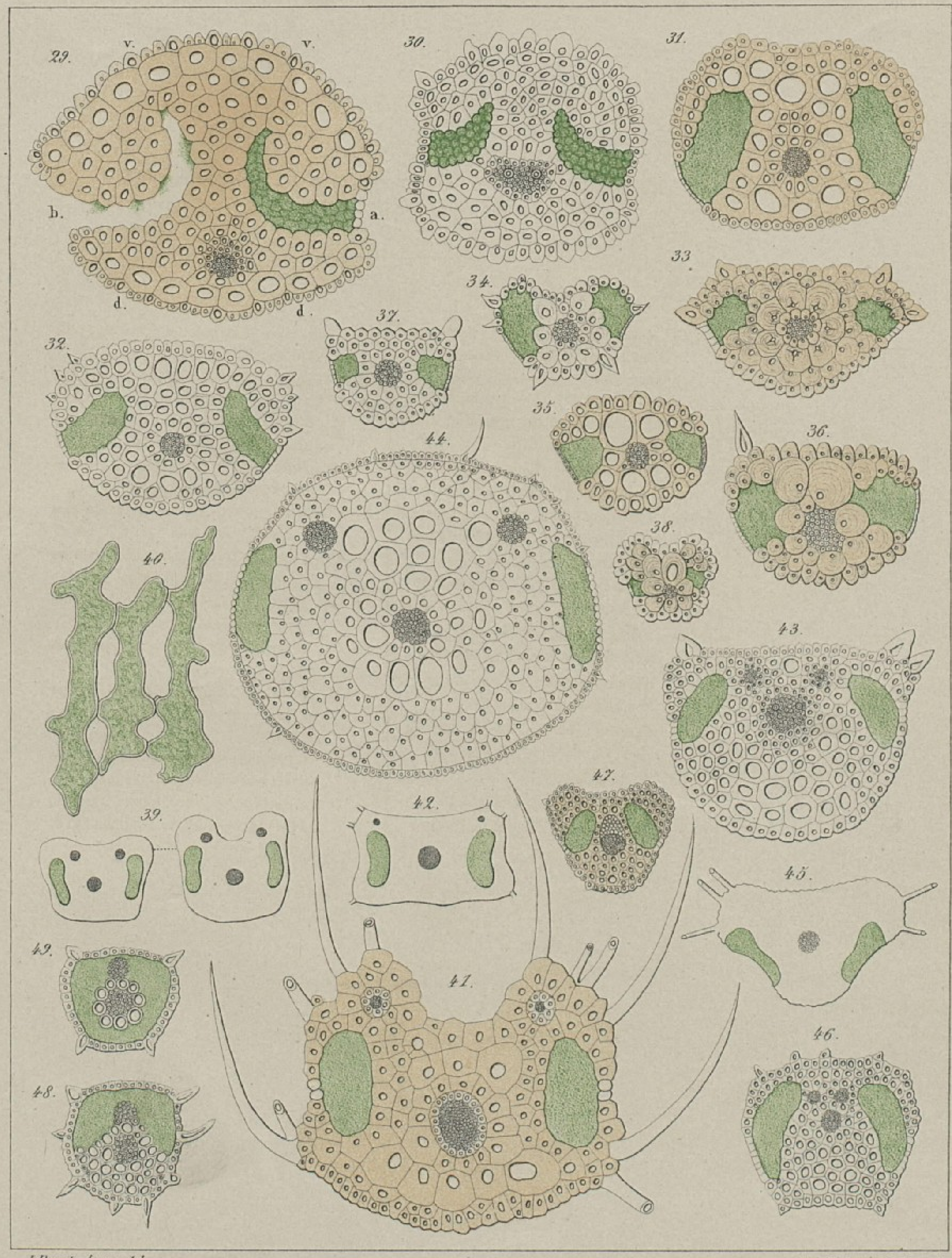
— 45 *Stipa tenacissima*. Coupe de l'arête vers le milieu de la colonne. 70 d.

— 46 *Aristella bromoïdes*. Coupe de l'arête vers sa base. 142 d.

— 47 *Lasiagrostis Calamagrostis*. Coupe de l'arête vers le milieu de la colonne. 142 d.

— 48 *Piptatherum paradoxum*. Coupe de l'arête vers la base de la colonne. 142 d.

— 49 *Piptatherum paradoxum*. Coupe de l'arête vers le milieu de la subule. 142 d.




J. Duval-Jouve del.

Lith Boehm & Fils, Montpellier.

## CONSIDÉRATIONS THÉORIQUES

SUR

# LES ÉCHELLES DE TEMPÉRATURES

ET SUR

## LE COEFFICIENT DE DILATATION DES GAZ PARFAITS,

**Par M. A. CROVA.**



Dans un ouvrage publié en 1868 [1], M. Mohr propose une nouvelle échelle thermométrique à laquelle il donne le nom d'échelle chromatique, et se livre à ce sujet à des considérations qui tendraient à prouver que l'échelle du thermomètre centigrade est comparable, par son imperfection, aux échelles arbitraires des aréomètres de Baumé et de Cartier, c'est-à-dire, qu'à des degrés égaux ne correspondraient point des accroissements égaux de température. Il donne à ce sujet des démonstrations tendant à prouver que la position du zéro absolu sur l'échelle centigrade dépend du point de départ que l'on adopte pour le déterminer, et que par conséquent il ne doit pas exister de zéro absolu. L'échelle thermométrique qu'il propose est du reste indéfinie dans les deux sens.

Quoique l'inexactitude des assertions contenues dans cet ouvrage sur les points que je viens d'énumérer soit évidente, et que les erreurs s'y révèlent d'elles-mêmes, j'ai cru qu'il ne serait pas inutile de résumer quelques

[1] *Mechanische Theorie der chemischen Affinität*, etc., par M. Mohr, professeur à l'Université de Bonn, (1868).

principes relatifs aux échelles de température et au coefficient de dilatation des gaz parfaits. La comparaison de ces principes avec les démonstrations contenues dans cet ouvrage montrera immédiatement où sont les erreurs.

---

On connaît la théorie remarquable de Daniel Bernouilli sur la constitution des gaz; elle est exposée dans le *Traité d'hydrodynamique* publié par ce savant en 1738. Depuis, elle a été reprise par M. Krönig, de Berlin, et par M. Clausius qui lui a donné de grands développements[1].

D'après cette théorie, toutes les propriétés des gaz permanents s'expliquent facilement, si l'on donne à la molécule de chaque gaz une force vive $\frac{mu^2}{2}$ proportionnelle à sa température absolue. On arrive ainsi à la relation

$$pv = \frac{2}{3} \sum \frac{mu^2}{2};$$

c'est-à-dire que le produit du volume d'une masse gazeuze par la pression qu'elle supporte est égal aux deux tiers de la somme des forces vives des mouvements de ses molécules.

Soit une masse constante d'un gaz parfait, contenue dans un vase à parois inextensibles. A une température déterminée, celle de la fusion de la glace, par exemple, ce gaz exerce sur les parois du vase une pression qui est la résultante des composantes normales des chocs moléculaires qui se produisent toutes les fois qu'une molécule gazeuse se réfléchit sur ses parois.

Or, les expériences de M. Regnault sur la dilatation des gaz permanents sous volume constant, conduisent à cette conclusion, que pour chaque degré centigrade d'élévation de température au-dessus du point de fusion de la glace, la force élastique du gaz augmente de $\frac{1}{273}$ de sa valeur à $0^c$.

La régularité presque parfaite de la dilatation de l'air et des gaz permanents a conduit les physiciens à substituer à l'échelle centigrade du thermomètre à mercure l'échelle centigrade du thermomètre à air, chaque degré de cette

---

[1] Verdet; *Théorie mécanique de la chaleur*, tom. II.

échelle correspondant à un accroissement constant de la force élastique qu'avait la masse gazeuze à 0$^c$.

Il est donc évident que si, au lieu d'échauffer le gaz de 1$^c$ on le refroidit de 1$^c$ au-dessous de 0$^c$, sa force élastique diminuera de $\frac{1^c}{273}$ de sa valeur à 0°, et que par conséquent, si le gaz continue à conserver les propriétés des gaz parfaits, sa force élastique sera nulle à 273$^c$ au-dessous de zéro.

En appelant T la température absolue comptée à partir de ce point, la température absolue du zéro centigrade sera donc 273$^c$.

Si donc, nous prenons provisoirement pour unité la force élastique du gaz à la température de 0° centigrade, sa force élastique à $t°$ de la même échelle, sera :

$$1 + \alpha t = 1 + \frac{t}{273} = \frac{273 + t}{273} = \frac{T}{273}.$$

Ainsi toute élévation de 1° centigrade augmentera d'une fraction constante et égale à $\frac{1}{273}$ la force élastique primitive du gaz à 0$^c$.

Au lieu de prendre pour unité la force élastique du gaz à 0$^c$, prenons pour unité la force élastique du gaz à toute autre température de l'échelle centigrade, par exemple à 100$^c$.

A 0$^c$ sa force élastique serait

$$\frac{1}{1 + \frac{100}{273}} = \frac{273}{373},$$

et pour chaque degré d'élévation de température, sa force élastique s'accroîtra, non plus de $\frac{1}{273}$ mais de $\frac{1}{373}$. En général, si l'on prend pour unité la force élastique du gaz à $t^c$, l'accroissement de force élastique correspondant à une élévation de température de 1$^c$ sera $\frac{1}{273 + t} = \frac{1}{T}$ de sa valeur primitive à $t^c$.

Ce résultat était facile à prévoir; en effet, si maintenant nous prenons pour unité la force vive qu'il faut communiquer à une molécule gazeuse pour l'élever du zéro absolu à 1° de l'échelle absolue, le coefficient de dilatation de ce gaz sera égal à l'unité, puisqu'il est égal à l'augmentation de la

force élastique du gaz sous volume constant, c'est-à-dire proportionnel à l'augmentation de son énergie intérieure. Mais on mesure toujours le coefficient de dilatation relatif, c'est-à-dire le rapport de l'augmentation de la tension du gaz pour une élévation de température de 1° à sa tension à une température définie.

On voit donc que si le numérateur de la fraction qui représente le coefficient de dilatation est constant, son dénominateur dépend de la température absolue que l'on prend pour point de départ. En général, si ce point de départ est à $t^c$, le coefficient de dilatation relatif est

$$\frac{1}{273+t} = \frac{1}{T}.$$

Les gaz parfaits contenant à volume égal le même nombre de molécules, leur température et leur pression étant les mêmes, nous pourrons dire que le coefficient absolu de dilatation d'un gaz parfait est proportionnel à l'accroissement de force vive qu'il faut communiquer à une masse constante de ce gaz contenue dans un vase à parois inextensibles, pour élever sa température de 1°.

On mesure cet accroissement par l'augmentation de la force élastique d'une masse constante de gaz sous volume constant, quand on élève sa température de 1°.

Il résulte de ce qui précède que le zéro absolu occupera toujours la même position sur l'échelle centigrade qui, tout arbitraire qu'elle est, jouit cependant de cette propriété, qu'à des degrés égaux correspondent des accroissements égaux de température, si l'on emploie comme corps thermométrique un gaz parfait ; que sa position sur cette échelle est indépendante de la nature du gaz parfait servant de corps thermométrique, et de la température que l'on aura prise arbitrairement pour point de départ. Sa position est aussi indépendante de l'échelle arbitraire des températures que l'on emploiera, pourvu que l'on convertisse les degrés de ces échelles en degrés centigrades.

Exemples : Nous avons déjà vu qu'en prenant pour point de départ le zéro centigrade, le zéro absolu se place à — 273$^c$.

Prenons pour point de départ $t^c$. Pour chaque degré d'abaissement de

température, la force élastique du gaz à $t^c$ diminue de $\frac{1}{273+t}$. Elle sera donc nulle à — $(273 + t)$ au-dessous de $t^c$, c'est-à-dire à — 273^c^.

Si l'on se sert de l'échelle Réaumur, le coefficient de dilatation compté à partir de $0^R$ est pour $1^R$, $\frac{1}{218,5}$ et le zéro absolu est à — $218^R,5$. En convertissant —$218^R,5$ en degrés centigrades, on trouve — $273^c$.

Dans l'échelle Farenheit, le coefficient de dilatation compté à partir du zéro Farenheit est

$$\frac{1}{273 - 17,77} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{459,41},$$

et le zéro absolu est à — $459^F,41$.

Or, $459^F,41$ valent $255^c,23$, et comme le zéro Farenheit est à — $17^c,77$, le zéro absolu se placera à — $(255,23 + 17,77) = -273^c$.

Quelle que soit l'échelle arbitraire employée, pourvu qu'elle soit telle qu'à des accroissements égaux de température correspondent des degrés égaux, elle offre toujours une particularité facile à prévoir. La température à laquelle le volume d'un gaz à 0° sous pression constante est doublé, est égale et de signe contraire à celle du zéro absolu. En effet, si le zéro de l'échelle est à T° comptés à partir du zéro absolu, le volume du gaz sera doublé à 2T°, ce qui est évident.

---

Les échelles thermométriques dont nous venons de parler ne sont pas les seules qui aient été proposées. Dalton a proposé une échelle dans laquelle les accroissements égaux de température correspondent à des accroissements de volume qui sont dans un rapport constant avec le volume qui a subi l'accroissement [1].

En appelant V le volume d'un gaz parfait à $t^o$, $v_0$ son volume à zéro, et $v$ son volume à 1°, la température est donnée par la relation

$$\frac{V}{V_0} = \left(\frac{v}{v_0}\right)^t.$$

[1] Verdet ; *Théorie mécanique de la chaleur*, tom. I, pag. 23.

M. Mohr, dans son ouvrage précédemment cité, propose une échelle exponentielle comme celle de Dalton, avec cette différence cependant que le facteur affecté d'un exposant égal à la température n'est plus $\frac{v}{v_0}$, mais est déterminé par les considérations suivantes:

Il admet que l'unité de volume d'air 0° devenant $1 + \alpha$ à un degré de son échelle, son volume à 2° de cette même échelle sera $(1 + \alpha)(1 + \alpha) = (1 + \alpha)^2$ et au 100ᵉ degré $(1 + \alpha)^{100}$. Mais, comme d'après les expériences de M. Regnault, ce volume $= 1,366$, il pose l'équation

$$(1 + \alpha)^{100} = 1,366, \text{ d'où } 1 + \alpha = 1,003121.$$

et la température sera donnée par la formule

$$1,003121^t = V,$$

en appelant V le volume que prend à $t°$ de cette échelle l'unité de volume d'un gaz parfait à 0°.

Il est facile de voir que cette échelle est celle de Dalton avec un coefficient déterminé par des considérations tout à fait arbitraires.

M. Mohr s'est en effet préoccupé, en proposant cette échelle, de tenir compte non-seulement de la dilatation du volume primitif du gaz à 0°, mais aussi de celle que subit l'augmentation de volume qu'a subie le gaz en s'élevant à $t°$. Or, il est facile de voir que la formule connue

$$V_t = V_0 \left(1 + \frac{t}{273}\right)$$

en tient parfaitement compte.

En effet, le coefficient de dilatation d'un gaz considéré à partir de $t^c$ ou de T° de l'échelle absolue est

$$\frac{1}{273 + t} = \frac{1}{T} \, . \, .$$

Donc, le volume $v$ pris à $0^c$ devient à $1^c$. . . . . $v \left(1 + \frac{1}{273}\right)$;

Le volume $v \left(1 + \frac{1}{273}\right)$ pris à $1^c$ devient à $2^c$. $v\left(1 + \frac{1}{273}\right)\left(1 + \frac{1}{274}\right)$, car l'unité de volume d'un gaz pris à $1^c$ se dilate pour chaque degré d'élévation de température de $\frac{1}{273 + 1} = \frac{1}{274}$.

Enfin, le volume à $t^c$ deviendra

$$v\left(1+\frac{1}{273}\right)\left(1+\frac{1}{274}\right)\left(1+\frac{1}{275}\right)\cdots\cdots\left(1+\frac{1}{273+t-1}\right),$$

ou bien

$$v.\frac{274}{273}\cdot\frac{275}{274}\cdot\frac{276}{275}\cdots\cdots\frac{273+t}{273+t-1}=v\frac{273+t}{273}=v\left(1+\frac{t}{273}\right).$$

---

Pour démontrer que le zéro absolu se place à divers points de l'échelle centigrade, selon la température à partir de laquelle on considère la contraction d'un gaz parfait, M. Mohr fait le raisonnement suivant :

Soit l'unité de volume d'air pris à la température de $100^c$ sous la pression atmosphérique. A $0^c$ ce volume sera

$$\frac{1}{1+\frac{100}{273}}=0,732.$$

Mais puisque, pour chaque degré d'abaissement, l'unité de volume du gaz diminue de $\frac{1}{273}$, la température du zéro absolu sera donnée par l'équation

$$0,732-\frac{x}{273}=0, \qquad \text{d'où } x=-200^c.$$

Mais l'on voit immédiatement l'erreur de ce raisonnement ; car l'unité de volume d'un gaz pris à la température de $100^c$ diminue pour chaque degré d'abaissement au-dessous de $100^c$, non de $\frac{1}{273}$, mais de $\frac{1}{373}$, ce qui place le zéro absolu à $-273^c$, quelle que soit la température adoptée pour point de départ. Du reste, la seule inspection de la formule $V_0=\frac{V_t}{1+\alpha t}$ prouve que le volume du gaz à $t^c$ ne diminue pas proportionnellement à l'abaissement de température, si l'on prend pour coefficient de dilatation $\frac{1}{273}$.

Quel coefficient faudrait-il adopter pour que la contraction au-dessous

de 100$^c$ fût proportionnelle à l'abaissement de température ? Pour le trouver, posons l'équation

$$\frac{V}{1+\frac{100}{273}} = V\left(1-\frac{100}{x}\right), \qquad \text{d'où } x = 373.$$

Résultat conforme aux principes connus.

Ainsi, en adoptant une échelle arbitraire dans laquelle les variations de volume d'une masse invariable d'un gaz parfait sous pression constante, ou de pression sous volume constant, sont proportionnelles aux variations de température, l'accroissement d'énergie d'une molécule gazeuse est proportionnel à l'élévation de température. Dans ces circonstances, l'équivalent mécanique de la chaleur est une quantité invariable, quelle que soit la température à laquelle on la détermine ; il n'en serait pas de même pour tout autre genre d'échelle, et en particulier pour celle de Dalton.



# DÉCOUVERTES PRÉHISTORIQUES

FAITES DANS

# LA CHAINE DE MONTAGNES DE LA GARDÉOLE,

**Par M. A. MUNIER.**

Préoccupé de trouver le véritable emplacement du *Forum Domitii* des Romains, si diversement placé par les archéologues, d'abord à Frontignan [1], puis à *Laroque* [2], puis à Montbazin [3], j'étudiais depuis quelque temps spécialement la station de *Laroque*, près Fabrègues : à ma grande surprise, les débris de poterie que je rencontrais étaient notamment dissemblables de ceux que j'avais trouvés auparavant dans des stations romaines incontestées, telles que celles de Nimes, de Substantion, de Balaruc, dans l'étude desquelles j'avais puisé des renseignements et formé ma conviction.

Le doute naissant dans mon esprit sur l'exactitude des assertions qui faisaient de *Laroque* une ville romaine en ruines, fut bientôt corroboré par la trouvaille que j'y fis en fouillant un lit de cendres de plus d'un mètre d'épaisseur : 1° d'une partie de corne de cerf taillée à la face interne pour en faire disparaître les tubérosités, et destinée vraisemblablement à être tenue à la main comme poignée ou manche d'un instrument quelconque ;

[1] Dom Vic et Dom Vaissette ; *Hist. du Languedoc.*

[2] M. de Plantade ; *Mémoire à l'Académie.*

[3] M. Thomas ; *Annuaire de l'Hérault*, 1827.

2° d'un sphéroïde en terre cuite, à grains de mica nombreux dans la pâte, identique aux *pesons* de l'âge de bronze ; 3° d'un éclat de bois de cerf de $0^m,12$ de long, arrondi à une extrémité en forme de spatule ; 4° de la panse presque entière d'un vase de grande dimension, ornementée de dessins linéaires se coupant à angles aigus, et agrémentée, entre les lignes, de points ronds suivant le zig-zag du dessin. M. le Hon, dans son livre l'*Homme fossile*[1], donne le dessin d'un vase et de ses ornements provenant des palafittes de la Suisse, ayant la plus grande analogie avec celui que j'ai trouvé à Laroque ; 5° j'y trouvai encore plusieurs débris de *croissant* en terre cuite, également identiques à celui de même provenance que le vase dépeint par le même savant, dans le même ouvrage[2].

La réunion extraordinaire de la Société géologique de France ayant eu lieu sur ces entrefaites, je soumis à notre savant collègue M. L. Lartet les divers objets que je viens d'énumérer, et je lui fis part de mes doutes : après de nombreuses questions sur les conditions dans lesquelles j'avais trouvé ces débris, et leur examen attentif, M. L. Lartet me dit qu'il n'y avait pas à douter que tout ce que je lui présentais ne fût antérieur à l'époque romaine et n'appartînt vraisemblablement à l'époque de l'âge du bronze; que, du reste, la vue de débris incomplets et isolés ne pouvait suffire à établir irréfutablement cette dernière opinion.

A partir de ce jour, je me suis exclusivement consacré à chercher, à recueillir et à coordonner des faits ; à collectionner tous les débris de nature à jeter quelque lumière sur la découverte que je pressentais : je me suis naturellement porté dans les grottes, au bord des sources et sur les plateaux de la Gardéole, où l'homme primitif pouvait avoir laissé des traces de son habitat.

*Laroque*, au confluent du Coulazou et de la Mosson, est pittoresquement perché à pic sur une barre de rochers de 40 à 50 mètres de haut, inaccessible du côté des deux rivières, et défendu au Sud et à l'Ouest par des murailles épaisses dont on suit encore très-bien la direction à travers les vignes défrichées ; le sol y est couvert, outre les débris de poteries, de rognons de

---

[1] Le Hon ; *L'homme fossile*, pag. 250.
[2] *Ibid.*, pag. 249.

quartzite provenant du *diluvium* de Villeneuve, portant souvent les traces d'usure par le frottement; immédiatement en face, au Nord-Est et sur l'autre rive de la Mosson, j'ai trouvé, au sommet d'un monticule boisé, de nombreux rebuts de fabrication de *couteaux* et de *flèches* obtenus par la cassure de ces mêmes rognons de quartzite en éclats de forme et de grosseur différentes.

Rendons-nous maintenant à la grotte de la Magdeleine, qui à 2000 mètres au Sud pourrait bien avoir été habitée.

Je n'entreprendrai point la description de la grotte de la Magdeleine, si bien faite par M. Wolf, l'un des membres de cette Académie ; ma découverte vient seulement ajouter un nouvel intérêt à ces voûtes sous lesquelles courent bruyamment les eaux souterraines, et où ont étudié tour à tour le chimiste, le botaniste et le géologue.

Dès mes premières fouilles à la *Magdeleine*, je rencontrai au milieu d'une véritable montagne de cendres et de débris de charbon, des poteries nombreuses, noires, à pâte grossière, avec grains de mica très-abondants, et dessins, cordons avec empreintes de doigts; parmi ces poteries, des os nombreux et divers, tous brisés d'une manière uniforme, comme pour en extraire la moelle; la plupart brûlés, et certains portant la trace d'entailles à leur base, vers les points d'attache des tendons.

J'ai reconnu le bœuf, le cheval, le cochon, le lapin, le cerf, le chevreuil, la chèvre, la tortue et la dorade. Toujours au milieu des cendres et des poteries brisées mélangées aux ossements, j'ai trouvé des silex taillés, des pesons en terre cuite, des os nombreux soigneusement effilés et taillés en pointe ; deux petites haches en jade d'un beau travail, de nombreuses canines percées, des valves de coquillages divers également percées, et enfin une défense de sanglier usée par le frottement dans le sens interne et concave, puis percée à son extrémité et formant, suspendue, un ornement ovale barbare et original.

Dans la même fouille et les mêmes conditions de gisement, ma pioche a mis à découvert un beau bracelet de bronze avec dessins, une longue épingle intacte, deux anneaux encore passés l'un dans l'autre, un cylindre long de six à sept centimètres, figurant la douille d'un instrument ou d'une arme brisé et disparu; puis une tige de treize centimètres de longueur, pleine et

brisée, dont il est difficile de préciser l'emploi. Tous ces objets sont en bronze, et bien conservés. Avec ces ornements de bronze, j'ai recueilli une clavicule, deux dents brûlées, trois vertèbres dorsales et un fragment de frontal humain, plus un crâne d'enfant assez bien conservé. Je termine en constatant à l'extérieur et en avant de l'entrée de la grotte, un talus en arc de cercle appuyant ses ailes à l'abrupte du calcaire oxfordien, et figurant assez exactement une défense en demi-lune. Au bas de ce talus, et sous la muraille même de l'enceinte du bois, ainsi que sur le plateau qui domine la grotte, j'ai trouvé par centaines des fragments de silex travaillés, couteaux, râcloirs, disques, flèches, etc.

Après la Magdeleine, je citerai, pour mémoire seulement, une grotte située au-dessus de Mireval, où la stalagmite m'a fourni une tête, un canon et quelques dents de cerf, mais rien d'humain. Descendons, de là, à la source de la Roubine, et remarquons sur le sommet, au-dessus, une sorte d'enceinte quadrangulaire, dont les murailles écroulées courent sous bois dans la réserve de Vic.

Au milieu d'une petite enceinte de *Lauzes*[1] dressées, qui occupe l'angle nord de la circumvallation, gît sur le sol une dalle de molasse à quatre kilomètres au moins de son lieu d'origine probable; j'ai fouillé un peu au-dessous et sur le bord du ravin, un amas de cendres qui m'a fourni de nombreuses poteries identiques à celles de *Laroque* et de la *Magdeleine:* trois pesons d'un beau travail, quelques silex, des galets usés intentionnellement sur les côtés, enfin de nombreux ossements cassés et calcinés.

Au bord même de la source de la Roubine, j'ai découvert un foyer au milieu duquel j'ai trouvé un beau grattoir en silex, des débris de coquilles, moules et pecten.

Je passerai rapidement, en signalant sur la Carte le *Pioch de Roumanis*[2] et ses deux contreforts au N. et au N.-E., dont les plateaux ont été, le premier, solidement fortifié; j'y ai trouvé des poteries nombreuses, des silex, et un beau peson. Au-dessous et à l'Est, le premier contrefort porte à son sommet une double enceinte circulaire de *Lauzes* dressées; la plus grande

---

[1] *Lauzes*; pierres à stratification peu épaisse et quasi lamellaire, en français pierres tégulaires.

[2] Montagne de Romarin.

enceinte a soixante mètres de diamètre; la plus petite, qui est au centre, environ dix mètres; j'y ai trouvé des poteries et des silex, ainsi que sur le deuxième plateau, au Nord, où l'enceinte est moins bien conservée.

En descendant vers l'étang de Thau, nous rencontrerons au-dessus de la route et du réservoir d'eau de la ville de Cette, une forte dalle de calcaire lacustre, appuyée en forme de table sur un bloc oxfordien : le lacustre expire à cinq cents mètres en aval, avec une différence de niveau de près de cinq mètres, ce qui constitue un fait si anormal, dans le lieu et la position de cette pierre, que, malgré que mes fouilles y soient restées stériles, j'incline à y voir un autel.

Arrivons au bord de l'étang; jetons un coup d'œil sur l'*Ile Saint-Sauveur*, où sous un sol romain de plus de cinquante centimètres mes fouilles ont trouvé les poteries noires de la Magdeleine et un ornement de poterie en bronze; des recherches plus sérieuses y mettraient peut-être à nu une station lacustre analogue à celles de la Suisse.

Parcourons maintenant le versant Nord, et arrêtons-nous à la fraîche oasis de l'Isanka. Immédiatement au-dessus des couches contournées du dernier contrefort de l'oxfordien, j'ai trouvé sous bois des traces de murailles, et sur le sol, dans leur enceinte, une quinzaine de beaux silex cacholonés, des débris de poteries identiques à toutes celles que nous avons rencontrées déjà, des débris de meules et des galets usés sur les côtés. Poursuivons notre route, et passant au-dessous des ruines de l'abbaye de Saint-Félix de Montceaux, arrêtons-nous à l'Est environ à deux cents mètres, près d'une sorte de grande borne de calcaire oxfordien appelée dans le pays *Peïro plantado*.

J'ai fouillé en avant et en arrière de *Peïro plantado* : j'y ai trouvé des dents humaines, des débris de poteries, des éclats de silex *noir*; et la crainte de voir choir le monument m'a seule arrêté dans mes recherches : *Peïro plantado* est un petit *men-hir*.

Gravissons maintenant le plateau, saluons en passant *Bramabiau*[1], un gouffre de vingt et un mètres de profondeur qui m'a coûté cinq longs jours de travail périlleux, avant de me laisser constater que ses ténébreuses en-

---

[1] Veau qui brâme.

trailles ne contenaient rien de préhistorique, et dirigeons-nous vers *Mujolan*.

A deux mille mètres en avant de cette campagne, le chemin de service que nous suivons traverse un bois, coupé en forme de rectangle irrégulier par des murailles à ras de terre, dont les angles au Sud et à l'Ouest sont terminés par des circonférences d'environ trois mètres de diamètre, formées de *Lauzes* dressées. De la dernière de ces enceintes part une chaussée très-visible, et que j'ai suivie pendant environ soixante pas, au travers d'un petit ravin alimentant un peu au-dessous un abreuvoir à moutons. Le temps m'a manqué pour pratiquer des fouilles en ce lieu; mais sur le sol et sous bois j'ai trouvé de nombreux et fort beaux silex cacholonés, comme à l'Isanka, et des poteries ; à Mujolan même j'ai cru retrouver l'ancien *Forum Domitii;* ceci soit dit uniquement pour prendre date.

Jusqu'alors je n'avais point rencontré l'*homme même*, celui qui avait habité ces lieux, construit ces murailles, taillé ces silex, façonné ces poteries; mais ma persévérance l'ayant enfin trouvé, il me reste à décrire deux grottes sépulcrales découvertes et fouillées par moi.

Dans le massif central de la Gardéole, au point d'origine du ravin dit la *Combe de l'homme mort*, et sur la limite des communes de Frontignan et de Gigean, se trouvent deux cavités : la première que j'aie fouillée, celle qui est la plus rapprochée du col, m'a donné de nombreux ossements humains et plusieurs crânes malheureusement fort incomplets ; mais, en revanche, j'y ai trouvé une poterie presque entière, de nombreux éclats et une fort belle lance en silex, enfin un gros galet de quartz translucide, dont l'usage me paraît difficile à établir. La coupe de cette grotte à l'échelle de un centimètre pour un mètre, et le dessin scrupuleux des objets que j'y ai rencontrés, occupe la *Planche* III.

La deuxième grotte, de beaucoup la plus importante, autant à cause du grand nombre de cadavres qu'elle renferme que des conditions toutes spéciales dans lesquelles ils sont placés, se trouve vers le haut du même ravin : son entrée difficile, étroite, ovale, tournée au Nord, s'ouvre à la base d'une triple pyramide de rochers, d'un aspect sauvage et grandiose, qu'on ne pourrait soupçonner, à l'allure générale monotone et arrondie de nos montagnes. Une fois engagé dans le véritable goulot qui en ouvre l'accès, un saut

de deux mètres en contre-bas nous introduit dans la première salle, où je constatai, boussole en main, que la cavité descendait rapide et surbaissée dans la direction du N.-E. S.-O., direction parallèle à celle de la cassure ayant produit le ravin ; une deuxième chambre, plus petite que la première; puis une troisième, la plus grande de toutes, d'un accès difficile, m'obligeant à marcher sur les genoux, furent aussitôt parcourues par moi, sur une longueur d'environ quinze mètres et une inclinaison de soixante degrés.

Cette première visite est l'objet de la *fig.* 1 de la *Planche* IV ; les proportions géométriques sont les mêmes pour la coupe de la grotte dont il s'agit que pour celles de la grotte du col de Gigean, *Planche* III.

Un rapide examen me fit trouver ce jour-là des débris humains complètement calcinés ou carbonisés, au milieu des pierres erratiques, sans doute jetées par l'orifice de la grotte dont elles formaient le sol. Dès le lendemain, j'entrepris de déblayer cette troisième cavité, qui me vit deux mois durant, chaque jour, assidu, porter dans les chambres supérieures les déblais de mes fouilles ; après quelques jours de travail, en commençant par le fond de la grotte, je rencontrai une couche stalagmitique occupant tout le plan du sol, et que je traversai en l'enlevant par plaquettes sur une épaisseur de 0$^{m}$,12 à 0$^{m}$,15 environ.

Immédiatement au-dessous, je rencontrai un terrain noir, gluant, humide, et un amas considérable d'ossements humains carbonisés, mêlés de débris de poteries : dans les premières couches, je trouvai trois anneaux et deux petites flèches en fer fortement oxidé ; le plus complet des crânes de cette première couche est dessiné dans la *Planche* V, *fig.* 1 ; les flèches et les anneaux le sont dans la *Planche* IV, *fig.* 2 et 3.

Puis les ossements, de noirs, devinrent blancs et fortement colorés en vert, sur une épaisseur de 0$^{m}$,15 à 0$^{m}$,20, avec une poussière également blanche; cette couche ne m'a fourni *que des ossements*; la *fig.* 2 de la *Planche* V représente le crâne le plus remarquable de cette assise, qui à part sa gibbosité occipitale présente au frontal gauche, au-dessus de l'œil, une blessure an cienne complètement guérie dès longtemps avant la mort ; ces os sont craquelés, fendillés, comme si une torréfaction ardente avait eu lieu sur eux avant leur dessiccation.

Au-dessous de cette seconde couche, une troisième, où les ossements re-

deviennent noirs, et où les cendres et les débris de charbon reparaissent abondants, sans la moindre poterie; mais les crânes, *fig.* 3, *Planche* V, sont presque sphériques et d'une épaisseur de 10 à 12 millimètres. Enfin, sous cette dernière couche, un lit d'argile rouge et compacte, dans lequel j'ai trouvé le beau grattoir et le disque en silex noir qui sont figurés *Planche* IV, *fig.* 4 et 5.

J'ai ainsi constaté, sans avoir fouillé plus de la moitié de la cavité, la présence de cinquante-huit cadavres.

Comme l'indique ma coupe de cette grotte, la plaque stalagmitique s'incline vers le milieu des couches à ossements, et les traverse toutes en formant voûte; si bien que ces couches, qui vers le fond de la grotte lui sont inférieures, lui sont au contraire supérieures si on se dirige vers l'entrée.

Ces diverses trouvailles que je viens d'énumérer sont d'hier seulement, et elles me semblent autoriser cette conclusion : *que la présence de l'homme préhistorique dans les montagnes de la Gardéole, ignorée avant ma présente communication, est désormais établie.*



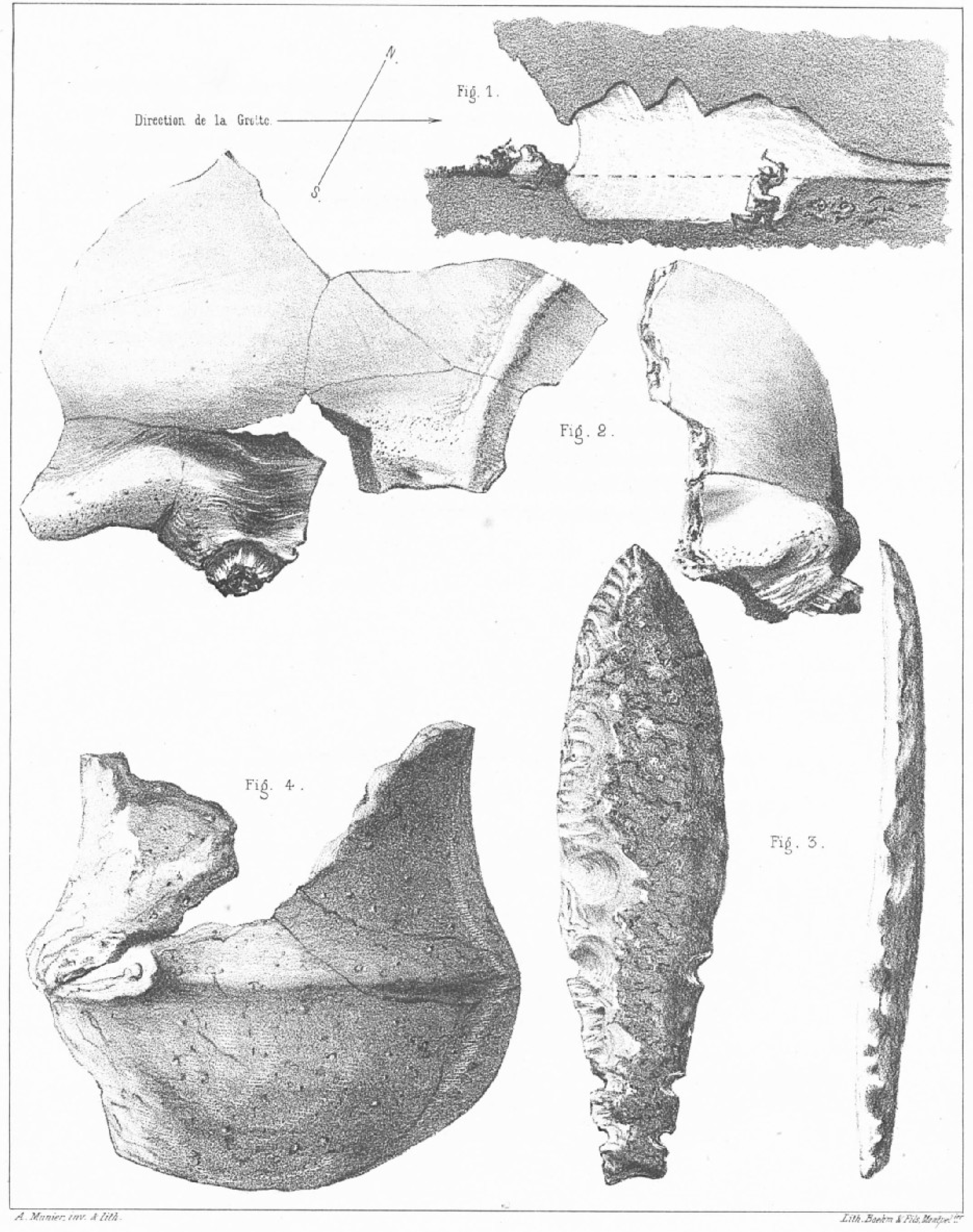
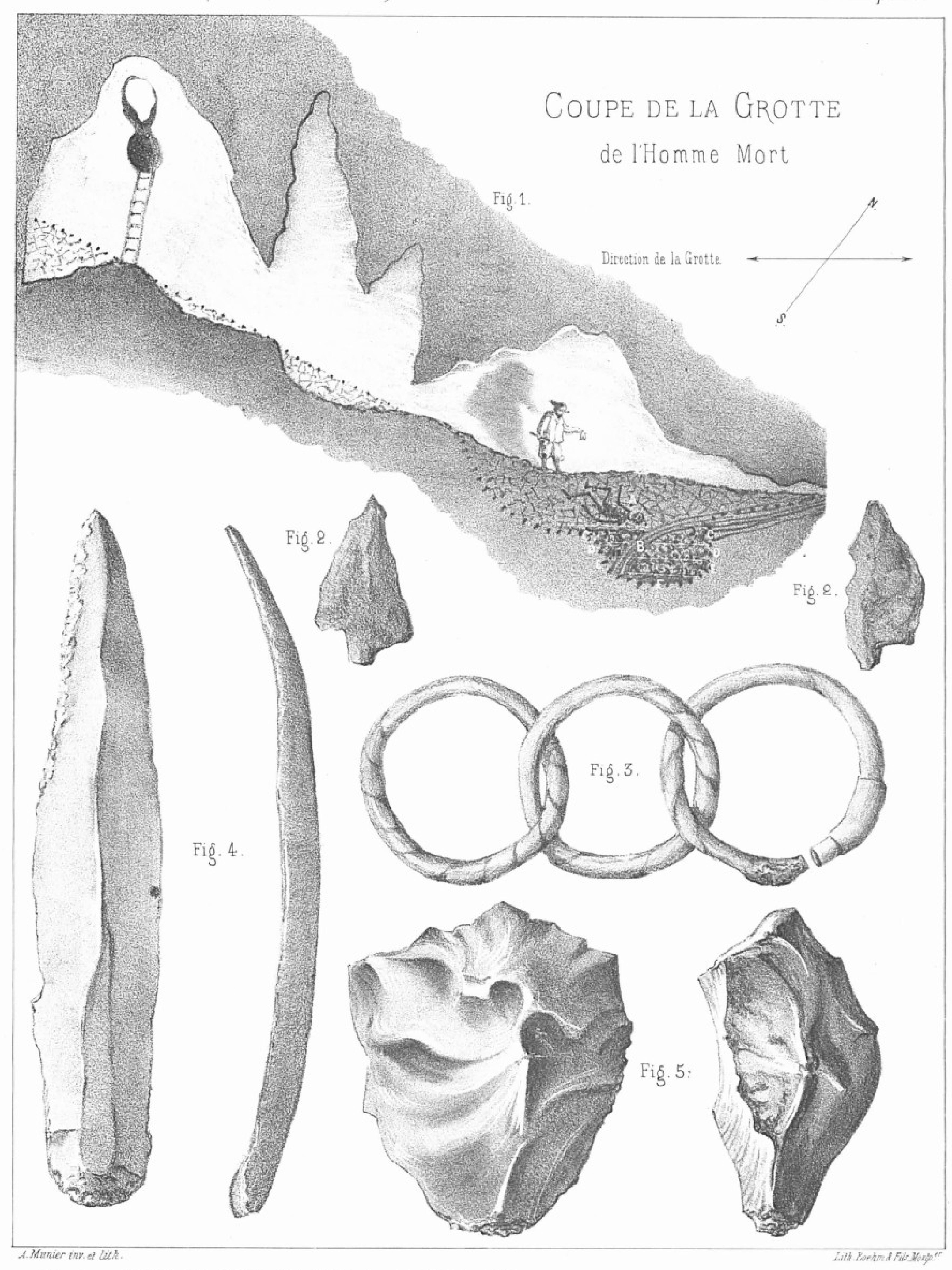



Fig. 1. Coupe de la Grotte du Col de Gigean. - Fig. 2. Frontal face et profil. - Fig. 3. Lance en Silex face et profil.
Fig. 4. Petit Vase en terre cuite. (les 3 dernières figures grandeur naturelle.)



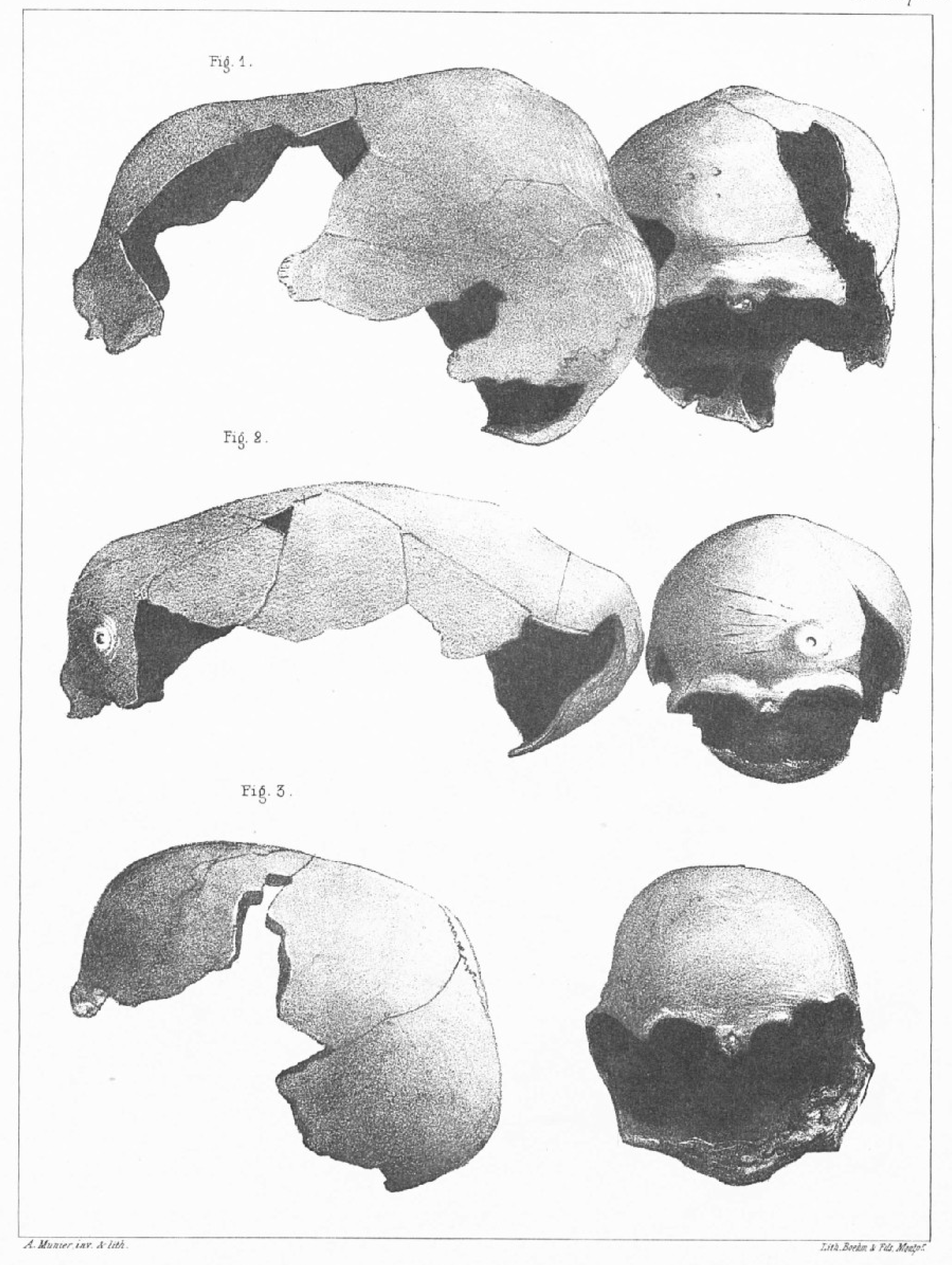

A. Munier inv. et lith. — Lith. Boehm & Fils Montp.

Sol de la Grotte au jour de sa découverte.

Sol de la Grotte après les fouilles de Mr MUNIER.

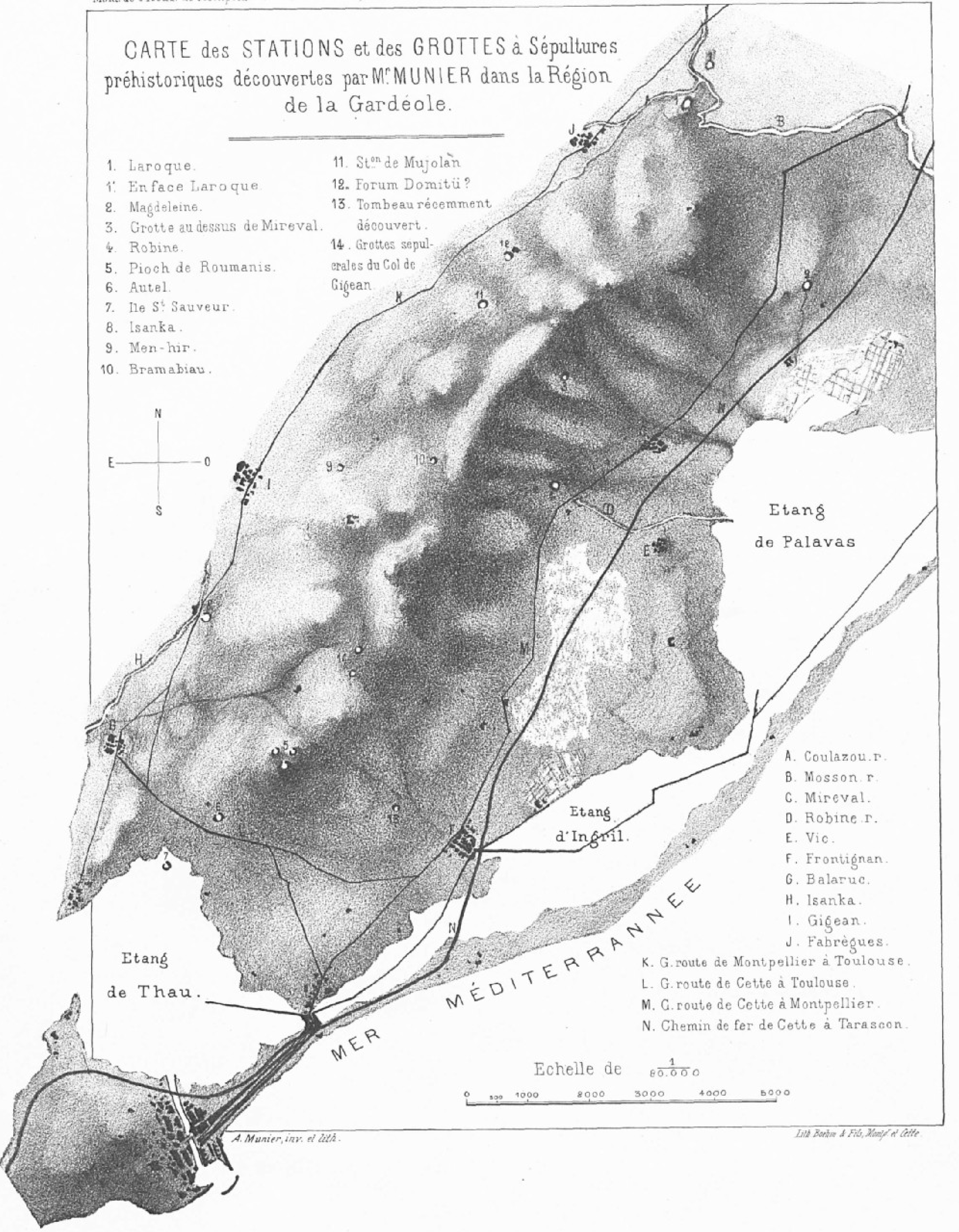
A. Cadavre momifié. B. Couche stalagmitique. C. D. E. Les trois couches d'ossements humains carbonisés.

F. Couche d'argile rouge avec Silex taillés.




A. Munier inv. & lith. Lith. Boehm & Fils, Montp.

TYPES DIVERS, DES CRÂNES DES TROIS COUCHES D'OSSEMENTS TROUVÉS DANS LA GROTTE DE L'HOMME MORT.


CARTE des STATIONS et des GROTTES à Sépultures préhistoriques découvertes par Mr MUNIER dans la Région de la Gardéole.
1. Laroque.
1'. En face Laroque.
2. Magdeleine.
3. Grotte au dessus de Mireval.
4. Robine.
5. Pioch de Roumanis.
6. Autel.
7. Ile St Sauveur.
8. Isanka.
9. Men-hir.
10. Bramabiau.
11. Ston de Mujolan
12. Forum Domitii?
13. Tombeau récemment découvert.
14. Grottes sepulcrales du Col de Gigean.
N
E
O
S
Etang de Palavas
Etang d'Ingril.
Etang de Thau.
MER MÉDITERRANNEE
A. Coulazou. r.
B. Mosson. r.
C. Mireval.
D. Robine. r.
E. Vic.
F. Frontignan.
G. Balaruc.
H. Isanka.
I. Gigean.
J. Fabrègues.
K. G. route de Montpellier à Toulouse.
L. G. route de Cette à Toulouse.
M. G. route de Cette à Montpellier.
N. Chemin de fer de Cette à Tarascon.
Echelle de 1/80.000
0 500 1000 2000 3000 4000 5000
A. Munier, inv. et lith.
Lith Boehm & Fils, Montpr et Cette

SUR

# LA RÉPARTITION DES PLUIES

## DANS LE DÉPARTEMENT DE L'HÉRAULT

## PENDANT LES ANNÉES 1870 ET 1871,

**Par M. Ch. MARTINS.**

En 1869, le Conseil-Général de l'Hérault voulut bien élever à la somme de 500 francs le crédit annuel de 200 francs qu'il avait accordé à la Commission météorologique départementale, pour l'observation des orages. Ce supplément de 300 francs devait être employé à l'acquisition de pluviomètres et à l'impression de feuilles spéciales qui, distribuées dans le département, permettraient aux observateurs de mesurer et d'enregistrer les quantités de pluie qui tombent dans ses différentes régions, savoir: le littoral, le pays plat, la zone des collines, et enfin les montagnes de la chaîne cévenole. Cette étude était également intéressante sous le rapport agricole, et au point de vue des inondations subites qui désolent souvent certaines localités riveraines des torrents ou des rivières. Vingt-cinq pluviomètres furent confiés à des instituteurs et à quelques autres personnes qui se déclaraient prêtes à faire ces observations nullement pénibles ou assujétissantes. Il suffit, en effet, de mesurer directement après chaque pluie, ou chaque matin si la pluie continue pendant plusieurs jours, la quantité d'eau réunie dans un pluviomètre, et d'enregistrer le résultat en y joignant l'indication de la durée de la pluie et du vent régnant. Ces pluviomètres étaient en place à la fin de 1869 ; mais les malheurs de l'année 1870, le déplacement imprévu de quelques instituteurs, et, il faut le dire, chez quelques autres, l'oubli de la condition fondamentale de toute série météorologique, la continuité, ont fait que dix

personnes seulement possédaient des observations complètes comprenant les années 1870 et 1871. Je suis heureux de les signaler à l'estime du Conseil-Général et de l'Académie; ce sont : MM. N. Doûmet, à Cette ; A. Crouzat, à Béziers ; Enjalbert, principal du Collége de Lunel ; Henri Nègre, géomètre au Poujol ; Frère Canette, à Olonzac ; Pradal, instituteur à Villeneuvette; Fargues, instituteur à Brissac; Justin, instituteur à Claret ; Vidal, instituteur à Fraïsse, et Pierre Roudier, jardinier au Jardin-des-Plantes de Montpellier. Ces dix stations sont distribuées assez uniformément à la surface du département pour pouvoir nous donner une idée de la répartition des pluies sur cette région accidentée. J'ai adressé un nouvel appel à mes collaborateurs, et je pourrai disposer pour l'année 1872 de matériaux plus nombreux et plus complets.

Les tableaux numériques I et II présentent l'ensemble des observations, savoir : les pluies mensuelles et la somme annuelle de ces pluies estimées en millimètres. La planche offre sous une forme graphique le tableau des pluies annuelles : sa marge gauche est graduée; chaque travée horizontale représente 100 millimètres. Au bas et au haut, les localités sont inscrites, et deux lignes noires perpendiculaires aux travées représentent la hauteur de la couche d'eau tombée dans le cours de l'année. La première ligne à gauche correspond à l'année 1870, la seconde à l'année 1871.

Un premier coup d'œil général, jeté sur la planche, montre combien est inégale la quantité de pluie qui est tombée dans chacune des dix localités du département pendant les deux années que nous étudions. En 1870, année relativement sèche, elle a été en moyenne de 699 millimètres; mais à Béziers, il n'est tombé que 342 millimètres d'eau, tandis que M. Vidal en a mesuré à Fraïsse, sur l'Espinouse, à 1 000 mètres sur la mer, $1^m,272$ millimètres. En 1871, année pluvieuse, même contraste. La quantité moyenne de pluie dans le département s'éleva à $1^m,224$ millimètres. Mais à Olonzac, le Frère Canette ne mesure que 536 millimètres, et au Poujol, M. Henri Nègre constate l'énorme épaisseur de $2^m,062$ d'eau pluviale. Pendant ces deux années, la plaine occidentale et littorale du département, de Cette à Olonzac, a reçu moins d'eau que la plaine orientale, de Montpellier à Claret, comme le prouve l'inspection de la planche, et c'est dans la partie montagneuse comprise entre Villeneuvette et Fraïsse que les pluies ont été surtout abondantes.

# TABLEAU I.

*Quantités mensuelles et annuelles de pluie recueillies dans dix stations du département de l'Hérault.*

Année 1870.

| MOIS. | CETTE. | BÉZIERS. | OLONZAC. | MONTPer | LUNEL. | CLARET. | VILLENtte. | BRISSAC. | LE POUJOL. | FRAISSE. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Janvier........... | 127mm | 85mm | 80mm | 168mm | 146mm | 140mm | 165mm | 141mm | 154mm | 150mm |
| Février........... | 172 | 7 | 39 | 184 | 118 | 58 | 188 | 52 | 236 | 381 |
| Mars............. | 28 | 28 | 7 | 12 | 5 | 30 | 52 | 59 | 58 | 58 |
| Avril............. | 60 | 17 | 24 | 55 | 56 | 43 | 55 | 33 | 53 | 32 |
| Mai.............. | 5 | 16 | 22 | 13 | 12 | 11 | 10 | 13 | 28 | 46 |
| Juin.............. | 39 | 18 | 12 | 7 | 26 | 10 | 0 | 3 | 6 | 15 |
| Juillet........... | 2 | 2 | 0 | 2 | 20 | 34 | 0 | 34 | 3 | 7 |
| Août............. | 47 | 30 | 58 | 139 | 93 | 48 | 40 | 73 | 46 | 43 |
| Septembre......... | 17 | 15 | 26 | 74 | 30 | 9 | 75 | 45 | 58 | 51 |
| Octobre........... | 4 | 4 | 3 | 4 | 19 | 19 | 0 | 19 | 17 | 204 |
| Novembre......... | 39 | 28 | 33 | 117 | 102 | 159 | 75 | 115 | 85 | 195 |
| Décembre......... | 45 | 92 | 70 | 31 | 77 | 105 | 60 | 123 | 94 | 90 |
| Année......... | 585 | 342 | 374 | 806 | 704 | 667 | 720 | 710 | 838 | 1,272 |

# TABLEAU II.

*Quantités mensuelles et annuelles de pluie recueillies dans dix stations du département de l'Hérault.*

Année 1871.

| MOIS. | CETTE. | BÉZIERS. | OLONZAC. | MONTPer | LUNEL. | CLARET. | VILLENtte | BRISSAC. | LE POUJOL. | FRAISSE. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Janvier............ | 9mm | 17mm | 49mm | 110mm | 100mm | 55mm | 10mm | 17mm | 30mm | 55mm |
| Février........... | 10 | 2 | 0 | 72 | 84 | 58 | 100 | 150 | 168 | 139 |
| Mars............. | 53 | 104 | 62 | 97 | 65 | 123 | 150 | 193 | 267 | 351 |
| Avril ............ | 30 | 10 | 18 | 20 | 19 | 3 | 40 | 20 | 17 | 133 |
| Mai.............. | 47 | 45 | 50 | 69 | 85 | 52 | 135 | 108 | 148 | 62 |
| Juin.............. | 17 | 42 | 60 | 8 | 48 | 36 | 35 | 42 | 100 | 106 |
| Juillet............ | 29 | 5 | 8 | 26 | 53 | 9 | 0 | 9 | 17 | 90 |
| Août.............. | 73 | 47 | 42 | 154 | 81 | 63 | 110 | 31 | 128 | 103 |
| Septembre......... | 215 | 162 | 116 | 214 | 282 | 188 | 290 | 247 | 279 | 136 |
| Octobre........... | 130 | 87 | 66 | 122 | 245 | 113 | 290 | 454 | 440 | 247 |
| Novembre......... | 126 | 257 | 61 | 223 | 213 | 257 | 250 | 150 | 450 | 303 |
| Décembre..... .... | 7 | 15 | 4 | 42 | 50 | 43 | 30 | 12 | 18 | 15 |
| Année......... | 746 | 793 | 536 | 1,167 | 1,325 | 1,000 | 1,440 | 1,433 | 2,062 | 1,740 |

J'ignore si une plus longue série d'observations confirmera ce premier aperçu. Je suis tenté de le croire. En effet, vingt années d'observations à Montpellier m'ont appris que les pluies résultent toujours du conflit de deux vents superposés : le sud, le sud-est ou l'est en bas, et le nord-ouest ou mistral en haut. Les vents du sud amènent les nuages chargés d'humidité, et le mistral les refoule, les maintient sur le littoral et détermine en les refroidissant la précipitation de la vapeur aqueuse sous forme de pluie. Quand le sud règne seul, les nuages passent au-dessus du littoral sans se résoudre en pluie. Mais parvenus aux montagnes, ils rencontrent un obstacle matériel, un air plus froid et le vent du nord, qui souvent s'arrête sur les derniers contre-forts des Cévennes. Voilà pourquoi les pluies sont plus abondantes et plus fréquentes dans la montagne. Lorsqu'on séjourne dans les régions élevées, des hauteurs de 700 mètres ou au-dessus, on se trouve dans le courant supérieur, et c'est le nord-ouest qui est considéré par les habitants comme étant le vent de la pluie[1].

Dans la plaine, le conflit des deux vents est absolument nécessaire pour amener la précipitation aqueuse de la vapeur d'eau. Que de fois, les habitants de Cette, de Montpellier et de Béziers voient des nuages noirs, bas, chargés de pluie, défiler pendant plusieurs jours au-dessus de leur têtes sans qu'ils laissent tomber une seule goutte d'eau sur la terre altérée ! Mais que la température baisse, que le vent de nord-ouest commence à souffler dans les régions supérieures de l'atmosphère, que l'on entende un coup de tonnerre, quelquefois isolé, et aussitôt la pluie tombe avec abondance. Cela est si vrai, que presque toutes nos pluies ont un caractère orageux, qui provient des échanges électriques qui se font entre les cumulus ou cirro-cumulus élevés, blancs et électro-positifs amenés par le mistral, et les nimbus noirs, bas et électro-négatifs charriés par les vents marins. Quand il se fait une déchirure dans cette couche noire, on voit souvent à travers cette ouverture les nuages blancs isolés, caractéristiques du mistral, qui naviguent pour ainsi dire en sens inverse au-dessus de la couche sombre. L'observateur prévenu et attentif entend des coups de tonnerre peu nombreux, peu intenses, indices des échanges élec-

---

[1] Voyez à ce sujet une lettre de Gay-Lussac à M. de Humboldt sur la formation des nuages orageux. *Annales de chimie et physique*; tom. VIII, pag. 165. (1818.)

triques qui s'opèrent bien haut dans l'atmosphère entre les deux couches de nuages superposées. Depuis vingt ans, j'ai entendu ainsi le tonnerre 236 fois accompagnant la pluie sans qu'il y eût réellement un orage proprement dit, c'est-à-dire des éclairs, des coups de tonnerre violents et répétés, et des édifices, des arbres ou autres objets terrestres foudroyés. Quelquefois encore, principalement au printemps, le caractère orageux de la pluie se traduit par des grêlons ou des giboulées qui tombent avec elle.

Cette nature orageuse de la pluie dans l'Hérault nous explique pourquoi les quantités qui tombent dans des localités assez rapprochées, telles que Cette et Montpellier, sont souvent si différentes. En effet, les quantités d'eau fournies par les pluies générales tranquilles, amenées par le vent du sud-ouest sur les régions océaniennes de l'Europe, ne présentent pas les divergences qu'on est surpris de trouver dans un même département; aussi, je prends le tableau dressé par M. Becquerel[1] des pluies tombées dans le bassin inférieur de la Loire, du Bec d'Allier à Saint-Nazaire, de 1859 à 1866, où les stations de Givry, Saint-Satur, Gien, Orléans, Blois, Tours, Bressuire, Pont-de-Cé, Nantes et Saint-Nazaire, sont espacées sur une longueur de 400 kilomètres. La plus grande différence que je trouve entre deux stations se produisit en 1866. Cette année, on recueillit 396 millimètres d'eau en plus à Saint-Satur qu'à Tours. La distance horizontale des deux stations est de 160 kilomètres, et la différence de niveau de 93 mètres.

En opérant pareillement sur le bassin de l'Allier, de Langogne à Moulins pour les mêmes années, je constate que la différence maximum s'est produite en 1864, entre Langogne et Ébreuil : elle s'élève à 520 millimètres. Les deux stations ont une différence de niveau de 600 mètres ; la distance horizontale est de 180 kilomètres.

J'ai emprunté également aux résumés de la Commission hydrométrique de Lyon, rédigés par M. Fournet, les quantités annuelles de pluies recueillies dans le bassin du Doubs, aux stations du Fort-de-Joux, de Montbéliard, Besançon et Dôle, pendant six années. La différence la plus grande que je trouve a été de 551 millimètres de pluie, entre Besançon et le Fort-de-Joux, dont la différence d'altitude est de 744 mètres, et l'écart horizontal de 42

---

[1] Sur les pluies de la France. (*Mémoires de l'Institut*; tom. XXXVI, 1867).

kilomètres. Combien ces différences sont plus considérables dans le département de l'Hérault! En 1870, entre Béziers et Fraïsse, distants de 46 kilomètres, on constate une différence de 930 millimètres de pluie, et en 1871, entre Olonzac et le Poujol, éloignés de la même distance, un écart de 1m,426. Je sais bien que la différence de niveau joue ici un très-grand rôle; elle n'est que de 90 mètres entre Saint-Satur et Tours, de 600 mètres entre Langogne et Ébreuil, de 744 mètres entre Besançon et le Fort-de-Joux, tandis qu'elle s'élève à 930 mètres entre Fraïsse et Béziers; mais, entre Olonzac et le Poujol, elle ne dépasse pas 97 mètres, écart trop peu considérable pour pouvoir entrer en ligne de compte. Je persiste donc à croire qu'en dehors de la région méditerranéenne, les différences des quantités de pluie entre des localités même éloignées sont beaucoup moins considérables que dans le Midi, entre des points très-rapprochés. Ces différences tiennent en partie à ce que les nuages bas, amenés par les vents du sud, rencontrent non loin du littoral une chaîne de montagnes parallèle à la côte qui les arrête, et le courant polaire supérieur qui les refroidit : de là des précipitations aqueuses très-variables sur des points très-rapprochés l'un de l'autre, mais situés à des distances inégales de la chaîne cévenole. En Algérie, où la configuration du pays ressemble à celle du midi de la France, on constate des phénomènes semblables. Là aussi les pluies sont torrentielles et les nuages amenés par le nord-ouest sont arrêtés par la chaîne de l'Atlas, qui court parallèlement à la côte, dont elle n'est pas fort éloignée.

Le caractère orageux de la pluie contribue aussi à nous expliquer pourquoi elle ne tombe pas uniformément comme dans le Nord, pourquoi sa densité, pour ainsi dire, varie à de faibles distances, telles que celles qui séparent dans la plaine les stations de Cette et de Béziers, de Montpellier et de Lunel : ces différences sont telles, qu'elles influent sur la moyenne de l'année, comme on peut s'en assurer en jetant un coup d'œil sur la planche ci-jointe. Si l'influence des montagnes était la cause unique de ces différences, on ne les observerait pas dans la plaine, et elles se manifesteraient dans le nord de la France comme dans le Midi; or, les observations faites dans les vallées de la Loire et de l'Allier sur le versant septentrional du plateau central, et dans la vallée du Doubs, prouvent qu'on n'y constate pas les différences que nous avons signalées dans l'Hérault.

Étudions maintenant la répartition de ces pluies dans les différentes saisons de l'année. Nous ne pouvons le faire que pour l'année 1871, car l'année météorologique commence le 1er décembre, et finit le 30 novembre de l'année suivante. Le Tableau III présente l'ensemble de ces observations.

TABLEAU III.

*Quantités de pluie tombées dans les diverses saisons sur dix points du département de l'Hérault pendant l'année 1871.*

| LOCALITÉS. | HIVER. | PRINTEMPS. | ÉTÉ. | AUTOMNE. | MOIS. LE PLUS PLUVIEUX. |
|---|---|---|---|---|---|
| Cette........ | 64mm | 130mm | 119mm | 471mm | Octobre. |
| Béziers...... | 111 | 159 | 94 | 506 | Novembre. |
| Olonzac..... | 99 | 130 | 110 | 243 | Septembre. |
| Montpellier... | 213 | 186 | 188 | 559 | Novembre. |
| Lunel....... | 262 | 169 | 182 | 740 | Octobre. |
| Claret....... | 218 | 178 | 108 | 558 | Novembre. |
| Villeneuvette. | 170 | 325 | 145 | 830 | Septembre et Octobre. |
| Brissac...... | 290 | 321 | 82 | 851 | Octobre. |
| Le Poujol.... | 292 | 432 | 245 | 1169 | Novembre. |
| Fraïsse...... | 284 | 546 | 299 | 686 | id. |
| MOYENNES.. | 201,3 | 257,6 | 157,2 | 661,0 | |

L'année 1871, quoique très-humide, confirme la loi qui préside au régime pluviométrique moyen de la région méditerranéenne, savoir : une saison très-pluvieuse, l'automne, suivie de deux autres qui le sont moins, l'hiver et le printemps, et une quatrième saison toujours sèche, l'été. En effet, vingt années d'observations au Jardin-des-Plantes m'ont appris qu'à Montpellier il est tombé en moyenne les quantité de pluies suivantes :

Hiver.............. 225 millimètres.
Printemps.......... 205 —
Eté................ 109 —
Automne........... 340 —

C'est donc l'automne qui est la saison éminemment pluvieuse, circonstance favorable aux vendanges quand les pluies les précèdent, défavorables quand elles coïncident avec elles, comme cela eut lieu en 1871. Dans cette même année, les pluies du printemps l'emportèrent sur celles de l'hiver, ce qui arrive assez souvent, car on peut observer que les moyennes de ces deux saisons diffèrent fort peu l'une de l'autre. Mais, ce que tout le monde sait sans que les chiffres le lui apprennent, c'est que l'été est toujours sec et l'automne presque toujours pluvieux. Il n'en est pas de même dans toute la France : ainsi, dans le Nord, les deux presqu'îles du Finistère et du Cotentin exceptées, l'été est la saison pendant la quelle il tombe le plus d'eau, l'automne n'occupe que le second rang[1].

Un résultat frappant et qui tient également à la nature orageuse de nos pluies, c'est que dans les diverses localités du département, le mois le plus pluvieux en 1871 n'a pas été le même pour chacune d'elles, quoique ce soit toujours l'un ou l'autre des trois mois d'automne, et quelquefois, comme à Villeneuvette, deux d'entre eux.

Pour apprécier plus complètement l'influence de la position de nos dix localités par rapport à la chaîne cévenole dans les différentes saisons, je les ai divisées en deux groupes : celui de la plaine comprenant Cette, Béziers, Olonzac, Montpellier et Lunel, et le groupe de la montagne Claret, Villeneuvette, Brissac, le Poujol et Fraïsse. Je trouve d'abord que, dans le cours de l'année 1871, il est tombé en moyenne dans chacune des cinq premières localités 947 millimètres d'eau; à la fonte dans les cinq stations des montagnes, au contraire, 1 606 millimètres, par conséquent 40 °/₀ de plus. Cette proportion est sensiblement la même en hiver et en automne, mais au printemps il en est tombé 57 °/₀ de plus dans la montagne que dans la plaine, et en été seulement 20 °/₀. Cela prouve que dans la saison la plus orageuse de l'année, c'est-à-dire l'été, la différence a été plus faible, et qu'elle est beaucoup plus grande au printemps, où les vrais orages sont relativement moins fréquents. Ce ne sont donc pas, comme on pourrait le supposer, les véritables pluies d'orage qui font la différence entre les quantités d'eau qui tombent dans la montagne et sur la plaine, ou plutôt cela prouve encore que toutes les pluies

[1] Voyez Patria ; Météorologie, pag. 262.

abondantes du Midi sont des pluies orageuses dans quelque saison qu'elles arrivent, et les grandes différences que nous avons observées tiennent aussi à la position topographique des stations par rapport à la chaîne cévenole. Ce résultat est d'autant plus frappant que la plupart des orages naissent dans la plaine sous-pyrénéenne et se dirigent vers l'Orient en longeant le contre-fort méridional des Cévennes, sans entrer dans la zone littorale, qui est souvent privée d'eau une partie de l'été, et principalement pendant le mois de juillet.

Je signalerai maintenant à l'attention des ingénieurs et des agriculteurs les plus fortes averses qui ont été observées en 1871, dans le Département: elles sont consignées dans le tableau IV.

TABLEAU IV.

*Averses principales observées dans neuf localités du département de l'Hérault.*

| LOCALITÉS. | DATES. 1871. | AVERSES. | DURÉE DE L'AVERSE. | QUANTITÉ de pluie PAR MINUTE. |
|---|---|---|---|---|
| Cette.......... | 31 octobre............ | 53mm | 7 heures. | 0mm 13 |
| Pézenas........ | 1er novembre.......... | 80 | 4 — | 0 33 |
| Olonzac........ | 8 septembre........... | 42 | 1 — | 0 70 |
| Montpellier..... | 3 août................ | 154 | 15 1/2. | 0 16 |
| Lunel.......... | 31 octobre............ | 220 | 16 — | 0 23 |
| Villeneuvette... | 2 août................ | 45 | 4 — | 0 20 |
| Ibid. ... | 19 octobre............ | 150 | 15 — | 0 17 |
| Brissac........ | 30 octobre et 1er novemb.. | 243 | 37 1/2. | 0 11 |
| Ibid. ....... | 10 et 11 septembre..... | 89 | 14 — | 0 106 |
| Le Poujol ...... | 10 juillet............ | 105 | » — | » |
| Ibid. ..... | 20 septembre......... | 215 | » — | » |
| Fraïsse........ | 19 octobre............ | 157 | 12 — | 0 22 |

On voit que dans les plus fortes averses il n'est jamais tombé plus de 0mm,70 de pluie par minute ou 42 millimètres par heure. C'est probable-

ment un maximum, car dans mes observations de Montpellier comprises entre les années 1851 et 1872, je ne trouve pas de pluie qui ait été d'un millimètre par minute. Néanmoins, pendant ces averses torrentielles, il doit y avoir des moments où cette quantité tombe sur le sol; je citerai notamment l'orage qui éclata à Montpellier le matin du 11 octobre 1862. En cinq heures, les pluviomètres du Jardin recueillirent 225 millimètres d'eau, c'est-à-dire $0^{mm},75$ par minute [1], nombre un peu supérieur à celui observé par le Frère Canette à Olonzac, le 8 septembre 1871.

Tels sont les résultats principaux qu'on peut déduire des observations pluviométriques instituées par le Conseil-général. Lorsque le nombre des stations et des années sera plus considérable, les lois se manifesteront, et les conséquences pratiques s'en déduiront aisément. Mais dans ce genre d'études comme dans toutes les autres, la science pure doit établir préalablement les données positives que la pratique fécondera par ses applications à l'agriculture, à la viabilité, à la canalisation et surtout aux inondations, pour les utiliser, les prévenir, ou du moins amoindrir leurs effets dévastateurs.

---

[1] Voyez ma Note sur cet orage. (*Comptes-rendus de l'Académie des Sciences*; tom. LXV, pag. 644.)

# TABLEAU GRAPHIQUE

représentant l'épaisseur de la couche d'eau tombée en 1870 et 1871, dans dix localités

## DU DÉPARTEMENT DE L'HÉRAULT

*Millimetres*: 2.100. 2.000. 1.900. 1.800. 1.700. 1.600. 1.500. 1.400. 1.300. 1.200. 1.100. 1.000. 900. 800. 700. 600. 500. 400. 300. 200. 100. 0.

| | | |
|---|---|---|
| Cette | 585 m.m. | 746 |
| Béziers | 342 | 793 |
| Olonzac | 374 | 536 |
| Montpellier | 806 | 1.167 |
| Lunel | 704 | 1.326 |
| Claret | 667 | 1.000 |
| Villeneuvette | 720 | 1.440 |
| Brissac | 710 | 1.433 |
| le Poujol | 838 | 2.062 |
| Fraïsse | 1.272 | 1.740 |

Cette Béziers Olonzac Montpellier Lunel Claret Villeneuvette Brissac le Poujol Fraïsse

# RECHERCHES

SUR

# LES PRINCIPES DE LA MÉCANIQUE,

## SUR LA CONSTITUTION MOLÉCULAIRE DES CORPS

## ET SUR UNE NOUVELLE THÉORIE DES GAZ PARFAITS

**Par M. J. BOUSSINESQ** (*).

Les progrès des sciences physiques tendent à ne montrer, dans tous les faits accessibles à nos sens, que de simples mouvements de la matière ; et l'on sait notamment que les circonstances qui accompagnent la propagation de la lumière et de la chaleur rayonnante d'une part, et d'autre part les phénomènes calorifiques offerts par les corps, ne peuvent s'expliquer qu'en admettant une agitation très-vive, bien qu'imperceptible, d'un fluide subtil appelé éther, répandu dans tout l'espace intrà-stellaire, et aussi des particules les plus petites des corps eux-mêmes. De très-belles théories, mais ne s'étendant qu'à des classes plus ou moins restreintes de faits, ont été successivement émises depuis cinquante ans ; mais je ne pense pas qu'il ait encore paru un travail où l'on explique à la fois, sans hypothèses contradictoires et avec assez de précision pour établir les lois mathématiques révélées par l'expérience, l'ensemble des phénomènes qui se rattachent aux mouvements ordinaires et perceptibles des corps, à leurs vibrations calo-

(*) Mémoire présenté à l'Académie des Sciences et Lettres de Montpellier, le 8 juillet 1872.

rifiques, et enfin à la transmission, sous forme d'ondes, de la chaleur rayonnante et de la lumière. Essayer de donner cette explication générale, tel est le but des Recherches que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie, et dont le lecteur voudra bien, en vue de la difficulté du problème et de l'utilité du résultat à atteindre, me pardonner l'imperfection.

Après avoir rappelé les notions de point matériel, de vitesse, d'accélération, et avoir montré que dans un système indépendant de tout autre les accélérations doivent varier seulement avec les positions relatives actuelles des diverses parties, je pose comme *postulatum* fondamental de la mécanique la grande loi expérimentale de la conservation des forces vives ou de l'énergie. De ce principe se déduisent immédiatement les équations générales de la dynamique réelle, équations dans lesquelles les forces ne paraissent que comme des produits d'une masse par une accélération, sans qu'on ait à s'occuper des rapports métaphysiques qu'elles peuvent avoir avec les puissances inconnues qui meuvent la matière, ou encore avec les phénomènes intérieurs appelés sensations de traction, de compression, d'effort, etc., qui résultent en nous de déplacements moléculaires, volontaires ou non, opérés dans nos organes. Je suis ainsi conduit à admettre que l'action d'un point sur un autre est dirigée suivant leur droite de jonction, égale et contraire à la réaction du second sur le premier, et a pour valeur la dérivée, par rapport à leur distance, d'une certaine fonction de toutes les distances mutuelles des points du système. Cette dérivée doit en général dépendre, non-seulement de la distance des deux points considérés, comme le voudrait une opinion très-répandue basée sur le désir de trouver simples les lois naturelles, mais encore des distances des points matériels voisins, s'il en existe. En d'autres termes, rien ne prouve que l'action de deux points ne puisse pas être influencée par la présence d'un certain nombre d'autres, et que l'on ne doive pas admettre comme possibles, en mécanique moléculaire aussi bien qu'en chimie, des actions et réactions de présence ou *catalytiques*. De telles influences n'ont rien d'invraisemblable *à priori*, car il est très-naturel, par exemple, que la matière située entre deux atomes gêne leur action réciproque, et d'autant plus que sa densité est plus grande. Les faits se rattachant à la *gravitation* prouvent, il est vrai, que les attractions exercées à des distances perceptibles

obéissent sensiblement aux lois plus simples de Newton ; mais, d'après ce que tendent à montrer des raisons théoriques, cette simplification paraît provenir uniquement de ce que la grandeur relative des distances dont il s'agit permet de développer par la série de Taylor, et de réduire même à leur partie linéaire, certaines fonctions des inverses de leurs carrés. Les actions de présence, ne s'exerçant ainsi qu'à des distances insensibles, ne rendent ni plus longue ni plus difficile la démonstration d'aucune des lois généralement admises au sujet des pressions, forces élastiques, énergie potentielle, etc., et rien, de ce côté, ne s'oppose à leur admission.

Après avoir établi, de ce nouveau point de vue, l'existence et les propriétés des quantités qui ont reçu les noms d'énergie potentielle interne et d'énergie interne totale, j'essaie d'exposer le mode probable d'action de l'éther, soit dans les mouvements vibratoires, lumineux ou autres, qui se font par ondes régulières et où les molécules pondérables se déplacent trop peu pour que leurs actions réciproques y jouent un rôle appréciable, soit au milieu de l'agitation bien plus compliquée dont la demi-force vive constitue la chaleur sensible possédée par un corps, et dans laquelle les molécules pondérables exécutent d'assez larges oscillations pour que leurs actions réciproques y dominent. Je m'occupe surtout ici des phénomènes qui se rattachent à ces derniers mouvements, ceux qui se font par ondes ayant été étudiés en détail et ramenés à un point de vue unique, dans plusieurs Mémoires sur la lumière insérés au *Journal de M. Liouville* (tom. XIII, 1868, et tom. XVII, 1872). La diversité des rôles alternativement joués par l'éther, qui possède incomparablement plus ou incomparablement moins de force vive que la matière pondérable suivant qu'il s'agit d'un mouvement de la première espèce ou d'un mouvement de la seconde, s'explique par l'extrême petitesse de sa densité. Cette petitesse excessive permet aussi : 1° d'expliquer l'énorme vitesse de propagation des ondes lumineuses sans qu'on ait besoin d'attribuer à l'éther une élasticité comparable à celle de la matière pondérable; et 2° de regarder comme négligeables, dans tous les phénomènes calorifiques, l'énergie possédée par cet agent, ainsi que les actions de présence qu'il pourrait exercer sur l'énergie propre de la matière pondérable. Par suite, l'expression des quantités d'énergie interne ou de chaleur contenues dans un corps où règne une agitation d'une intensité supposée connue, n'est pas rendue plus compliquée par l'intervention

de l'éther ; ce milieu ne peut pas, à cause de sa faible masse, en détenir des quantités sensibles, et il ne fait que la transporter rapidement, par petites charges, d'un corps à l'autre du système, de manière à tendre à établir entre eux et avec lui-même une sorte d'équilibre dynamique appelé ***équilibre des températures***. Un corps se trouve toujours à une certaine température qui caractérise son état calorifique, et qui est elle-même une quantité ayant ses variations d'un instant à l'autre régies par une équation importante. C'est cette équation, présentée sous sa forme la plus simple, qu'on appelle formule fondamentale de la thermodynamique. Je pense avoir apporté à sa démonstration une plus grande rigueur, en faisant voir que le travail des forces exercées sur la surface d'un corps ne se réduit pas à celui de leurs résultantes, ou *pressions*, mais contient en outre une partie indépendante des mouvements perceptibles de la surface, dépendante au contraire des vibrations calorifiques, et qui représente précisément ce qu'on appelle la chaleur cédée au corps.

On sait que la matière pondérable peut affecter, suivant la température et la pression auxquelles on la soumet, les deux formes d'un *solide* ou d'un *fluide*, la seconde forme comprenant elle-même les deux états *liquide* et *gazeux*. Or, des considérations plausibles permettent de prévoir et d'établir la plupart des lois qui conviennent à ces états et de celles qui régissent le passage des corps de l'un à l'autre, mais à la condition d'admettre les actions de présence dont il a été parlé plus haut. A l'aide d'une analyse très-simple, applicable en toute rigueur au cas d'un corps isotrope peu écarté de son état primitif d'équilibre stable, mais dont les résultats sont si naturels qu'une induction légitime permet de les étendre, en généralisant un peu leur forme, au cas d'un corps quelconque, je parviens en effet à reconnaître, dans l'expression de l'action réciproque de deux molécules, deux parties distinctes : l'une, fonction de leur distance primitive et de leur écartement, est la force, constituant la *solidité*, qui a été admise par Navier, Lamé et Clapeyron, dans leurs Mémoires sur l'élasticité des corps solides, et qui disparaît quand les limites d'élasticité sont dépassées ; la seconde, fonction de la distance actuelle et de la densité actuelle, produit par ses résultantes, sur tout élément plan mené dans un corps, une pression normale, simplement fonction de la température et de la densité ; elle existe dans les solides,

dont elle modifie généralement les forces élastiques normales, et subsiste seule dans les autres corps, qui sont, par le fait même, des fluides. Le passage de l'état solide à l'état liquide par voie de fusion s'effectue quand le rapport aux distances primitives des molécules très-voisines de leurs écarts produits par l'agitation calorifique, dépasse la très-petite valeur maximun au-delà de laquelle la rupture a lieu ; et la chaleur latente ou perte de chaleur sensible, observée, soit dans ce cas, soit quand on opère par voie de dissolution, provient de l'anéantissement des forces constituant la solidité qui cessent de concourir à l'entretien des vibrations calorifiques. Il en est autrement lors du passage d'un corps à cet état de grande dilatation qu'on appelle état gazeux ; l'accroissement considérable du volume suffit pour expliquer la grande augmentation que subit alors l'énergie potentielle interne.

On conçoit que l'action réciproque de deux molécules, dont l'expression paraît être, dans les fluides en général, une fonction compliquée de leur distance et de la densité, tende vers une forme simple, par rapport à la densité, à mesure que celle-ci devient plus petite, c'est-à-dire dans les gaz suffisamment éloignés de leurs points de condensation. Il est donc intéressant de chercher si les propriétés connues des gaz ne s'expliqueraient pas en supposant que l'action moléculaire y varie en raison inverse de la densité, ce qui est la manière la plus simple dont elle puisse vraisemblablement en dépendre. On verra, dans le dernier paragraphe du Mémoire, avec quelle facilité cette hypothèse conduit aux lois de Mariotte et de Gay-Lussac sur la pression, de Joule sur l'énergie interne des gaz, de Régnault sur la constance de leurs capacités calorifiques, de Delaroche et Bérard sur l'égalité des chaleurs spécifiques, rapportées à l'unité de volume, chez tous les gaz simples, etc.

La théorie de Daniel Bernouilli et de Krœnig, complétée par Clausius, non sans l'aide de plusieurs hypothèses accessoires, et dans laquelle les gaz sont considérés comme des amas de molécules disjointes lancées dans tous les sens et se heurtant parfois les unes contre les autres, n'est donc pas la seule qui permette de rendre compte des propriétés connues de ces corps. J'espère que la théorie nouvelle paraîtra étayée sur des suppositions en moindre nombre et plus vraisemblables. D'ailleurs, dans celle de Bernouilli, l'hypo-

thèse fondamentale, consistant à admettre que la distance moyenne des molécules les plus voisines est très-grande chez les gaz, en comparaison du rayon d'activité des actions moléculaires, me paraît sujette à une grave difficulté. Dans l'acide carbonique, en effet (et on pourrait en dire autant de tous les gaz liquéfiables), la densité à l'état gazeux n'est que de 400 à 500 fois plus faible qu'à l'état liquide ou à l'état solide ; d'où il suit que l'écartement des molécules n'y est que de 7 à 8 fois plus grand. Or, il est bien difficile de ne pas admettre, spécialement dans l'explication des phénomènes capillaires, que les actions émanées d'une molécule d'un corps, liquide ou solide, s'étendent avec une intensité sensible à des distances pour le moins égales à 7 ou 8 fois celle des molécules contiguës[1]. Donc, même à l'état gazeux, chaque molécule d'acide carbonique se trouve très-probablement dans la sphère d'action de ses voisines, et les lois de Mariotte et de Gay-Lussac, qui s'y appliquent avec une certaine approximation, ne doivent pas être dues aux causes assignées par la théorie de Daniel Bernouilli.

## § I.

### POINTS MATÉRIELS, VITESSES ET ACCÉLÉRATIONS.

Je considérerai un système fini de corps assez éloigné de tout autre système pour qu'on puisse l'en supposer indépendant, et je concevrai qu'on l'ait divisé en éléments matériels assez petits pour que chacun d'eux ne subisse jamais de décomposition dans aucun phénomène connu. J'assimilerai ces éléments, ou *atomes*, à des points matériels : ce qui revient à supposer leurs dimensions très-petites par rapport aux distances auxquelles ils paraissent agir les uns sur les autres.

---

[1] D'ailleurs, l'observation des bulles d'air énergiquement retenues contre les parois d'un vase paraît prouver, ou bien que les actions émanées d'un point de ces parois s'exercent, à travers des distances sensibles, sur un grand nombre de molécules gazeuses, et alors on n'a aucun droit de supposer incomparablement plus petit le rayon d'activité des actions moléculaires du gaz lui-même, ou bien, ce qui est la seule hypothèse vraisemblable, que le rayon d'activité des actions moléculaires n'a partout qu'une longueur imperceptible, et que les particules gazeuses restées adhérentes au vase y ont été retenues par leurs propres actions, à l'exception d'une couche extrêmement mince sur laquelle s'exerce directement l'attraction de la paroi.

Soient : $M_1$, $M_2$, ... $M_p$, ..., $M_n$ ces points $(x_1, y_1, z_1)$, $(x_2, y_2, z_2)$, .. $(x_p, y_p, z_p)$, ... $(x_n, y_n, z_n)$ leurs coordonnées à l'époque $t$ par rapport à un système d'axes rectangulaires fixes des $x$, $y$, $z$; $r_{p,q}$ leurs distances mutuelles, définissant leurs positions relatives, et dont la formule générale est

$$(1) \qquad r_{p,q} = + \sqrt{(x_q - x_p)^2 + (y_q - y_p)^2 + (z_q - z_p)^2} ;$$

enfin $\alpha_{p,q}$, $\beta_{p,q}$, $\gamma_{p,q}$ les angles que cette droite $r_{p,q}$, parcourue en allant de $M_p$ à $M_q$, fait avec les axes des $x$, $y$, $z$, et dont les cosinus sont

$$(2) \quad \cos \alpha_{p,q} = \frac{x_q - x_p}{r_{p,q}}, \quad \cos \beta_{p,q} = \frac{y_q - y_p}{r_{p,q}}, \quad \cos \gamma_{p,q} = \frac{z_q - z_p}{r_{p,q}}.$$

Le mouvement du point M à l'époque $t$ sera caractérisé par les accroissements que recevront à cette époque, durant un instant $dt$, ses trois coordonnées $x$, $y$, $z$; ou bien, afin de ne pas introduire d'infiniment petits dans les calculs, par les rapports à $dt$ de ces accroissements, c'est-à-dire par les trois dérivées $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$. Ces trois dérivées, qui ne sont autre chose que les augmentations, par unité de temps, des coordonnées considérées, s'appellent les trois vitesses du point suivant les axes, et l'on appelle sa *vitesse* réelle une ligne égale au rapport à $dt$ de l'élément correspondant $ds$ de sa trajectoire, menée à partir de la position actuelle du point dans la direction de cet élément. Le mouvement actuel est complètement représenté, en grandeur et en direction, par cette ligne, dont l'expression est

$$(3) \qquad \text{V ou } \frac{ds}{dt} = + \sqrt{\frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2} + \frac{dz^2}{dt^2}} .$$

L'état de mouvement du point se modifiant en général d'un moment à l'autre, ces changements, pendant un instant $dt$, sont définis par les rapports à $dt$ des accroissements que reçoivent, durant cet instant, les trois composantes $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, de sa vitesse. Ces trois rapports s'appellent les accélérations du point suivant les axes, et l'on appelle son *accélération* totale la diagonale du parallélipipède rectangle construit sur trois arêtes égales à ces accélérations et respectivement parallèles aux axes. Cette diagonale multi-

pliée par $dt$ représente, en grandeur et en direction, le second côté, infiniment petit, d'un triangle, dont le premier côté est la vitesse du point à l'époque $t$ et le troisième sa vitesse à l'époque $t + dt$. L'accélération totale est donc, comme la vitesse totale, indépendante du choix des axes.

Dans le système matériel considéré, assez éloigné de tout autre pour pouvoir en être supposé indépendant, les phénomènes s'enchaînent de manière que l'état actuel, sous le double rapport de la situation et du mouvement, détermine celui qui aura lieu au bout d'un instant $dt$, celui-ci le suivant, et ainsi de suite à l'infini. C'est ce que l'on exprime en disant que *les phénomènes sont régis par des lois.* Par conséquent, la nature d'un système détermine toute la série des états par lesquels il passe, pourvu que l'on connaisse celui dans lequel il se trouve à une époque donnée, et qui peut évidemment être quelconque, en ce sens que les coordonnées et les vitesses suivant les axes des divers points y sont arbitraires.

Il suit de là que les accélérations $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d^2y}{dt^2}$, $\frac{d^2z}{dt^2}$, doivent être, pour chaque point et à toute époque, des fonctions parfaitement déterminées de l'état du système à cette époque, c'est-à-dire des coordonnées et peut-être aussi des vitesses. Toutefois, je dis que ces fonctions ne doivent pas dépendre des vitesses. En effet, il est d'abord naturel d'admettre que l'une quelconque d'entre elles ne peut tout au plus contenir que la vitesse du point dont elle exprime une accélération; car, durant l'instant $dt$, les vitesses des autres points ne modifient pas sensiblement leurs positions, ni par suite leur manière d'être et d'agir, par rapport à celui que l'on considère. Mais elle ne dépendra pas non plus de la vitesse de ce dernier ; car, si l'on suppose imprimée aux autres une vitesse égale et parallèle à celle-là, ce qui ne changera pas, comme nous venons de dire, l'accélération actuelle du point considéré, tous seront animés d'un mouvement commun de translation dans l'espace: or, l'expérience apprend que dans ce cas leurs déplacements par rapport à un système d'axes coordonnés parallèles aux axes fixes, mais constamment animés de ce même mouvement de translation, seront les mêmes que ceux qui auraient lieu par rapport aux axes fixes, si tous les points étaient actuellement sans vitesse. Donc, *les accélérations suivant les axes fixes à l'époque t*, évidemment égales à celles qui seraient produites dans

ce dernier mouvement, *ne dépendent que des positions actuelles des points par rapport à ces axes, et les uns par rapport aux autres.*

§ II.

PRINCIPE DES FORCES VIVES ET AUTRES LOIS GÉNÉRALES DE LA MÉCANIQUE.

Quelle que soit la cause inconnue qui meut la matière, l'observation attentive des faits nous porte à regarder l'énergie ou l'activité déployée dans un mouvement comme proportionnelle : 1° à la vitesse avec laquelle il s'effectue; 2° à la grandeur totale du déplacement opéré; 3° enfin, à un coefficient, appelé *masse*, dépendant de la nature du point qui est mû, et constant pour chaque point en vertu du grand principe de la *conservation de la matière*. Par conséquent, lorsqu'un point de masse $m$ parcourt avec la vitesse V, durant un instant $dt$, un chemin $ds = \mathrm{V}\,dt$, l'activité déployée dans ce mouvement est proportionnelle à $m\mathrm{V}ds = m\mathrm{V}^2dt$, et peut être considérée comme ayant pour mesure $\frac{1}{2}\,m\mathrm{V}^2dt$, ou, rapportée à l'unité de temps, $\frac{1}{2}m\mathrm{V}^2$. En étendant le signe de sommation $\sum$ à tous les points d'un système, l'activité totale qui y sera déployée à l'époque $t$, par unité de temps, vaudra d'après cela la quantité $\frac{1}{2}\sum m\mathrm{V}^2$, qu'on appelle *puissance vive* du système.

Or, l'expérience conduit à admettre qu'un système indépendant de tout autre tient de sa nature le pouvoir de développer par unité de temps une certaine activité qui ne varie qu'avec les rapports mutuels des points dont il est formé, c'est-à-dire qui est une fonction déterminée $-\Psi$ de leurs distances actuelles $r_{1,2}$, $r_{1,3}$, ..., $r_{p,q}$, ... Comme d'ailleurs on peut concevoir que les diverses parties d'un système se trouvent disposées d'une manière quelconque, à une époque unique, prise par exemple pour origine des temps, et reçoivent au même instant des vitesses quelconques, c'est-à-dire une activité arbitraire, il faut joindre à la fonction $-\Psi$, pour avoir l'expression totale de cette activité à l'époque $t$, une constante arbitraire C dépen-

dant de l'*état initial* du système. On pourra donc poser l'équation suivante, qui sert de fondement à toute la mécanique :

$$(4) \qquad \frac{1}{2}\sum mV^2 = -\Psi(r_{1,2}, r_{1,3}, \ldots r_{p,q}, \ldots) + C.$$

Elle est l'expression analytique de ce qu'on appelle le principe de la *conservation des forces vives*, principe d'après lequel la *force vive*, $\sum mV^2$, d'un système indépendant de tout autre, est impérissable, ou se retrouve la même chaque fois que les parties du système reprennent les mêmes positions relatives.

Les distances $r$ ne sont pas toutes indépendantes, et on pourrait en éliminer un certain nombre de la fonction $\Psi$ : mais cette fonction, sous sa forme la plus naturelle, celle que nous supposerons adoptée, doit les contenir toutes ; car il est rationnel d'admettre que chaque distance joue un rôle dans la production des phénomènes, en tant qu'exprimant le rapport des deux points qu'elle relie.

Différentions (4) par rapport au temps, après y avoir remplacé V par son expression (3) et en tenant compte des relations (1) et (2). Si nous observons que l'état où se trouve le système à l'époque $t$ pourrait être choisi comme état initial, et que par suite, quelles que soient les coordonnées actuelles des divers points, on peut se donner arbitrairement les composantes actuelles des vitesses, dont les accélérations ne dépendent pas, nous devrons égaler dans les deux membres les coefficients de $dx_p$, $dy_p$, $dz_p$, et l'équation (4) équivaudra au système des $3n$ relations

$$(5) \qquad m_p \frac{d^2x_p}{dt^2} = \sum \frac{d\Psi}{dr_{p,q}} \cos \alpha_{p,q}, \quad m_p \frac{d^2y_p}{dt^2} = \sum \frac{d\Psi}{dr_{p,q}} \cos \beta_{p,q}, \quad m_p \frac{d^2z_p}{dt^2} = \sum \frac{d\Psi}{dr_{p,q}} \cos \gamma_{p,q},$$

où $m_p$ désigne la masse du point quelconque $M_p$, et où les signes de sommation $\sum$ s'étendent à toutes les valeurs $1, 2, 3, \ldots n$ de $q$, autres que $p$.

Menons, à partir du point $M_p$, une droite dont les projections sur les trois axes soient respectivement les premiers membres de ces relations, et d'autres droites dont l'une sera dirigée suivant la ligne qui joint $M_p$ à chacun

des autres points $M_q$, et aura pour valeur $\frac{d\Psi}{dr_{p,q}}$ ; de plus, appelons *forces* toutes ces droites, *force motrice* de $M_p$, la première d'entre elles, action de $M_q$ sur $M_p$, celle des autres qui est dirigée suivant la ligne $M_p M_q$, et convenons aussi d'appeler *résultante* d'un système de droites données, la droite qui a sa projection sur un axe quelconque égale à la somme des projections sur le même axe des droites données, et qui joint par conséquent les deux extrémités de la ligne polygonale dont les divers côtés sont égaux et parallèles aux mêmes droites. Les relations (5) reviendront à dire que la *force motrice d'un point quelconque du système est la résultante d'actions partielles, dont chacune, exercée sur ce point par l'un des autres, est dirigée suivant la droite qui joint ces deux points, égale et contraire à la réaction du premier sur le second, et a pour expression la dérivée, par rapport à leur distance, d'une même fonction Ψ des distances actuelles de tous les points du système*. Cette fonction a reçu le nom de *fonction des forces* et aussi de *fonction potentielle* ou d'*énergie potentielle*, pour une raison qu'on verra plus loin. Lorsqu'elle sera connue, les équations (5) formeront un système de $3n$; équations différentielles dont l'intégration déterminera l'état du système à toute époque, si les valeurs initiales des coordonnées et des vitesses sont données pour tous les points.

On peut avoir à considérer spécialement, dans un système indépendant de tout autre, un certain nombre de points constituant un *système partiel*: on appelle alors *forces intérieures* les actions et réactions mutuelles de ces points, et *forces extérieures* celles qui sont exercées sur les mêmes points par les autres.

On sait que la loi d'après laquelle la réaction est égale et contraire à l'action permet d'établir six relations d'où les forces intérieures se trouvent éliminées, et qui suffisent pour résoudre le problème du mouvement d'un corps de forme invariable, soumis à des forces extérieures données : les trois premières, qui subsisteraient alors même que la réaction, toujours égale à l'action et parallèle de sens inverse, ne serait pas dirigée suivant la droite de jonction des deux points, sont l'expression analytique de ce qu'on appelle le principe des *quantités de mouvement* ou du *mouvement des centres de gravité*; les trois autres sont de même l'expression du principe dit

des *moments* ou des *aires*. Je renverrai aux Traités de mécanique rationnelle pour l'exposition de ces principes, et aussi pour la manière dont on déduit des équations (5) la formule des forces vives appliquée à un système partiel, en y introduisant la notion du travail des forces, demi-force vive due à leur action, et égale pour chaçune d'elles, pendant un instant $dt$, au produit de l'élément de chemin que décrit son point d'application par la projection de la force considérée sur ce chemin.

## § III.

### ATTRACTION NEWTONIENNE ET ACTIONS MOLÉCULAIRES.

Il est un cas particulier pour lequel des considérations assez plausibles permettent, sans invoquer le principe des forces vives, d'arriver aux équations (5), et même de déterminer en partie la forme de la fonction $\Psi$ : c'est celui d'un système dont tous les points se trouvent situés à des distances perceptibles les uns des autres, c'est-à-dire au-delà des très-petites distances où leurs actions réciproques sont énergiques et constituent la cohésion des solides, l'adhésion des liquides et la pression des gaz.

Considérons en effet un système pareil. Les positions de tous ses points $M_1$, $M_2$,... $M_n$, relativement aux directions des axes coordonnés et les uns par rapport aux autres, seront évidemment déterminées si l'on connaît en grandeur les droites $r_{1,2}$, $r_{1,3}$, .. $r_{1,n}$, qui joignent le point $M_1$ à tous les autres, ainsi que les angles qu'elles forment avec les axes des coordonnées. Par suite, les trois accélérations suivant les axes de l'un quelconque des points, de $M_1$, par exemple, seront des fonctions de ces distances et de ces angles. Il est clair d'ailleurs que ces fonctions cesseront de dépendre d'une des distances, de $r_{1,p}$, si celle-ci devient infinie; car, à mesure que $M_p$ s'éloignera de $M_1$, son influence, répartie en quelque sorte sur la surface d'une sphère de rayon $r_{1,p}$, s'exercera sur $M_1$ d'après une fonction qui dépendra de l'inverse de cette surface, ou de la quantité proportionnelle $\frac{1}{r^2_{1,p}}$. D'ailleurs, si toutes les distances pareilles deviennent infinies, l'accélération du point $M_1$, étant indépendante de sa vitesse, sera

nulle par raison de symétrie, car elle ne pourra pas être dirigée plutôt dans un sens que dans un autre. Les quantités $\frac{d^2x_1}{dt^2}$, $\frac{d^2y_1}{dt^2}$, $\frac{d^2z_1}{dt^2}$, sont donc des fonctions continues de $\frac{1}{r^2_{1,2}}$, $\frac{1}{r^2_{1,3}}$, ... $\frac{1}{r^2_{1,n}}$, s'annulant quand toutes ces variables s'annulent. Et comme il n'y a pas de raison de supposer les dérivées de cette fonction nulles ou infinies pour des valeurs nulles des variables, on peut les développer par la série de Maclaurin, en se contentant même des termes du premier degré quand les variables ne sont pas trop grandes. Il résulte de la forme linéaire ainsi donnée aux formules que, *lorsqu'un point est situé à des distances sensibles des autres points avec lesquels il se trouve en rapport, ses accélérations suivant trois axes rectangulaires fixes sont respectivement, à chaque époque, les sommes de celles qu'il aurait s'il était séparément en rapport avec chacun de ces autres points*. De plus, *ces accélérations partielles doivent être en raison inverse du carré de la distance correspondante*. Observons d'ailleurs que, *dans chaque système de deux points, les accélérations totales*, indépendantes des vitesses, *seront dirigées*, par raison de symétrie, *suivant la droite qui joint les deux points*, et enfin que l'accélération de chacun d'eux sera, au moins en général, dirigée vers l'autre et non dans le sens opposé ; car une action répulsive aux distances finies détruirait les systèmes en les dispersant dans l'espace, tandis que l'observation et la raison prouvent au contraire l'existence d'une action attractive dont l'effet est de les former et de les maintenir en rapprochant jusqu'à un certain point leurs éléments.

On sait comment Newton a été conduit : 1° par la considération des deux premières lois de Képler et de celles de la chute des corps, combinée avec l'observation du mouvement de la lune, à admettre en effet entre deux points séparés par une distance finie une attraction en raison inverse du carré de cette distance ; 2° par la considération de la troisième loi de Képler, et sans doute aussi de la constance du nombre $g$ pour tous les corps terrestres, à supposer cette attraction simplement proportionnelle aux masses des deux points et par conséquent indépendante, soit de leur nature chimique, soit de la présence des points matériels qui pourraient se trouver très-voisins de l'un d'eux. Cette dernière proposition résulte d'ailleurs

simplement du fait de l'invariabilité du poids des atomes dans tous leurs états chimiques possibles, fait qui prouve bien que les actions dont la résultante constitue le poids d'un atome, c'est-à-dire celles qui sont exercées sur cet atome par les points matériels assez éloignés, ne dépendent pas de la présence des points matériels voisins de l'atome considéré.

La dérivée de la fonction des forces $\Psi$ par rapport à toute distance perceptible de deux points du système se réduit par conséquent à un facteur positif constant, multiplié par le produit des masses de ces deux points et divisé par le carré de leur distance : ce qui revient à dire que la fonction $\Psi$ se compose de deux parties dont l'une est égale, à part ce même facteur constant changé de signe, à la somme des termes qu'on obtient en divisant par chacune des distances perceptibles de deux points du système le produit de leurs masses, et dont la seconde, de forme plus compliquée, ne contient que les distances imperceptibles des points du système. Il en résulte que l'action totale exercée sur un point se compose de même de deux groupes de forces indépendants l'un de l'autre. Le premier groupe comprend les actions exercées sur ce point, d'après les lois de Newton, par ceux qui en sont à des distances finies ; à cause de leur très-grand nombre, ces forces ont une résultante sensible, malgré leur extrême petitesse, et, comme elles sont exercées de loin, cette résultante, rapportée à l'unité de la masse attirée, varie assez graduellement d'un point de l'espace aux points voisins pour qu'on puisse la supposer constante dans toute l'étendue d'un petit volume quelconque. Le second groupe comprend les actions beaucoup plus énergiques qui ne s'exercent qu'à des distances insensibles. Les forces que l'on appelle pressions, tractions, forces instantanées, etc., ne sont que leurs résultantes prises dans des conditions diverses. On les désigne habituellement sous le nom d'*actions moléculaires* ; mais cette dénomination me paraît à la fois trop générale, puisque les attractions newtoniennes sont elles-mêmes, à la rigueur, des actions moléculaires, et trop restreinte, car elle paraît exclure ce que j'appellerai au § V les actions atomiques, qui en font cependant partie. Je pense que le meilleur nom qu'on pût leur donner serait celui d'*actions de contact* ; car le contact *physique*, qui admet des degrés, et qu'il ne faut pas confondre avec le contact géométrique ou absolu,

n'est pas autre chose qu'un rapprochement de deux corps assez grand pour mettre ces forces en jeu.

## § IV.

### ÉNERGIE ACTUELLE ET ÉNERGIE POTENTIELLE.

Il est permis de supposer implicitement ajoutée à la fonction $\Psi$ une constante arbitraire telle que la plus petite valeur de cette fonction qu'on puisse avoir à considérer soit égale à zéro. A cette condition, $\Psi$ ne deviendra jamais négative dans l'équation (4), qui revient à

$$(6) \qquad \frac{1}{2}\sum mV^2 + \Psi = C.$$

On voit que la demi-force vive atteint sa valeur la plus considérable pour $\Psi = 0$, et qu'elle est alors égale à la constante du second membre. Celle-ci mesure donc le plus grand déploiement d'activité dont le système soit capable : c'est pourquoi elle a reçu le nom d'*énergie totale* du système. Elle est à chaque instant la somme de la demi-force vive, appelée aussi *énergie actuelle*, et de la valeur correspondante de $\Psi$, dite *énergie potentielle*. Le travail d'une force, accroissement qu'elle apporte à la demi-force vive de son point d'application, représente par suite la quantité d'énergie potentielle transformée par cette force en énergie actuelle.

D'après les considérations qui terminent le paragraphe précédent, l'énergie potentielle se compose de deux parties distinctes, dont la première peut être appelée énergie potentielle des attractions newtoniennes et ne dépend que des distances finies des points du système, tandis que la seconde contient seulement les distances imperceptibles des mêmes points et a pour différentielle, par rapport à l'une quelconque de ces distances, le travail total, changé de signe et pris durant un instant $dt$, des deux actions réciproques exercées à ses extrémités. Cette seconde partie, que je désignerai par $\Phi$, est appelée *énergie potentielle interne*.

Il est évident que si, de toutes les droites qui joignent deux à deux les points d'un système, on fait au hasard deux groupes dont l'un contienne incomparablement plus de ces droites que l'autre, la somme des différen-

tielles partielles, par rapport à toutes les droites de ce dernier groupe, de l'énergie potentielle interne du système, sera négligeable devant la somme des différentielles partielles de cette énergie par rapport aux droites du premier, et pourra par conséquent n'être pas comptée dans la différentielle totale de la même énergie. De ce principe résultent deux conséquences importantes : 1° les travaux des forces réciproques appliquées aux extrémités de toutes les droites de longueur insensible qui traversent une surface quelconque, ont une somme totale négligeable, et par suite le travail des actions exercées d'un côté de la surface est constamment égal et contraire à celui des forces appliquées au côté opposé ; 2° si l'on divise un corps en parties perceptibles, mais d'ailleurs petites ou grandes, on pourra, durant chaque instant $dt$, négliger le travail total des actions exercées à travers les surfaces de séparation des diverses parties, et même celui des actions réciproques appliquées, dans chacune d'elles, à l'intérieur d'une couche superficielle d'épaisseur égale au rayon d'activité des actions moléculaires, et qui pourraient par conséquent dépendre en partie du milieu adjacent. La différentielle de l'énergie potentielle interne d'un système est donc égale à la somme des différentielles des énergies potentielles internes que posséderaient ses diverses parties supposées isolées les unes des autres. Comme on peut d'ailleurs concevoir l'espace qu'occupe un corps divisé en éléments de volume égaux, dans lesquels la nature et l'état de la matière varient en général avec continuité d'un point aux points voisins, la différentielle de l'énergie potentielle interne, pendant un instant $dt$, et par suite cette énergie elle-même, pourront être rapportées, en chaque point de l'espace, à l'unité de volume. En d'autres termes, si $\Phi_1$ désigne une fonction de $x, y, z$, dépendant en chaque point de la nature et de l'état de la matière qui s'y trouve, **P** le volume entier du corps, $\int_{\mathrm{P}}$ une intégrale prise dans toute l'étendue de ce volume, on aura $\Phi = \int_{\mathrm{P}} \Phi_1 d\mathbf{P}$.

L'observation des phénomènes capillaires a démontré que, parmi les éléments de volume qu'on peut concevoir dans un système matériel, ceux qui se trouvent très-voisins de la surface, libre ou non, d'un liquide, ont une énergie potentielle interne beaucoup plus grande, du moins dans sa partie

variable d'un moment à l'autre, que ceux de l'intérieur du liquide, et que l'on doit compter spécialement dans ce cas, et malgré l'extrême petitesse, presque insensible, de l'épaisseur totale des couches superficielles, la part d'énergie potentielle interne qu'elles possèdent. Il est évident qu'on peut la rapporter à l'unité d'aire superficielle ; si l'on appelle $\sigma$ la surface totale, $d\sigma$ un de ses éléments, $\Phi_2$ une certaine fonction de l'état de la surface au point considéré, la portion d'énergie potentielle interne qu'il s'agit d'évaluer sera $\int_s \Phi_2\, d\sigma$.

Enfin, quand tous les mouvements étudiés sont continus, ou agitent, sans les mêler jamais, les éléments de volume matériels et juxtaposés qui composent chaque corps du système, on peut considérer, aux divers instants successifs, ces mêmes volumes matériels dont la forme, la grandeur et la position dans l'espace varient d'un moment à l'autre, et rapporter par suite l'énergie potentielle interne, non pas à l'unité de volume actuel, mais à l'unité de volume primitif. C'est ce qu'il convient en particulier de faire dans la théorie de l'élasticité des corps solides, et, plus généralement, toutes les fois qu'on étudie les déplacements des points d'un milieu en caractérisant chacun de ces points par ses coordonnées primitives d'équilibre, prises ainsi pour variables indépendantes. On peut voir à ce sujet les notes 3 et 4 placées à la fin de la *Théorie des ondes liquides périodiques* (au tome XX du *Recueil des Savants étrangers*).

L'énergie potentielle interne de la matière contenue dans un petit volume quelconque ne donne, par ses variations d'un moment à l'autre, que le travail total, changé de signe, des actions réciproques exercées dans son intérieur, à de très-petites distances ; mais comme les actions réciproques qui s'y trouvent exercées à des distances finies, c'est-à-dire les attractions newtoniennes mutuelles de ses atomes, ne peuvent jamais avoir, sur chaque point matériel du volume, qu'une résultante extrêmement petite et négligeable, on peut dire que les variations de l'énergie potentielle interne comprennent tout le travail, changé de signe, des actions intérieures de l'élément de volume. Par suite, *l'augmentation, pendant un instant* $dt$, *de la demi-force vive de la matière contenue dans un petit volume quelconque*, augmentation égale à la somme des travaux de toutes les forces appliquées à chacun des points maté-

riels qui s'y trouvent compris, *a pour valeur le travail total des actions extérieures qui agissent sur cette matière, diminué de l'accroissement que reçoit, pendant le même instant, son énergie potentielle interne.*

## § V.

### ÉNERGIE PHYSIQUE OU MOLÉCULAIRE, ET ÉNERGIE CHIMIQUE OU ATOMIQUE.

L'étude attentive des faits conduit à regarder les corps comme composés de particules distinctes extrêmement petites, appelées *molécules*, séparées par des intervalles très-supérieurs à leurs dimensions, et qui agissent les unes sur les autres, avec une intensité notable, à des distances imperceptibles, mais néanmoins assez grandes pour qu'on puisse assimiler les molécules, dans le calcul de ces actions, à de simples points matériels. J'admettrai, avec Navier et Poisson, que le rayon d'activité R des mêmes actions, qu'on peut appeler *actions physiques* ou *moléculaires*, contient un grand nombre de fois la distance des molécules les plus rapprochées, hypothèse qui permet d'évaluer, sans erreur appréciable, l'action totale exercée sur une seule molécule par ses voisines comme si celles-ci remplissaient l'espace environnant ou formaient une matière continue ; ce qui nous fournira plus loin d'intéressants résultats et en particulier l'explication du phénomène de la fluidité.

Indépendamment des actions physiques ou intermoléculaires, il y en a d'autres très-puissantes, qui n'agissent qu'à des distances comparables aux dimensions d'une molécule, et qui s'exercent notamment entre les divers éléments matériels, ou atomes, composant chacune d'elles ; on peut les appeler *actions chimiques* ou *atomiques*.

Si l'on isole par la pensée, dans un corps, une particule quelconque d'un petit volume apparent $v$ et de masse M, il arrive en général que le centre de gravité de chacune des molécules qu'il contient possède, en outre de son mouvement perceptible, graduellement variable d'un point de l'espace aux points voisins, et qui est sensiblement le même pour toute la particule considérée, un mouvement vibratoire spécial, s'effectuant avec rapidité, bien que d'amplitude insensible. La phase de ce mouvement change extrêmement

vite quand on passe d'un point aux points voisins, et j'admettrai qu'elle reçoit à chaque instant toutes ses valeurs possibles dans l'étendue d'une sphère quelconque décrite avec le rayon d'activité R des actions moléculaires. Cette supposition ne serait pas permise si les vibrations dont il s'agit ici se propageaient par ondes régulières, comme celles qui constituent la lumière et la chaleur rayonnante ; car alors la longueur d'onde, bien que petite, serait certainement très-supérieure à R. Mais ces vibrations, qui constituent la chaleur se propageant par conductibilité, ont justement pour caractère distinctif d'être trop rapidement variables de phase d'un point à l'autre pour qu'on puisse leur appliquer les équations ordinaires et bien connues des mouvements continus des milieux : si on pouvait en effet leur appliquer ces équations, la propagation des vibrations calorifiques dans un corps athermane ne différerait pas sensiblement de celle du son. Enfin, les atomes d'une même molécule sont en général animés de mouvements vibratoires de sens opposés, indépendants de celui du centre de gravité de la molécule, et qui tendent même à la décomposer.

D'après cela, on voit que les coordonnées d'un atome d'un corps, par rapport à un système d'axes rectangulaires fixes des $x$, $y$, $z$, sont de la forme

$$(7) \qquad x + \Delta x + \Delta_1 x,\; y + \Delta y + \Delta_1 y,\; z + \Delta z + \Delta_1 z,$$

$\Delta_1 x$, $\Delta_1 y$, $\Delta_1 z$ désignant la partie de ces coordonnées qui provient du mouvement propre de l'atome; $\Delta x$, $\Delta y$, $\Delta z$, celle qui provient du mouvement propre du centre de gravité de la molécule; enfin $x$, $y$, $z$, les trois coordonnées qu'aurait l'atome à l'époque considérée $t$, dans le cas où la matière ne serait animée que de son mouvement perceptible et fini. Si l'on multiplie la masse de chaque atome : 1° par l'une des quantités correspondantes $\Delta_1 x$, $\Delta_1 y$, $\Delta_1 z$, ou par leurs dérivées premières en $t$, qui sont les composantes suivant les axes des vitesses vibratoires atomiques; 2° par l'une des quantités $\Delta x$, $\Delta y$, $\Delta z$, ou par leurs dérivées premières en $t$, qui sont de même les composantes suivant les axes des vitesses vibratoires moléculaires, la somme des premiers produits, étendue à tous les atomes d'une même molécule, sera évidemment nulle, et la somme des seconds le sera aussi, pourvu qu'on l'étende à tous les atomes composant un élément de volume du corps. Cela posé, on peut, après avoir différentié les expressions (7) par rapport

au temps, les élever au carré, multiplier celui-ci par la demi-masse $\frac{1}{2}m$ de l'atome correspondant, et faire la somme des résultats pour toute la matière comprise à l'intérieur du volume $v$ : on trouvera ainsi, à cause de termes dont la somme sera nulle d'après ce qu'on vient de dire, que *la demi-force vive totale de la particule considérée de matière est simplement la somme:* 1° *de la demi-force vive correspondante au mouvement perceptible*; 2° *de celle qui correspond aux seules vibrations moléculaires*; 3° *enfin de la demi-force vive que posséderait la particule si les vibrations atomiques seules subsistaient.* Il convient d'appeler les deux dernières parties, que je représenterai respectivement par $E_m$ et par $E_a$, *énergie actuelle moléculaire* et *énergie actuelle atomique*, et de donner aussi à leur somme le nom d'*énergie actuelle interne*, le mot interne signifiant que cette partie de l'énergie actuelle n'est pas directement observable, parce qu'elle provient de mouvements d'amplitude imperceptible.

Occupons-nous actuellement de l'énergie potentielle interne du même élément de volume $v$, et cherchons : 1° à la décomposer, s'il est possible, en énergie moléculaire et en énergie atomique; 2° à évaluer la partie de cette énergie qui dépend des mouvements vibratoires, moléculaires ou atomiques.

L'action exercée entre deux atomes d'une même molécule ne doit pas dépendre, d'une manière appréciable, des distances réciproques d'atomes appartenant à des molécules différentes : car ces distances, par rapport à celle des deux atomes considérés, sont extrêmement grandes et doivent être supposées infinies, quelles que soient leurs vraies valeurs. Les atomes d'une même molécule doivent donc se comporter à fort peu près, les uns par rapport aux autres, comme dans le cas où aucune autre molécule n'existerait, et, si l'on considère les variations reçues pendant un instant $dt$ par l'énergie potentielle interne de la particule considérée de matière, la partie de ces variations qui égale le travail, changé de signe, des actions exercées entre des atomes d'une même molécule, pourra se calculer sensiblement, pour chaque molécule, comme si elle était seule. Par suite, la partie de l'énergie potentielle interne qui correspond aux actions chimiques est simplement, à part une constante arbitraire dont on peut faire abstraction, la somme des valeurs qu'elle a dans chaque molécule en particulier, valeurs qui sont, pour chacune, une fonction des seules distances

réciproques de ses atomes. Je supposerai l'état chimique du corps assez stable pour que les positions relatives moyennes des atomes qui composent une même molécule restent à peu près les mêmes durant tous les phénomènes étudiés, de manière que la partie variable de cette fonction puisse être réduite à ce qui provient du mouvement vibratoire atomique, et j'admettrai que ce mouvement ne change pas lui-même assez pour que l'action exercée entre deux molécules[1] puisse être influencée par ses variations. En d'autres termes, je m'occuperai seulement, dans ce qui suit, de phénomènes purement physiques (et non chimiques) durant lesquels la constitution moléculaire du corps ne sera pas altérée. Par suite, les actions réciproques des molécules n'y varieront sensiblement qu'avec les distances de leurs centres de gravité, et seront les dérivées partielles d'une fonction $\psi$ ne dépendant que de ces distances. L'énergie potentielle interne sera donc la somme : 1° d'un terme provenant du mouvement vibratoire atomique et dans l'expression duquel les distances des centres de gravité des molécules n'entreront pas; 2° d'une partie qui ne variera au contraire qu'avec ces distances et qu'on pourrait appeler énergie potentielle moléculaire.

Soient, à l'époque $t$: $x, y, z$; $x', y', z'$; $x'', y'', z''$;.., les coordonnées des positions moyennes des centres de gravité de molécules ayant respectivement pour masses $m, m', m'',..$; $x+\Delta x$, $y+\Delta y$, $z+\Delta z$; $x'+\Delta x'$, $y'+\Delta y'$, $z'+\Delta z'$; $x''+\Delta x''$, $y''+\Delta y''$, $z''+\Delta z''$;.., les coordonnées de leurs positions vraies; $r, r',..$, les distances des positions moyennes

[1] L'action totale d'une molécule sur une autre est la résultante de toutes les actions exercées par les atomes de la première sur ceux de la seconde. Dans l'évaluation de cette somme, toute droite mesurant la distance d'un point d'une des molécules à un point de l'autre, peut être remplacée sensiblement par celle qui joint leurs deux centres de gravité, et de plus, d'après l'hypothèse faite de la petitesse des déformations subies par chaque molécule, les distances réciproques des points matériels de l'une d'elles, en admettant que les actions dont il s'agit varient avec ces distances, doivent pouvoir y être remplacées aussi, sans erreur sensible, par leurs valeurs moyennes à peu près invariables. L'action totale de deux molécules est donc composée d'actions partielles qui ne varient qu'avec la distance de leurs deux centres de gravité, et dont le travail est par suite indépendant, en moyenne, du mouvement vibratoire atomique, qui se fait dans des sens opposés, soit successivement, pour un même atome, soit simultanément, pour les divers atomes d'une même molécule. Ce travail se réduit donc en tout à celui qui est effectué par leur résultante générale, supposée appliquée au centre de gravité de chacune des deux molécules considérées.

$(x, y, z)$, $(x', y', z')$, $(x'', y'', z'')$, . . ; $r + \Delta r$, $r' + \Delta r'$, . . ., les distances vraies des molécules, distances données par les relations

$$(8) \qquad (r + \Delta r)^2 = (x' - x + \Delta x' - \Delta x)^2 + (y' - y + \Delta y' - \Delta y)^2 + (z' - z + \Delta z' - \Delta z)^2, \; (r' + \Delta r')^2 = \text{etc.}$$

Les quantités telles que $\Delta r$ sont petites en comparaison des distances $r$ des positions moyennes, et l'énergie potentielle moléculaire peut se développer, ainsi qu'il suit, par la série de Taylor limitée aux termes du second degré :

$$\psi\,(r + \Delta r, r' + \Delta r', \ldots) = \psi(r, r', \ldots) + \sum \frac{d\psi}{dr}\Delta r + \frac{1}{2}\sum \frac{p^2\psi}{dr^2}\Delta r^2 + \sum \frac{d^2\psi}{dr dr'}\Delta r\,\Delta r';$$

les deux premiers signes de sommation $\Sigma$ s'étendent à toutes les distances $r + \Delta r$, et le dernier à toutes les combinaisons deux à deux de ces distances. Or, la valeur moyenne des $\Delta r$ ne diffère de zéro que par des quantités du second ordre de petitesse ; d'où il résulte que le produit $\Delta r\ \Delta r'$, aussi souvent négatif que positif, est en moyenne d'un ordre de petitesse supérieur au second. On peut donc supprimer les termes qui en sont affectés et poser simplement

$$(9) \quad \psi\,(r + \Delta r, r' + \Delta r', \ldots) = \psi\,(r, r', \ldots) + \sum\left(\frac{d\psi}{dr}\Delta r + \frac{1}{2}\frac{d^2\psi}{dr^2}\Delta r^2\right).$$

La dérivée de l'énergie potentielle moléculaire par rapport à la distance de deux molécules $m$ et $m'$ n'est autre chose que l'action réciproque de ces deux molécules, action que je désignerai, aux §§ VIII et IX, par $mm'\varphi\,(r + \Delta r, r' + \Delta r', \ldots)$. On a donc

$$\frac{d\psi}{dr} = mm'\,\varphi\,(r, r', \ldots), \quad \frac{d^2\psi}{dr^2} = mm'\,\frac{d\varphi}{dr};$$

ce qui permet d'écrire identiquement, au lieu de (9),

$$(10) \quad \psi(r+\Delta r, r'+\Delta r', \ldots) = \psi(r, r', \ldots) + \frac{1}{2}\sum\left[m \sum m'\left(\varphi\Delta r + \frac{1}{2}\frac{d\varphi}{dr}\Delta r^2\right)\right],$$

le signe $\Sigma$ qui se trouve entre crochets, au second membre, s'étendant à toutes les molécules $m'$ qui en entourent une même $m$, et le signe de sommation qui se trouve en dehors des parenthèses s'étendant ensuite aux

sommes pareilles relatives à toutes les molécules $m$ de la particule de matière considérée.

Occupons-nous d'abord de la première somme $\Sigma$, de celle qui est relative à toutes les molécules situées autour d'une même $m$. Il est évident que la partie de cette somme qui est affectée linéairement des $\Delta r$ doit être proportionnelle à la valeur moyenne de $\Delta r$, et que la partie de la même somme qui est affectée des $\Delta r^2$ doit être également proportionnelle à la valeur moyenne de $(\Delta r)^2$. Ces valeurs moyennes sont faciles à déduire des relations (8). La première de celles-ci donne en effet, si l'on extrait la racine carrée des deux membres, qu'on développe celle du second, par la formule du binome, jusqu'aux termes du deuxième ordre de petitesse inclusivement, et que l'on fasse ensuite abstraction des termes du résultat qui sont affectés linéairement de $\Delta x'$, $\Delta x$, $\Delta y', \ldots$, $\Delta z$, ou du produit de deux $\Delta$ différents et dont la valeur moyenne est nulle,

$$(11) \qquad \Delta r = \text{en moyenne } \frac{\Delta x'^2 + \Delta x^2 + \Delta y'^2 + \Delta y^2 + \Delta z'^2 + \Delta z^2}{2r}$$
$$- \frac{(x'-x)^2(\Delta x'^2 + \Delta x^2) + (y'-y)^2(\Delta y'^2 + \Delta y^2) + (z'-z)^2(\Delta z'^2 + \Delta z^2)}{2r^3}.$$

Or, toutes choses égales d'ailleurs, les carrés des déplacements moléculaires vibratoires suivant les trois axes, $\Delta x'$, $\Delta x, \ldots$, $\Delta z$, sont proportionnels aux carrés des amplitudes de ces déplacements, lesquels sont eux-mêmes, dans tous les mouvements vibratoires, en raison directe du carré moyen des vitesses, c'est-à-dire du rapport de la demi-force vive totale $E_m$ des mouvements considérés à la masse vibrante M. La formule (11) montre donc que la partie de la somme $\Sigma$ étudiée, qui est affectée linéairement des $\Delta r$, est proportionnelle au rapport $\frac{E_m}{M}$.

Il en est de même de l'autre partie comprenant les termes affectés des $(\Delta r)^2$. Si l'on développe en effet toutes les parenthèses de la première formule (8), et que l'on substitue à chaque terme sa valeur moyenne, on trouve pour valeur moyenne de $(\Delta r)^2$ une expression linéaire par rapport aux carrés des $\Delta x'$, $\Delta x$, $\Delta y', \ldots$, $\Delta z$, et variable par suite proportionnellement aux carrés des vitesses vibratoires ou à $\frac{E_m}{M}$. La somme $\Sigma$ considérée est donc tout entière en raison directe de ce rapport.

La même somme varie encore avec la forme de la fonction $\varphi$. Nous supposerons que, pour toutes les particules matérielles qu'on se propose d'étudier, $\varphi$ et sa dérivée en $r$ soient les produits respectifs de deux mêmes fonctions des distances $r$, $r'$,..., par une quantité $\varepsilon$, seule variable d'une particule à l'autre, mais constante dans toute l'étendue de chaque particule: les sommes $\Sigma$ considérées ne différeront évidemment les unes des autres, sous le rapport de la fonction $\varphi$, que par le facteur $\varepsilon$, auquel elles seront encore proportionnelles.

Observons enfin que, vu la grandeur supposée du rayon R d'activité des actions moléculaires par rapport à la distance des molécules les plus voisines, le calcul de la même somme $\Sigma$ peut se faire comme si la matière était continue, et qu'il est permis de substituer par suite, à la masse $m'$, celle d'un petit élément de volume $d\text{P}$ de l'espace qui environne la molécule $m$: cette masse sera $\rho\, d\text{P}$ si $\rho$ désigne la densité de la matière, et, les facteurs $d\text{P}$ étant encore exactement pareils pour toutes les sommes $\Sigma$ dont il s'agit, ces sommes seront proportionnelles à la densité $\rho$ de la particule.

En résumé, désignons par $f$ un coefficient qui aura la même valeur pour toutes les particules étudiées, et la somme $\Sigma$ entre parenthèses du second membre de (10) vaudra $f\rho\varepsilon\frac{\text{E}_m}{\text{M}}$. L'autre somme $\Sigma$, celle qui est en dehors des parenthèses, sera, par suite, $f\rho\varepsilon\frac{\text{E}_m}{\text{M}}\sum m = f\rho\varepsilon\,\text{E}_m$.

Il reste à évaluer la portion de l'énergie potentielle du corps qui provient des vibrations atomiques, et qui est, pour chaque molécule, la partie variable d'une fonction des distances de ses atomes. Or, les mouvements vibratoires en général donnent lieu, suivant chaque axe coordonné, non-seulement à des oscillations continuelles des points étudiés autour de leurs situations moyennes, mais encore à de petits changements de ces situations moyennes, changements qui sont du second ordre de petitesse ou proportionnels au carré des amplitudes, et qui proviennent de ce que les déplacements positifs et les déplacements négatifs, par rapport aux positions primitives d'équilibre, ne se neutralisent que dans leurs termes du premier ordre. La fonction qui exprime l'énergie potentielle de chaque molécule pourra être développée par la série de Taylor, comme l'a été la fonction $\psi$, suivant les

puissances des petites portions $\delta r + \Delta_1 r$, $\delta r' + \Delta_1 r'$, ... des distances mutuelles de ses atomes, qui proviennent du mouvement atomique et qui correspondent, savoir: $\delta r$, $\delta r'$, ... aux déplacements des situations moyennes des atomes, $\Delta_1 r$, $\Delta_1 r'$, ... au mouvement qui se fait autour de ces situations moyennes ; ce qui donnera évidemment un terme proportionnel, en moyenne, au carré des amplitudes ou au carré des vitesses correspondantes à ce mouvement, c'est-à-dire à $\frac{E_a}{M}$. La masse totale M des molécules étant en raison directe de leur nombre, la partie cherchée de l'énergie potentielle sera égale au produit de l'énergie actuelle atomique $E_a$ par un coefficient $f'$ dépendant de la constitution des molécules.

L'énergie potentielle interne **E** de la particule sera donc en tout

$$(12) \qquad \mathbf{E} = \psi(r, r', r'', \ldots) + f \rho \varepsilon E_m + f' E_a,$$

et l'*énergie interne totale* U, somme des deux énergies internes, potentielle et actuelle, vaudra

$$(13) \qquad U = \psi(r, r', r'', \ldots) + (1 + f \rho \varepsilon) E_m + (1 + f') E_a.$$

Il faut remarquer que $r$, $r'$, $r''$, ... désignent, dans ces formules, les distances mutuelles des centres de gravité des diverses molécules dans leurs situations relatives moyennes.

## § VI.

### ÉTHER, LUMIÈRE ET CHALEUR, TEMPÉRATURE.

Les phénomènes lumineux et calorifiques n'ont pu être expliqués qu'en supposant répandu dans tout l'espace intra-stellaire un corps, l'*éther*, d'une densité assez petite par rapport à celle des autres corps, dits *pondérables*, pour n'exercer sur ceux-ci aucune action statique perceptible et ne pas même opposer de résistance appréciable à leurs mouvements, mais néanmoins capable de propager, avec une énorme rapidité, des ondes à vibrations transversales d'une amplitude extrêmement faible, dont la demi-force vive constitue justement la chaleur rayonnante et la lumière. Le carré de la vitesse de propagation de ces ondes dans le vide, étant égal au coefficient

d'élasticité de l'éther divisé par sa densité, peut être très-grand, malgré la petitesse probable de l'élasticité de l'éther, pourvu que sa densité soit encore incomparablement plus petite. Ce milieu, qui pénètre d'ailleurs à l'intérieur de tous les autres corps en y conservant à fort peu près la même élasticité et la même densité que dans le vide interplanétaire[1], doit donc être considéré comme un solide pour de très-petits déplacements imprimés à ses molécules, et comme un fluide extrêmement facile à diviser pour des mouvements d'une amplitude plus grande; ce qui s'explique en admettant que sa résistance élastique aux déformations qu'on lui fait subir cesse d'être proportionnelle aux écarts moléculaires bien avant que ceux-ci deviennent perceptibles, et reste toujours très-petite en valeur absolue.

L'observation des phénomènes lumineux dans les corps en mouvement tend à prouver que l'éther, malgré sa faible masse relative, n'est pas retenu ni même mû sensiblement par les molécules pondérables qui le traversent, mais se comporte plutôt, à l'égard de ces corps, comme un liquide en repos à travers lequel passeraient des filets à mailles très-larges. Cette circonstance est évidemment inexplicable si l'on n'admet pas : 1° que la distance des molécules pondérables voisines est très-grande par rapport à leurs dimensions ; 2° que le rayon d'activité des actions moléculaires de l'éther et celui des actions réciproques de l'éther et de la matière pondérable sont tout au plus comparables aux dimensions d'une molécule pondérable et ne s'étendent, par suite, tout autour de l'une quelconque de celles-ci, qu'à une fraction négligeable de l'espace intermoléculaire environnant ; 3° et, par suite, que l'éther n'est un milieu élastique possible qu'à la condition d'être incomparablement plus divisé ou plus ténu que les autres corps, de manière à avoir un nombre en quelque sorte infini de molécules dans un espace qui en contient seulement quelques-unes de matière pondérable[2].

---

[1] On peut voir les raisons qui prouvent que l'élasticité et la densité de l'éther sont les mêmes dans les corps que dans le vide, au § VIII d'un Mémoire intitulé : *Théorie nouvelle des ondes lumineuses* (*Journal de* M. Liouville, tome XIII, 1868), ainsi qu'aux numéros 10, 11, 22, 30, 33 d'une étude *Sur les diverses manières de présenter la Théorie des ondes lumineuses*, par M. de Saint-Venant (aux *Annales de chimie et de physique*, 4me série, tome XXV. 1872).

[2] Toutes ces propriétés de l'éther s'expliquent, si l'on admet que ce milieu se trouve, non

Tous les corps flottant ainsi dans l'éther, leurs vibrations moléculaires s'y propagent sous forme d'ondes qui constituent, suivant la durée plus ou moins courte des vibrations, les lumières des différentes couleurs et des chaleurs rayonnantes diversement réfrangibles. Quand de telles ondes atteignent une région de l'éther dans laquelle se trouvent disséminées les molécules d'un corps, ces molécules prennent une certaine fraction finie de la quantité de mouvement reçue par l'éther qui les environne, et, malgré leur densité relativement énorme, elles se mettent à décrire des oscillations, extrêmement petites, il est vrai, par rapport à celles de l'éther. Or, il peut se présenter deux cas principaux : — 1° L'état vibratoire ainsi imprimé aux molécules pondérables peut n'être concordant avec aucun de ceux que les actions réciproques développées entre celles-ci tendraient à produire ou du moins à maintenir; alors ces molécules n'acquièrent pas des déplacements suffisants pour que leurs actions réciproques entrent en jeu avec une intensité comparable à celle des autres forces développées par le mouvement, ainsi que c'est démontré (en note) au § I de la *Théorie nouvelle des ondes lumineuses* citée plus haut; chaque molécule pondérable, soumise à la seule action de l'éther qui l'environne, finit par osciller à l'unisson de cet éther, et les ondes se propagent sans perte sensible d'énergie à travers le corps, qui est ainsi *transparent* ou *diathermane*. On peut voir, aux Mémoires précédemment cités, comment ces hypothèses, tellement naturelles qu'elles sont en quelque sorte inévitables, suffisent pour rendre compte, dans leurs plus petits détails, de tous les phénomènes lumineux observés et calculés jusqu'à ce jour. — 2° L'état vibratoire communiqué par l'éther aux molécules pondérables peut être au contraire à peu près concordant avec l'un de ceux que leurs actions réciproques tendent à produire ou du moins à maintenir : les impulsions, très-faibles mais incessantes, de l'éther, viennent alors en moyenne s'ajouter à ces actions, suffisantes à elles seules pour continuer le mouvement oscillatoire des molécules une fois commencé, et ce mouvement

---

pas condensé en molécules comme la matière pondérable, mais à l'état d'atomes uniformément répandus dans l'espace, de manière à n'être soumis qu'aux actions atomiques, plus énergiques que les autres, toutes choses égales d'ailleurs, et dans les calculs desquelles on peut ne compter, comme notablement influentes, que celles qui s'exercent à des distances au plus comparables aux dimensions d'une molécule.

s'accroît graduellement jusqu'à devenir comparable, pour l'amplitude et la vitesse, à celui de l'éther : il lui deviendrait même tout à fait égal s'il y avait parfaitement accord ou proportionnalité, à tous les instants, entre les impulsions de l'éther et les forces élastiques de la matière pondérable ; car l'effet accélérateur de ces impulsions ne s'annulerait qu'avec les différences de vitesse des deux espèces de matière, différences auxquelles elles sont dues. L'éther ne conserve donc bientôt plus qu'une demi-force vive extrêmement petite par rapport à celle que possède la matière pondérable, dont la densité est comme infinie par rapport à la sienne, et c'est cette dernière quantité d'énergie actuelle interne, acquise insensiblement par le corps et conservée au moyen de ses actions élastiques qu'elle met en jeu, qui est appelée sa *chaleur sensible*; elle peut évidemment se propager à travers un élément plan quelconque tracé dans le corps, par l'intermédiaire de l'éther, mais surtout directement, par le moyen des actions élastiques qui l'ont emmagasinée. Quoi qu'il en soit, le corps est *opaque* ou *athermane*; car il absorbe l'énergie des ondes qui y pénètrent, sauf à la transmettre ensuite de la même manière qu'il l'a reçue, c'est-à-dire, peu à peu et à travers ses surfaces *libres*, à l'éther environnant, et, par *conductibilité*, aux points de son intérieur, ou à d'autres corps athermanes, non encore *chauds*.

Il faut observer que l'action de l'éther en mouvement sur une molécule doit souvent s'exercer inégalement sur les divers atomes qui la composent de manière à leur communiquer des vibrations propres ; ces vibrations s'exagéreraient et pourraient même produire la désagrégation de la molécule, si elles étaient en concordance avec celles que ses forces atomiques ou chimiques tendent à produire. Ainsi s'explique la décomposition, par la lumière ou par la chaleur, des molécules de certains corps, chimiquement simples ou composés, et aussi de certains mélanges, décomposition qui permet souvent à d'autres forces chimiques d'entrer en jeu et de reconstituer de nouvelles molécules plus stables, eu égard du moins aux circonstances qui président à leur formation.

Dans tous les cas, les actions exercées par l'éther, soit sur lui-même, soit sur la matière pondérable, restent extrêmement faibles en valeur absolue, et disparaissent en comparaison des actions réciproques développées au sein de la matière pondérable elle-même, dès que les déplacements de

celle-ci deviennent comparables à ceux de l'éther. Si l'on peut, en effet, négliger ces dernières quand on étudie la propagation de la lumière et de la chaleur rayonnante, cela tient uniquement à ce que les molécules pondérables y restent en quelque sorte immobiles, tout en prenant, à cause de leur énorme masse relative, une fraction notable des quantités de mouvement produites. Mais, dans les phénomènes calorifiques proprement dits, c'est le contraire qui arrive, et toutes les actions exercées par l'éther ou sur l'éther y sont très-faibles par rapport aux actions réciproques de la matière pondérable. A plus forte raison, la faible densité de ce milieu l'empêche-t-il d'exercer, par sa présence, une influence appréciable sur la valeur de ces mêmes actions. Par suite, si l'on fait abstraction d'une constante arbitraire, l'énergie potentielle interne de la matière comprise sous un volume déterminé conserve à fort peu près, en tenant compte de l'existence de l'éther, la même valeur qu'en n'en tenant pas compte ; et, comme il en est de même, d'après ce qui vient d'être dit, de l'énergie actuelle interne, il n'y a rien à changer aux formules de l'énergie démontrées dans les précédents paragraphes. Le rôle de l'éther se borne à établir, entre divers corps en présence, et sous forme d'ondes lumineuses ou calorifiques, des échanges continuels d'énergie destinés à les mettre entre eux dans une sorte d'équilibre dynamique ; ce rôle lui est facilité autant que possible par l'énorme vitesse avec laquelle s'effectue le transport des quantités d'énergie échangées ; mais néanmoins la faible masse de l'éther ne lui permet d'en recevoir que très-peu à la fois, ce qui explique pourquoi l'échauffement et le refroidissement d'un corps se font bien plus vite par conductibilité que par rayonnement.

On peut appeler *température absolue* d'un petit volume d'éther la demi-force vive qu'il possède sous l'unité de masse, ou une quantité proportionnelle à cette demi-force vive. Un corps est dit à une certaine température absolue T, lorsque ses vibrations calorifiques n'augmentent ni ne diminuent si l'on vient à le placer dans de l'éther à la même température. Un pareil équilibre entre les molécules du corps pondérable et l'éther environnant exige que l'amplitude des vibrations des molécules et celle des vibrations de l'éther augmentent ou diminuent à la fois, toutes choses égales d'ailleurs; ces amplitudes étant très-petites, il est naturel de les supposer simplement proportionnelles l'une à l'autre, ainsi par suite que leurs carrés, pourvu tou-

tefois que les autres conditions du phénomène restent les mêmes, c'est-à-dire pourvu que les molécules pondérables conservent entre elles les mêmes rapports ou continuent à occuper à fort peu près leurs situations relatives moyennes. Cette condition restrictive pourrait être même supprimée, si l'action de deux molécules quelconques du corps, rapportée à l'unité de masse de ces molécules, était le quotient, par la densité $\rho$, d'une fonction $\chi(r)$ de leur seule distance : en effet, dans ce cas, qui se présentera au § IX, l'action exercée sur une molécule par celles qui forment un quelconque des éléments de volume environnants $d\mathrm{P}$ sera proportionnelle au produit $\chi(r)d\mathrm{P}$ de la masse $\rho\, d\mathrm{P}$ de cet élément de volume par l'expression $\frac{\chi(r)}{\rho}$, et ne dépendra pas par conséquent de la densité $\rho$ ou du plus ou moins grand rapprochement des situations moyennes des molécules. En résumé, dans le cas d'un corps pareil, et dans celui d'un corps quelconque dont les molécules conservent à fort peu près, durant les phénomènes étudiés, leurs situations relatives moyennes, l'équilibre de température entre le corps et l'éther a lieu quand le carré de l'amplitude des vibrations moléculaires du corps est au carré de l'amplitude des vibrations de l'éther, dans un certain rapport constant; ou bien, à cause de la proportionnalité des amplitudes, en général, aux vitesses vibratoires, quand la valeur moyenne des demi-carrés des vitesses moléculaires, valeur exprimée par le rapport de l'énergie moléculaire $\mathrm{E}_m$ à la masse M du corps, est à la moyenne pareille relative à l'éther, laquelle égale, par définition, la température absolue T du corps, dans un rapport constant que j'appellerai $\mathrm{e}_m$. C'est ce qu'exprime la relation

$$\mathrm{E}_m = \mathrm{e}_m \mathrm{MT}. * \qquad (14)$$

* En général, plusieurs corps formant, avec l'éther qui les environne, un système indépendant de tout autre, et mis en rapport, soit par leurs actions et réactions mutuelles, soit par l'intermédiaire de l'éther interposé, sont en équilibre de température quand le mouvement calorifique de leurs molécules n'augmente ni ne diminue d'une vibration à l'autre, ou que le travail total, correspondant à ce mouvement, des forces appliquées à la molécule considérée pendant toute la durée d'une vibration, est égal à zéro. Or, bien que le détail des mouvements calorifiques et de leur mode de propagation d'une molécule à l'autre nous soit inconnu, il est naturel de penser qu'un corps réagit sur ses voisins, pour tendre à leur communiquer une partie de son énergie, non-seulement en raison de la demi-force vive qu'il possède, ou plutôt de son énergie actuelle moléculaire par unité de masse $\frac{\mathrm{E}_m}{\mathrm{M}}$, mais encore en raison du nombre et de la gran-

Il est pareillement naturel de supposer que les vibrations atomiques d'une molécule placée dans un éther à la température T n'augmentent ni ne diminuent, quand le rapport de leur amplitude à celle des vibrations de l'éther est un certain nombre constant, dépendant de la nature et des situations relatives moyennes des atomes en présence. Par suite, il en sera de même du rapport existant entre les carrés de ces amplitudes, ou entre les valeurs moyennes des demi-carrés des vitesses correspondantes, valeurs qui sont $\frac{E_a}{M}$ pour la matière pondérable, et T pour l'éther. Soit $e_a$ ce rapport, et l'énergie actuelle atomique sera

$$(15) \qquad E_a = e_a \, MT.$$

Les énergies actuelles, moléculaire et atomique, d'un corps sont donc des fonctions de sa température, et il en est par suite de même, d'après (12), de son énergie potentielle interne.

---

deur des actions mises en jeu à son intérieur, aux diverses périodes du mouvement. En effet, on conçoit que deux corps contigus ayant, par unité de masse, des énergies actuelles moléculaires inégales, puissent néanmoins ne pas produire, en somme, de travail l'un sur l'autre, et se maintiennent par conséquent en équilibre de température, si celui dont les oscillations ont le moins d'amplitude possède, par compensation, une élasticité plus puissante. Chaque température est ainsi caractérisée, dans un corps, par un certain pouvoir déterminé qu'il possède de résister à l'introduction dans son sein de l'énergie calorifique de ses voisins, pouvoir qui grandit avec son énergie actuelle moléculaire par unité de masse $\frac{E_m}{M}$ et avec son élasticité mise en jeu par le mouvement vibratoire. Ce pouvoir, étant évidemment pareil chez tous les corps qui sont en équilibre dynamique avec de l'éther à une température donnée T, permet à ces corps d'être aussi en équilibre dynamique entre eux quand on les met en contact, conformément au principe fondamental d'après lequel *deux corps en équilibre de température avec un troisième le sont entre eux*.

On peut observer enfin que les actions réciproques des molécules, pondérables ou éthérées, tendent à mouvoir d'autant plus chacune d'elles, que celle-ci a moins de masse. Il est donc assez naturel de supposer encore le pouvoir de résistance dont je viens de parler inversement proportionnel, toutes choses égales d'ailleurs, à la masse d'une molécule du corps considéré ; d'où il résultera que, si on amène divers corps d'une constitution chimique analogue à des états physiques pareils, leurs coefficients $e^m$ et aussi, par suite, leurs caloriques spécifiques seront en raison inverse du poids individuel de leurs molécules : cette loi comprend celle de Dulong et Petit sur les caloriques spécifiques des corps simples, et celle de Neumann sur les caloriques spécifiques des composés homologues.

Quant aux relations bien connues, déduites de la considération du tétraèdre de Cauchy, qui existent entre les pressions exercées sur les divers éléments plans menés par un même point, et aux équations de mouvement, exprimant l'équilibre entre les forces extérieures appliquées à un élément de volume rectangulaire et ses inerties, et qui contiennent les dérivées en $x$, $y$, $z$ des pressions exercées sur trois de ses faces, elles conservent exactement la même forme, quand le corps est à une certaine température, que dans le cas où ses molécules ne sont animées d'aucun mouvement vibratoire d'amplitude imperceptible. En effet, six de ces formules, basées sur le principe des quantités de mouvement, ne contiennent pas d'autres coordonnées que celles du centre de gravité de l'élément de volume, tétraédrique ou rectangulaire, centre qui ne participe pas au mouvement calorifique : et les trois autres ( exprimant ce qu'on appelle l'*égalité des composantes réciproques*), déduites du théorème des moments, ne sont pas non plus changées en y mettant pour les coordonnées de divers points matériels celles de leurs situations moyennes, parce que les erreurs ainsi introduites sont complètement insignifiantes et d'ailleurs se neutralisent.

Mais il n'en est pas ainsi des pressions elles-mêmes, composantes totales, suivant une direction fixe, des actions moléculaires exercées par unité de surface à travers un élément plan situé dans un corps. Elles sont changées par les vibrations calorifiques, qui introduisent dans leurs expressions un terme sensiblement égal au produit de la température absolue par un coefficient dépendant de la nature et des situations relatives moyennes des molécules. En effet, chaque action moléculaire, étant une fonction des distances actuelles $r + \Delta r$ des molécules, peut être développée par la série de Taylor, suivant les puissances des parties variables $\Delta r$ de ces distances, jusqu'aux termes de l'ordre de $(\Delta r)^2$ inclusivement, et les sommes des composantes de ces actions suivant une direction fixe contiendront, pareillement à ce qu'on a vu pour les formules (9) à (12), deux termes proportionnels, l'un à la valeur moyenne des $\Delta r$, l'autre à la valeur moyenne de leurs carrés, et par suite tous les deux à la valeur moyenne du carré des vitesses vibratoires, ou à la température T. Dans l'expression des forces, dites élastiques, auxquelles se réduisent les pressions quand le corps est supposé peu écarté d'un état primitif d'équilibre, on pourra

négliger l'influence des petites variations de la température sur les coefficients d'élasticité qui affectent les très-petites déformations produites, et se contenter d'ajouter, à la partie des pressions qui existait dans l'état primitif d'équilibre, un terme proportionnel à ces variations. Ce terme, pour une augmentation positive de la température, correspondra généralement à une vraie pression (et non à une tension ou traction), et aura pour effet, comme on sait, de dilater le corps : car, ainsi que l'a fait observer M. de Saint-Venant (Société philomathique, 20 octobre 1855, au Journal l'*Institut*, 19 décembre, n° 1146, page 440), les attractions développées, dans les vibrations calorifiques, par les écartements alternatifs des molécules, ne doivent pas être en général aussi grandes que les répulsions produites par leurs rapprochements, vu que les variations des actions moléculaires deviennent de plus en plus rapides ou considérables à mesure que décroissent les distances des molécules considérées.

La température d'un corps, influant tout à la fois sur les distances relatives moyennes des molécules et sur l'état atomique de chacune d'elles, ne peut manquer de modifier tout ce qui dépend de ces éléments, comme, par exemple, les propriétés optiques, dans lesquelles interviennent la densité du corps et la constitution de chacune de ses molécules. En vertu du principe de la superposition des petits mouvements, des ondes lumineuses qui tombent sur un corps transparent déjà soumis à une certaine agitation calorifique, doivent à fort peu près se propager à son intérieur comme si cette agitation n'existait pas, mais que les molécules conservassent les formes et les positions relatives moyennes qu'elles ont à la température des expériences.

## § VII.

### PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA THERMODYNAMIQUE.

L'état d'un corps dépend donc de sa température, et le problème de la détermination d'un pareil état n'est résoluble que si l'on peut établir une équation indéfinie, et des conditions spéciales aux surfaces limites, permettant d'évaluer les variations éprouvées d'un instant à l'autre par la température de chaque élément de volume v du corps.

L'équation indéfinie cherchée s'obtient en exprimant, conformément au

principe des forces vives, que l'accroissement, pendant un instant *dt*, de la somme de l'énergie actuelle totale de l'élément de volume et de son énergie potentielle interne, est égal au travail total des forces extérieures qui agissent, les unes sur ses atomes superficiels, les autres sur toute sa masse. Occupons-nous d'abord des premières de ces actions.

Les déplacements, suivant les trois axes coordonnés, des atomes superficiels, se composent de deux parties, dont l'une correspond au mouvement perceptible de la portion adjacente de la surface, et l'autre aux vibrations calorifiques d'amplitude insensible : le travail des forces extérieures appliquées à ces atomes, respectivement égal au produit de chaque force par la projection sur sa direction du déplacement total de son point d'application, se composera donc de deux parties, dont l'une, la première à considérer, sera la valeur qu'aurait ce travail si l'agitation calorifique existait seule, et dont l'autre serait la valeur du travail de la même force, si au contraire chaque atome n'avait pas d'autre mouvement que le mouvement perceptible de l'élément adjacent de la surface. La première n'est autre que la quantité d'énergie communiquée à l'élément de volume en vertu des mouvements vibratoires imperceptibles, ou, comme on dit, la *chaleur* introduite du dehors : je la représenterai, selon l'usage, par $dQ$, mais en la supposant évaluée en kilogrammètres et non en calories.

Dans cette première partie, il faut tenir compte, non-seulement des actions réciproques de la matière pondérable qui sont exercées du dehors à travers la surface, mais encore, quand il y a de la chaleur rayonnante absorbée ou émise, de toutes les actions exercées, à travers la même surface, par les molécules d'éther extérieures au volume considéré, ou sur les molécules d'éther intérieures ; en d'autres termes, l'influence très-petite du rayonnement ne doit pas être négligée devant celle de la conductibilité. La raison en est que la conductibilité ne se révèle dans sa vraie énergie qu'entre deux corps inégalement chauds mis en contact, et durant un instant très-court : habituellement elle s'exerce entre des particules contiguës dont les températures diffèrent extrêmement peu, et son effet total, à travers un élément plan, est comparable à celui du rayonnement, vu que les travaux des actions énergiques qu'elle représente sont, les uns positifs, les autres négatifs, et se neutralisent à fort peu près.

Quant à la seconde partie du travail des forces extérieures appliquées aux atomes superficiels du volume considéré, elle est égale au déplacement visible de chaque élément contigu de la surface, multiplié par la somme des projections, sur ce déplacement, de toutes les forces exercées à travers le même élément, c'est-à-dire par la projection pareille de la résultante d'actions moléculaires, ou *pression*, qui s'y trouve appliquée. Or, les composantes suivant chacun des axes coordonnés des pressions exercées sur les diverses faces d'un élément de volume ont une somme égale et contraire à celle des composantes pareilles des autres forces, y compris les inerties, qui sont appliquées à toute sa masse, et par conséquent du même ordre de grandeur que le volume même de l'élément, bien que ces pressions soient individuellement comparables à sa surface, c'est-à-dire infiniment plus grandes. On peut donc diviser les pressions appliquées à l'élément de volume en deux parties : l'une, finie par unité de surface, mais ayant suivant chaque axe une somme totale rigoureusement nulle; l'autre infiniment petite, et dont la projection totale sur un axe coordonné quelconque, jointe à celle des forces extérieures qui agissent, suivant le même axe, sur toute la masse de l'élément, est égale et contraire à son inertie correspondante. Dans le cas usuel d'un fluide, ou plus généralement d'un corps pour lequel la partie finie des pressions se réduit à une pression normale et constante $p$, on sait que le travail de cette partie des pressions est égal au produit $-pd\text{v}$ de la pression, changée de signe, par l'augmentation $d\text{v}$ du volume de l'élément durant l'instant $dt$. Dans le cas d'un corps quelconque, ce travail a une expression assez compliquée, que j'ai établie au n° 2 (formule $c$) de la troisième note imprimée à la suite de la *Théorie des ondes liquides périodiques* (*Savants étrangers*, tom. XX), et qui, rapportée à l'unité de volume primitif de l'élément, contient: 1° les six composantes suivant les axes, N, T (notations de Lamé), des pressions exercées sur les trois éléments plans, dits *principaux*, qui leur sont perpendiculaires; et en outre, 2° les dérivées premières en $x$, $y$, $z$, des déplacements reçus par les points matériels de l'élément, et les différentielles, par rapport au temps, des mêmes dérivées. Je désignerai cette expression, que je ne rapporterai pas ici à cause de sa longueur, par $d\text{T}$.

Il reste à évaluer le travail de l'autre partie, très-petite, des pressions.

On n'y commettra pas d'erreur sensible en remplaçant les déplacements, pendant l'instant $dt$, des éléments de la surface auxquels elles sont appliquées, par celui du centre de gravité de l'élément de volume, et la même substitution pourra être faite dans le calcul du travail des actions extérieures appliquées à la masse entière de l'élément. Si donc $x, y, z$ désignent les coordonnées du centre de gravité considéré, et toutes ces forces ayant respectivement pour sommes, suivant les axes des $x$, des $y$ et des $z$, les inerties correspondantes, changées de signe, $M\frac{d^2x}{dt^2}$, $M\frac{d^2y}{dt^2}$, $M\frac{d^2z}{dt^2}$, leur travail total vaudra

$$(16)\quad M\left(\frac{d^2x}{dt^2}\frac{dx}{dt}+\frac{d^2y}{dt^2}\frac{dy}{dt}+\frac{d^2z}{dt^2}\frac{dz}{dt}\right)dt=\frac{1}{2}d\left[M\left(\frac{dx^2}{dt^2}+\frac{dy^2}{dt^2}+\frac{dz^2}{dt^2}\right)\right],$$

c'est-à-dire précisément la différentielle de l'énergie actuelle correspondante au mouvement perceptible et fini de l'élément de volume.

C'est la somme de cette expression, du travail $d\mathrm{T}$ des pressions égales et opposées appliquées à la surface de l'élément, et de la chaleur $d\mathrm{Q}$ introduite du dehors, qu'il faut égaler à l'accroissement de l'énergie actuelle totale de l'élément et de son énergie potentielle interne. On pourra décomposer l'énergie actuelle totale en celle qui correspond au mouvement perceptible de l'élément de volume, et en énergie actuelle interne; cela permettra: 1° de retrancher des deux membres de l'équation la différentielle de la première partie, c'est-à-dire l'expression (16); 2° de réunir les deux énergies internes, potentielle et actuelle, dont la somme, appelée ordinairement *chaleur interne* de l'élément, a été représentée par U: il viendra ainsi l'*équation fondamentale de la thermodynamique*

$$(17)\qquad d\mathrm{Q}+d\mathrm{T}=d\mathrm{U}.$$

Dans cette formule, $d\mathrm{T}$ désigne l'expression ($c$) de la note précédemment citée (on aurait simplement

$$(18)\qquad d\mathrm{T}=-p\,dv,$$

s'il s'agissait d'un fluide, ou plus généralement d'un corps dont chaque élément plan ne supporterait que des actions normales); U, énergie interne ou chaleur interne est une fonction supposée connue, soit, dans le cas particulier pour lequel $d\mathrm{T}=-p\,dv$, de la température et de la pression ou de

la densité, soit, dans le cas plus général d'un corps élastique quelconque, de la température, et des déformations subies par l'élément de volume à partir d'un état d'équilibre primitif ( ces déformations sont réductibles, ainsi qu'on peut le voir au n° 5 de la même note citée, à six distinctes, aisément exprimables en fonction des dérivées premières des déplacements $u$, $v$, $w$, des diverses particules du corps par rapport à leurs coordonnées primitives d'équilibre) ; enfin la valeur, $dQ$, de la chaleur introduite dans l'élément durant l'instant $dt$, peut être obtenue, comme on le montre dans la *Théorie analytique* de la chaleur, pourvu que l'élément de volume soit athermane, c'est-à-dire tel que les flux de chaleur qui traversent ses faces ne varient qu'avec le mode de distribution des températures dans une étendue très-petite tout autour, circonstance en vertu de laquelle ces flux dépendent exclusivement de la température au point considéré, de ses trois dérivées premières en $x$, $y$, $z$ et aussi, généralement, des dérivées premières en $x$, $y$, $z$ des déplacements $u$, $v$, $w$. Grâce à ces diverses substitutions, l'équation (17), divisée par $dt$, ne contiendra plus que la température, sa dérivée première en $t$, ses dérivées premières et secondes en $x$, $y$, $z$, les dérivées premières et secondes en $x$, $y$, $z$, des déplacements $u$, $v$, $w$, enfin, et linéairement, ces dernières dérivées premières différentiées par rapport à $dt$. En la joignant aux trois équations de mouvement, données au § I de la *Théorie des ondes liquides périodiques*, et dans lesquelles les forces $N$, $T$ devront être remplacées, comme dans la précédente (17), par leurs valeurs en fonction de la température et des dérivées premières de $u$, $v$, $w$ par rapport à $x$, $y$, $z$, on aura toutes les équations indéfinies nécessaires pour déterminer, aux divers instants successifs, les déplacements $u$, $v$, $w$, et la température, de toutes les particules matérielles constituant le corps élastique étudié.

L'équation (17) se simplifie dans le cas d'un corps athermane, très-peu écarté d'un état d'équilibre stable, non soumis à de grandes pressions et dont les divers points sont à des températures assez peu différentes. On peut alors y négliger tous les termes où entrent les quantités fort petites $u$,$v$,$w$, et y supposer même indépendants de la température, peu variable par hypothèse, tous les coefficients qui affectent les dérivées partielles de celle-ci; ce qui réduit l'équation à la formule fondamentale, bien connue, de la théorie analytique de la chaleur.

Quand le corps est notablement diathermane, $dQ$ dépend d'autre chose que de son état dans une petite étendue, et l'on ne sait pas encore quelle expression il convient de donner à cette différentielle, du moins en général. Le problème du mouvement du corps est cependant déterminé dans les deux cas extrêmes que voici : 1° quand les variations de $u$, $v$, $w$ sont assez rapides pour que la chaleur produite en un point n'ait pas le temps de se propager; hypothèse qui, en permettant de faire $dQ = 0$, rend l'équation (17) entièrement exprimable en fonction de la température, des dérivées premières de $u$, $v$, $w$ en $x$, $y$, $z$ et des dérivées premières par rapport au temps de toutes ces quantités; 2° quand le mouvement est assez lent pour qu'un état permanent et connu des températures s'établisse: c'est à ce deuxième point de vue que l'on se place d'ordinaire en traitant de l'élasticité des corps solides, et il est évidemment le seul à considérer dans les questions d'équilibre.

## § VIII.

### ACTION MOLÉCULAIRE DANS UN CORPS ISOTROPE ; SOLIDITÉ ET FLUIDITÉ.

Bien que l'action de deux molécules doive dépendre en général, non-seulement de leur distance, mais encore des distances entre elles et aux deux premières de toutes les autres molécules voisines, on conçoit que l'influence de celles-ci puisse y être représentée, à cause de leur grand nombre, au moyen de certains éléments généraux définissant jusqu'à un certain point l'état du milieu, la densité par exemple, et sans que chacune d'elles paraisse individuellement dans l'expression de l'action moléculaire. C'est une expression de ce genre que nous allons chercher, en nous bornant au cas d'un milieu *isotrope*, c'est-à-dire tel, que les formules qui expriment ses propriétés soient les mêmes de quelque façon qu'on fasse tourner, autour de l'origine, le système des axes rectangulaires auxquels on le rapporte.

Pour cela, appelant $x$, $y$, $z$ les coordonnées d'équilibre d'une molécule $m$, $x + \delta x$, $y + \delta y$, $z + \delta z$ les coordonnées pareilles d'une molécule voisine $m'$, $r$ leur distance primitive, je supposerai que ces coordonnées reçoivent de petits accroissements, $u$, $v$, $w$ pour la première, et, pour la seconde, $u$, $v$, $w$ augmentés de leurs différentielles obtenues en y faisant croître $x$ de

$\delta x$, $y$ de $\delta y$, $z$ de $\delta z$. La distance $r$ des deux molécules aura crû ainsi d'une petite quantité $\delta r$, laquelle est sensiblement, ainsi qu'on le voit dans tous les Traités sur l'élasticité, une fonction linéaire des six expressions

$$\frac{du}{dx}, \frac{dv}{dy}, \frac{dw}{dz}, \frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy}, \frac{dw}{dx} + \frac{du}{dz}, \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx};$$

comme il en sera de même de toutes les distances moléculaires, l'action réciproque des deux molécules $m$ et $m'$, qui en dépend et qui peut être développée par la série de Taylor jusqu'aux premières puissances des accroissements tels que $\delta r$, deviendra de la forme

$$(19)\quad a + b_1\frac{du}{dx} + b_2\frac{dv}{dy} + b_3\frac{dw}{dz} + c_1\left(\frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy}\right) + c_2\left(\frac{dw}{dx} + \frac{du}{dz}\right) + c_3\left(\frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx}\right);$$

les coefficients $a$, $b_1$, $b_2$, .... $c_3$ ne pourront plus varier qu'avec les éléments qui déterminent, dans l'état primitif, la position de $m'$ par rapport à $m$ et par rapport à l'orientation des axes, c'est-à-dire avec la longueur de la droite $r$ et avec les cosinus des angles que cette droite fait avec les axes des coordonnées.

Cela posé, admettons que la ligne qui joint les deux points $m$ et $m'$ soit prise pour axe des $z$, et faisons tourner le système des deux autres axes autour de cette ligne. Il est évident qu'à cause de l'isotropie supposée du milieu, l'expression (19) devra rester constamment la même. Faisons d'abord la rotation égale à 180°, transformation d'axes qui revient simplement à changer $x$ en $-x$, $y$ en $-y$, $u$ en $-u$, $v$ en $-v$: les cinquième et sixième termes de (19) changent ainsi de signe, à moins qu'ils ne soient nuls ; ce qui oblige à poser $c_1 = 0$, $c_2 = 0$. Mais on peut opérer aussi une rotation de 90°, en changeant $x$ en $y$, $y$ en $-x$, $u$ en $v$, $v$ en $-u$ : cette transformation donne un signe contraire au dernier terme de (19), et change l'un dans l'autre le second et le troisième terme ; on a donc $c_3 = 0$, $b_1 = b_2$. Si l'on observe que la somme $\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz}$ représente la dilatation cubique $\theta$ d'un élément de volume comprenant les deux molécules $m$ et $m'$, c'est-à-dire le rapport de la diminution $-\delta\rho$ de la densité à sa

valeur primitive $\rho$, et que, d'autre part, $\frac{dw}{dz}$ est la dilatation de la ligne $r$, ou le rapport $\frac{\delta r}{r}$, l'expression (19) prend donc la forme simple

$$(20) \qquad a - b_1 \frac{\delta \rho}{\rho} + (b_3 - b_1) \frac{\delta r}{r}.$$

Les deux premiers termes de celle-ci, où $a$, $b_1$ et $b_3$ ne dépendent plus que de $r$, peuvent être regardés comme la partie sensible du développement, suivant les puissances ascendantes de $\delta\rho$, d'une certaine fonction F de $r$ et de $\rho + \delta\rho$. Cette fonction est d'ailleurs équivalente, sauf erreur négligeable du second ordre de petitesse et en désignant par $F'(r, \rho)$ la dérivée de F en $r$, à la différence $F(r + \delta r, \rho + \delta\rho) - F'(r,\rho)\,\delta r$. Réunissant enfin ce dernier terme, affecté de $\delta r$, à celui qui termine l'expression (20), et appelant $F_1$ une certaine fonction de $r$, il vient pour l'action moléculaire $\varphi$, que l'on peut supposer rapportée à l'unité de masse des deux molécules, c'est-à-dire divisée par $mm'$,

$$(21) \qquad \varphi = F(r + \delta r, \rho + \delta\rho) + F_1(r)\frac{\delta r}{r} \text{ *}.$$

Ainsi, *dans un milieu isotrope peu écarté de son état primitif d'équilibre, l'action moléculaire se compose de deux forces : l'une, que j'appellerai de première espèce, ne varie qu'avec la distance actuelle des deux molécules considérées et la densité actuelle du milieu ; la seconde, que j'appellerai de deuxième espèce, dépend de la distance primitive des deux molécules et du petit écartement qu'elles ont subi à l'époque actuelle.* La première agit très-peu dans les mouvements qui ont lieu sans changement de densité, si l'on admet que l'action moléculaire s'étende à un grand nombre de molécules; car, pendant toute la durée d'un pareil mouvement, chaque particule de matière se trouve sensiblement en rapport avec une même quantité d'autres particules placées de la même manière. L'on voit aussi qu'elle ne doit donner à fort peu près sur un élément plan quelconque,

---

* J'avais déjà démontré cette formule et ses conséquences relatives à la théorie de l'élasticité dans une Note présentée à l'Académie des sciences, le 1er juillet 1867. (*Comptes-rendus*, tom. LXV, pag. 44.)

par raison de symétrie, qu'une pression normale à l'élément plan et indépendante par suite de l'orientation de celui-ci. *Les actions de première espèce n'empêchent donc pas beaucoup le glissement des particules les unes sur les autres ; elles constituent l'élasticité des fluides.* Il n'en est pas ainsi des actions de seconde espèce : de quelque manière que varie la distance de deux molécules, pourvu que ce soit entre d'étroites limites, appelées *limites d'élasticité*, elles tendent, avec une intensité sensiblement proportionnelle aux écarts, à ramener cette distance à sa valeur initiale, et à faire occuper aux diverses parties du corps les mêmes places relatives. *Ce sont* par conséquent *ces actions*, *fonctions de la distance initiale et de l'écartement*, *qui constituent la solidité.* Navier, Lamé et Clapeyron les comptaient seules dans leurs Mémoires sur l'élasticité des solides, et ils obtenaient ainsi ces expressions des forces élastiques, à un seul coefficient, que plusieurs ont remplacées depuis par d'autres à deux coefficients distincts. On trouverait en effet celles-ci en ajoutant aux expressions anciennes et incomplètes des actions normales $N$, la pression constante, fonction de la densité *actuelle*, que donnent les actions de première espèce, et qui introduirait, outre une partie principale, antérieure aux déplacements observés, un terme proportionnel à la petite dilatation $\theta$.

L'expérience montre que les actions de deuxième espèce ne subsistent pas intégralement, quand les dilatations linéaires, rapports des variations $\delta r$ des distances à leurs valeurs primitives $r$, dépassent certaines valeurs positives très-petites. Dans ce cas, les corps se constituent dans un état d'agrégation distinct du premier, c'est-à-dire qu'il s'établit un nouvel arrangement moléculaire rendant prépondérantes certaines actions primitivement moindres et *vice versâ*. Si les dilatations continuent à grandir, et surtout se produisent avec rapidité, les actions de seconde espèce disparaissent même brusquement, et il y a *rupture* du corps. Le phénomène de la fusion n'est qu'un cas particulier de la *rupture*, savoir, le cas où les vibrations calorifiques, très-rapidement variables de phase d'un point à l'autre, acquièrent une amplitude assez grande pour que les rapports des variations des distances des molécules très-voisines à ces distances mêmes dépassent les limites compatibles avec la solidité. En ce moment, les actions de première espèce subsistent seules, et le corps devient fluide. De plus, les réactions

continuelles exercées par la partie qui fond sur ce qui l'entoure, et en vertu desquelles cette partie se maintient en équilibre de température avec ses voisines, diminuent notablement au moment où ses actions de seconde espèce sont détruites et où elle perd par conséquent une partie de son élasticité. Sa température s'abaisserait donc alors si cette partie ne recevait pas du dehors une certaine quantité d'énergie ou un certain *flux calorifique*, qui n'est autre chose que du travail exercé sur sa surface. Ainsi s'explique la *chaleur latente* que tout corps solide absorbe, sans s'échauffer, au moment où il se fond. On conçoit qu'il en soit de même, de quelque manière que la solidité soit détruite, comme, par exemple, par voie de dissolution; il y aura dans tous ces cas destruction d'une certaine quantité de chaleur sensible, provenant de ce que les actions qui constituent la solidité cesseront de concourir à la réaction calorifique exercée par le corps considéré sur ses voisins.

Enfin, la densité et, par suite, les distances moyennes des molécules étant assez peu différentes à l'état solide et à l'état liquide issu de la fusion, les actions de première espèce, qui subsistent seules dans le second de ces états, doivent y conserver à peu près la même intensité qu'avant la fusion, et, comme elles n'y sont plus aidées, dans la production de la réaction calorifique du corps sur ses voisins, par les actions de seconde espèce, un même accroissement de la température doit correspondre à une plus grande augmentation d'énergie interne ou de chaleur dans le second de ces états que dans le premier. Ainsi s'explique ce fait général d'après lequel le calorique spécifique d'un corps est plus grand à l'état liquide qu'à l'état solide.

Il n'y a rien d'invraisemblable à ce que les forces de première espèce dépendent de la densité $\rho$, car il se peut que la matière interposée entre deux molécules gêne leur action réciproque, et d'autant plus qu'elle est plus dense. Quant à la manière dont ces actions varient avec la distance $r$, on conçoit qu'elles doivent être répulsives ou négatives pour $r$ très-petit, et ne devenir attractives, comme elles sont aux distances finies, qu'à partir d'une certaine valeur de $r$ : si, en effet, l'attraction existait aux plus petites distances, la matière ne tarderait pas à être infiniment condensée.

La pression exercée sur un élément plan mené à l'intérieur d'un fluide résulte donc d'actions moléculaires qui sont, les unes répulsives, les autres

attractives, et l'on conçoit qu'elles puissent se neutraliser ou avoir une somme nulle, quand le fluide est placé dans le vide, tout en restant individuellement très-énergiques.

La fusion et la dissolution, qui changent un solide en un fluide appelé *liquide*, sans faire varier beaucoup sa densité, ne sont pas les seuls moyens de passage à l'état fluide. On conçoit que les vibrations calorifiques d'un corps, liquide ou même solide, quand elles ont atteint une certaine grandeur et qu'elles viennent surtout à subir accidentellement des variations brusques, puissent détacher de ce corps un certain nombre de molécules placées à sa surface libre, pareillement à ce qu'on voit se produire, dans le phénomène du *déferlement*, à la surface d'une eau agitée. L'expérience montre que les molécules ainsi détachées se constituent, tout autour du corps, dans un état de fluidité particulier, caractérisé par la petitesse de la densité, et qu'on appelle *état gazeux*. Sa formation est accompagnée d'une perte de *chaleur sensible* ou d'une absorption de chaleur latente, provenant, non-seulement du travail que peuvent produire les pressions exercées par les particules ainsi dilatées sur ce qui les entoure, mais encore et surtout de l'accroissement d'énergie potentielle interne dû à la brusque et considérable augmentation des distances moléculaires.

## § IX.

### ESSAI SUR LA THÉORIE MOLÉCULAIRE DES GAZ.

Les gaz prennent le nom de *vapeurs* quand ils sont soumis à des pressions voisines de celles qu'on appelle leurs tensions maximums, et qui seraient nécessaires pour produire chez eux le brusque accroissement de densité constituant le passage à l'état liquide ; dans cet état, ils obéissent, comme les liquides eux-mêmes, à des lois trop compliquées pour qu'il ne soit pas prématuré de chercher la forme de la fonction $F(r, \rho)$ qui représente leurs actions moléculaires. Mais on conçoit que cette fonction tende vers une forme simple quand la densité $\rho$ tend vers zéro, et se réduise sensiblement à cette forme pour $\rho$ très-petit, c'est-à-dire dans le cas des gaz éloignés de leurs points de liquéfaction. Comme d'ailleurs la fonction $F(r, \rho)$ doit croître

lorsque $\rho$ diminue, la forme la plus simple qu'elle puisse avoir est celle-ci :

$$(22) \qquad \varphi = \frac{\chi(r)}{\rho}.$$

Nous appellerons *gaz parfait* les fluides chez lesquels l'action moléculaire aurait exactement cette expression : une telle dénomination sera justifiée si nous démontrons que les gaz réels se rapprochent beaucoup, par toutes leurs propriétés connues, de ce type idéal. Or, c'est ce que je me propose d'établir ici, et il ne sera même nullement nécessaire, pour cela, de faire varier d'un gaz à l'autre la forme, d'ailleurs inconnue, de la fonction $\chi(r)$ : ce qui me porte à croire que l'action moléculaire est en effet représentée, chez tous les gaz assez éloignés de leurs points de condensation, par une seule et même formule (22).

Évaluons d'abord la pression exercée, à l'intérieur d'un gaz parfait, sur un élément plan quelconque. Nous considérerons, pour cela, deux éléments de volume $d\mathbf{P}$, $d\mathbf{P}'$, ayant pour masses respectives $\rho d\mathbf{P}$, $\rho d\mathbf{P}'$, et situés, l'un d'un côté, l'autre de l'autre de l'élément plan ; nous appellerons $r$ la distance des positions moyennes de leurs centres de gravité, $r + \Delta r$ la distance vraie de ces centres à l'époque $t$, distance dans laquelle la partie variable $\Delta r$ et son carré $\Delta r^2$ sont en moyenne, d'après les calculs du § V, proportionnels au quotient de l'énergie moléculaire $E_m$ d'un petit volume gazeux v par sa masse M. En développant par la série de Taylor la fonction $\chi(r + \Delta r)$ jusqu'aux termes du second degré inclusivement, et en observant d'ailleurs que la densité $\rho$ reste ce qu'elle serait si toutes les molécules se trouvaient constamment dans leurs situations moyennes, il vient pour l'action respective des deux éléments de volume,

$$(23) \qquad \rho\, d\mathbf{P}\, d\mathbf{P}'\, \chi(r) + \rho d\mathbf{P}\, d\mathbf{P}' \left[\chi'(r)\,\Delta r + \tfrac{1}{2}\chi''(r)\,\Delta r^2\right].$$

Considérons d'abord le second terme de cette expression, qui seul dépend des $\Delta r$, c'est-à-dire de la température T. La parenthèse qu'il contient est en moyenne proportionnelle à $\frac{E_m}{M}$, d'après ce qui vient d'être dit au sujet des valeurs moyennes des $\Delta r$ et de leurs carrés, et, comme ce terme est en outre affecté du facteur $\rho$, variable d'un gaz à l'autre, la somme des valeurs qu'il prend quand on applique l'expression (23) à toutes les actions molé-

culaires de même direction exercées à travers un élément plan d'une étendue donnée, est proportionnelle au produit $\rho \frac{E_m}{M}$, qui devient $\frac{E_m}{V}$, en y substituant à M son expression $\rho V$. Par suite, la résultante totale des actions exercées dans tous les sens à travers un élément plan, et provenant des mêmes seconds termes, sera simplement égale, par unité de surface de l'élément plan, au produit de $\frac{E_m}{V}$ par un coefficient $k$ dépendant de la forme de la fonction $\chi(r)$.

Le premier terme de (23) est la partie de l'action moléculaire qui seule subsiste quand la température absolue devient nulle. Ce terme introduit dans l'expression de la pression exercée à travers un élément plan quelconque, une partie simplement proportionnelle au facteur $\rho$ qu'il contient et qui seul y varie d'un point à l'autre du gaz ou même d'un gaz à l'autre. Mais on conçoit que cette partie puisse être négligeable, à cause de la petitesse du facteur $\rho$, si les valeurs négatives de $\chi(r)$ y neutralisent sensiblement ses valeurs positives, ainsi que cela arrive pour des liquides soumis à des pressions assez peu considérables. C'est en effet ce qui a lieu; car l'ensemble des phénomènes concernant les gaz porte à croire que ces corps, privés de toute chaleur, sont incapables d'exercer des pressions mesurables. En réduisant donc la pression $p$ à sa seconde partie et substituant au besoin à $E_m$ sa valeur (14), il vient

$$(24) \qquad p = k \frac{E_m}{V}, \text{ ou } pV = k E_m = k e_m MT.$$

Cette relation équivaut à la loi suivante, qui contient à la fois celles de Mariotte et de Gay-Lussac: *Le produit d'un petit volume gazeux, par la pression qu'il exerce sur l'unité de surface des éléments plans passant par un quelconque de ses points, est égal à un coefficient dont la valeur ne change pas d'un gaz à l'autre, multiplié par l'énergie actuelle moléculaire du volume considéré, c'est-à-dire par une quantité proportionnelle tout à la fois à la masse et à la température absolue du volume gazeux considéré.*

Calculons actuellement l'énergie interne totale U du même volume gazeux. Nous n'aurons pour cela qu'à appliquer la formule (13) du § V. L'action moléculaire $\varphi$ étant ici donnée par (22), sa dérivée en $r$ est

$$\frac{\chi''(r)}{\rho} - \frac{\chi(r)}{\rho^2}\frac{d\rho}{dr}, \text{ ou simplement } \frac{\chi'(r)}{\rho},$$

car la dérivée de $\rho$ par rapport à $r$ est négligeable, vu que la densité ne serait qu'extrêmement peu changée par des déplacements quelconques ou même par la suppression des deux molécules dont $r$ désigne la distance. La fonction $\varphi$ et sa dérivée en $r$ sont donc, pour tous les gaz, les produits respectifs de deux mêmes fonctions $\chi(r)$, $\chi'(r)$ par l'inverse de la densité $\rho$, inverse qui est ici ce que j'ai appelé $\varepsilon$ au § V. D'autre part, la partie $\psi(r, r', \ldots)$ de l'énergie potentielle moléculaire, qui ne dépend pas de la température, peut s'évaluer en supposant constamment nulles les vibrations calorifiques, hypothèse qui donne, dans les deux équations (17) et (18), $dQ = 0$, $U = \psi$, et aussi $dT = 0$, puisque la pression $p$ d'un gaz sans chaleur est sensiblement nulle. L'équation (17) devient donc $d\psi = 0$; la fonction $\psi$ est une simple constante dont on peut faire abstraction, et la formule (13), si l'on y remplace au besoin $E_m$ et $E_a$ par leurs valeurs (14) et (15), se réduit à

$$(25) \quad U = (1+f)\,E_m + (1+f')\,E_a = [(1+f)e_m + (1+f')e_a]\,MT.$$

D'où les deux lois suivantes, trouvées expérimentalement, la première par M. Joule, et la seconde par M. Regnault : *L'énergie interne totale d'un gaz parfait est 1° indépendante de son volume, 2° proportionnelle à sa température absolue.*

Les gaz peuvent être classés en deux catégories suivant que les vibrations atomiques y sont insensibles, ou suivant que ces mêmes vibrations y absorbent au contraire une fraction notable de l'énergie, ce qui annonce chez la molécule une tendance à la décomposition. Dans le premier cas, qui doit comprendre tous les gaz simples, on a $E_a = 0$, et par suite, en éliminant $E_m$ de (25) au moyen de (24),

$$(26) \qquad U = \frac{1+f}{k}pv.$$

D'après cette relation, seulement applicable aux gaz dont les molécules sont chimiquement les plus stables, *tous les gaz simples, pris à volume égal et à la même pression, possèdent d'égales quantités d'énergie interne ou calorifique*. C'est la loi découverte expérimentalement par Delaroche et Bérard.

Des expériences célèbres de M. Regnault ont montré que cette loi ne s'applique pas bien au chlore et au brome, lesquels sont pour cela, dans les circonstances ordinaires, trop près de leurs points de condensation, mais qu'elle s'étend à l'oxyde de carbone et au bioxyde d'azote, gaz *permanents* ou voisins de l'état gazeux parfait, comme l'hydrogène, l'oxygène et l'azote, et qui se trouvent en même temps, surtout le premier, suffisamment stables au point de vue chimique, c'est-à-dire tels que l'énergie actuelle atomique $E_a$ y soit petite. D'autre part, elle ne s'applique pas à l'hydrogène protocarboné, car ce gaz, bien que permanent, est facilement décomposable par la chaleur. En général : 1° un gaz doit vérifier la loi exprimée par la formule (26), s'il résiste énergiquement à la liquéfaction et à la décomposition chimique, ce qui est le cas des cinq premiers gaz permanents cités plus haut, et aussi sensiblement, de l'acide chlorhydrique, dont la condensation et la *dissociation* sont, toutes les deux, difficiles à produire; 2° un gaz doit s'écarter au contraire de la même loi s'il est aisément liquéfiable ou décomposable, ou l'un et l'autre à la fois, comme le sont, à un plus haut degré que les précédents, l'acide carbonique, la vapeur d'eau, le protoxyde d'azote, l'hydrogène sulfuré, etc.

Je n'ai considéré jusqu'ici qu'un gaz homogène. S'il s'agit, au contraire, d'un mélange de plusieurs gaz supposés d'abord à l'état statique, c'est-à-dire sans courants intérieurs ou sans autres mouvements que les vibrations calorifiques, l'expérience enseigne que chacun d'eux n'est soumis qu'à sa propre pression, ou se comporte comme s'il occupait seul l'espace dans lequel il est distribué. Ce fait me paraît prouver que des gaz différents ne réagissent les uns sur les autres, avec une grande intensité, qu'à des distances tout au plus comparables à leurs intervalles moléculaires moyens, en sorte qu'une molécule quelconque de l'un d'eux ne soit soumise qu'à l'action de celles de son espèce qui l'entourent, et en outre à l'action beaucoup plus faible des molécules des autres espèces qui s'en trouvent extrêmement rapprochées. Mais si l'un des gaz entre en mouvement, des résistances croissant avec la vitesse doivent se développer entre ses molécules et celles des autres gaz en présence ; car les rapprochements, et par suite les conflits qui se produisent entre elles, doivent être d'autant plus nombreux et d'autant plus considérables que la vitesse du gaz en mouvement est plus grande : ainsi s'explique

la lenteur relative avec laquelle se mélangent ou se *diffusent* l'un dans l'autre deux gaz mis en présence, malgré l'absence de pression statique exercée par l'un d'eux sur l'autre. Et cette lenteur est bien plus grande encore quand les gaz sont séparés par une cloison poreuse beaucoup plus résistante qu'aucun d'eux, telle, par exemple, qu'une couche de plâtre, une feuille de papier, une plaque de graphite : on peut voir, au § X d'un Mémoire *sur l'influence des frottements dans les mouvements réguliers des fluides* (*Journal de M. Liouville*, tom. XIII, 1868), combien il est facile d'établir théoriquement, de ce point de vue, la loi que M. Graham a expérimentalement trouvée, et d'après laquelle *la vitesse de diffusion de chaque gaz à travers la paroi poreuse est en raison inverse de la racine carrée de sa densité et indépendante de la présence des autres gaz.*

---

ERRATA.

Page 121, ligne 5, au lieu de «cette fonction», lire «ces fonctions».

Page 129, ligne 25, au lieu de «d'une des molécules à un point de l'autre», lire «d'une molécule à un point d'une autre».

Page 129, ligne 31, au lieu de «la distance de leurs deux centres de gravité», lire «les distances des centres de gravité de ces molécules et de leurs voisines».

# DIAPHRAGMES VASCULIFÈRES

DES

# MONOCOTYLÉDONES AQUATIQUES,

**Par J. DUVAL-JOUVE.**



> «On rencontre des valvules ou diaphragmes dans plusieurs plantes aquatiques.» (GUETTARD; *Observ. sur les plantes*, II, p. 184; 1747.)
>
> «Il est une structure particulière aux Joncs à feuilles arrondies, et d'autant plus singulière qu'*elle n'a été observée nulle part ailleurs*; elle se présente sous l'aspect de diaphragmes celluleux, complets ou incomplets, divisant la cavité interne de la feuille en un nombre plus ou moins grand de cellules, et apparaissant, lors de la dessiccation, comme autant de nœuds qui divisent la feuille. A quoi peut tenir une disposition si constante »? (J. DE LAHARPE, *Monogr. Jonc.*, p. 106.)

J'ai déjà signalé la présence d'un réseau fibro-vasculaire dans les diaphragmes ou cloisons transversales des feuilles de certains *Juncus* (*Comptes-rendus de l'Institut*, séance du 1er avril 1872 ; *Bull. Soc. bot. de France*, tom. XVIII, p. 231 et suiv., Pl. II, fig. 1 à 4) ; et alors je croyais ce fait propre à ces feuilles, qu'on avait appelées si mal à propos feuilles *noueuses* ou *articulées*, et dont l'organisation avait paru à Laharpe si particulière et si surprenante. Cependant la présence de ces diaphragmes avec réseau vasculaire, non-seulement dans la lacune centrale et unique du limbe des feuilles du *Juncus lampocarpos* et autres, mais encore dans les lacunes multiples

des gaînes de la même plante, et des feuilles et des gaînes du *J. obtusiflorus*, m'indiquaient une analogie frappante, et que j'avais signalée, entre cette organisation et celle de nombreuses Cypéracées et de quelques Graminées (Voir *Bull. Soc. bot.*, tom. XVI, p. 408, et tom. XVIII, p. 233) ; mais je n'avais pas vu de vaisseaux dans les diaphragmes de ces dernières plantes.

Je n'en avais point vu, parce que tout d'abord j'avais été détourné de leur recherche par la lecture de l'étude spéciale que F.-J.-F. Meyen a faite des lacunes à air (Ueber die grossen Luftbehaelter im Inneren der Pflanzen, in *Neues Syst. d. Pflanz.-Physiologie*, I, p. 294-317; 1837). Cet habile et savant physiologiste y décrit en détail et y figure avec soin un certain nombre de diaphragmes (o. c., Pl. II, fig. 1-11), sans y mentionner un seul vaisseau ou une seule fibre. De même M. Chatin, qui a décrit et figuré plusieurs diaphragmes, n'y mentionne que l'élément cellulaire (*Anat. comp. d. vég.*, pag. 5, 8. 11, etc; Pl. I, fig. 4, 5; II, fig. 2, 3, 4, etc; 1856). Plus tard, lorsque j'en soupçonnai l'existence, mes premières recherches furent sans succès, par la raison que j'examinais les diaphragmes aussitôt que je les avais détachés du sujet, et qu'alors la présence constante d'une énorme quantité d'air contre leurs cellules et dans leurs grands méats empêche de distinguer ces faisceaux, qui sont toujours loin d'être aussi apparents que dans les *Juncus*, et souvent même sont très-petits. Mais après quelques heures de séjour dans l'alcool, tout devient parfaitement distinct et permet de constater que les diaphragmes des *Luzula*, des Cypéracées, des Graminées et de beaucoup d'autres familles, supportent aussi des faisceaux fibro-vasculaires. Ce fait, qui semblait d'abord tout particulier aux *Juncus*, est commun à un grand nombre d'autres monocotylédones aquatiques, et l'étude en acquiert ainsi une importance toute nouvelle.

A la simple vue et par transparence, le limbe des feuilles du *Luzula maxima* DC. laisse voir, entre ses nervures longitudinales parallèles, de petites bandes transversales très-opaques. Des coupes transversales permettent de constater que ce limbe est entièrement parcouru par des lacunes qui, creusées dans le parenchyme vert, sont primitivement occupées par un tissu cellulaire rameux, très-délicat, bientôt desséché et constamment interrompu à des distances variables (3-6 millim.) par des diaphragmes un peu

obliques, composés de deux assises de petites cellules, à peine rameuses et très-chargées de chlorophylle. Ces diaphragmes sont traversés par un seul faisceau fibro-vasculaire qui relie entre eux les faisceaux des nervures longitudinales, en s'articulant sur leur côté, un peu en arrière de l'un des gros vaisseaux et toujours vis-à-vis la région intérieure des trachées et des petits vaisseaux rayés. J'avais déjà reconnu ce point d'articulation sur les *Juncus* (*Bull. Soc. bot.*, tom. XVIII, p. 233 ; Pl. II, fig. 1 et 4) ; je l'ai retrouvé le même sur toutes les plantes mentionnées ci-après.

Sur les feuilles du *Cladium Mariscus*, des *Carex vulpina*, *maxima*, *riparia* et autres, sur les chaumes et les feuilles des *Scirpus sylvaticus* et *maritimus*, comme sur les autres espèces qui n'ont qu'un rang de lacunes vers l'extérieur, on peut constater une organisation tout à fait analogue dans l'ensemble, mais avec des détails histotaxiques très-différents, suivant les espèces.

Les chaumes des *Scirpus palustris* L., *uniglumis* Link et *multicaulis* Sm.[1], sont en entier creusés de lacunes relativement très-grandes et ayant chacune ses diaphragmes propres. Mais, comme ces chaumes n'ont qu'un seul rang de faisceaux fibro-vasculaires tout contre le parenchyme de la périphérie, il s'ensuit qu'il n'y a que les diaphragmes contigus à ce parenchyme qui supportent des faisceaux transversaux ; et ces faisceaux, toujours simples, au lieu de traverser les diaphragmes, les longent tout contre le parenchyme vert. Les diaphragmes de toutes les lacunes sont composés d'une seule assise de cellules rameuses, d'une extrême élégance (Pl. VIII, fig. 1). En se renflant à chacune de leurs extrémités articulaires (*a*) leurs rameaux échancrent les grands méats triangulaires qu'ils circonscrivent (*b*), ce qui les fait ressembler aux ouvertures en trèfle des fenêtres gothiques. Les parois de ces cellules étant très-épaisses et leurs surfaces articulaires crénelées, elles constituent des diaphragmes très-résistants et qui, bien que toujours réduits à une seule lacune, se font sentir sous la pression du doigt, comme ceux des *Juncus* [2].

---

[1] Disons, en passant, que l'histotaxie de ces trois plantes, très-semblable sinon identique dans les détails, est une des plus intéressantes qui se puisse rencontrer.

[2] Ces diaphragmes deviennent si prononcés sur les chaumes des *Scirpus articulatus* L., *nodosus* Rottb. et *plantagineus* Retz, qu'ils y font saillie après dessiccation, comme ceux des

Les chaumes des *Scirpus lacustris* L., *littoralis* Schrad., et *triqueter* L.[1], sont parcourus par de très-nombreuses lacunes, et, à chacun des points où se joignent les cloisons circonscrivant ces lacunes, par des faisceaux fibro-vasculaires *symétriques* (voir sur ce terme : *Revue des sciences naturelles*, tom. I, p. 135). De place en place et environ à un centimètre d'intervalle, chaque lacune est interrompue par des diaphragmes transversaux, très-visibles à l'œil nu sur une coupe longitudinale, ou même par transparence sur le chaume entier. Ils sont constitués par une assise (très-rarement par deux sur leurs bords) de cellules longues, étroites, ayant de chaque côté cinq à sept rameaux larges, courts, s'écartant à angle droit comme des créneaux et s'articulant avec les rameaux correspondants de chaque cellule voisine, de façon à laisser entre eux de petits vides d'un effet très-singulier (Pl. VIII, fig. 2 et 3). Elles sont groupées par quatre le plus ordinairement et, dans un même groupe, parallèles entre elles, mais non avec celles du groupe voisin. A leurs extrémités, comme sur les bords de chaque groupe, elles sont très-irrégulièrement sinueuses. Ces diaphragmes supportent un petit faisceau fibro-vasculaire simple ou bifurqué qui, courant transversalement, relie ainsi entre eux deux ou trois des grands faisceaux occupant le point de jonction des cloisons cellulaires, c'est-à-dire les angles des lacunes. Ces faisceaux sont à peu près composés comme ceux des diaphragmes des *Juncus* décrits et figurés dans le *Bull. Soc. bot.*, tom. XVIII, p. 231.

Sur le *Cyperus fuscus* L., il n'y a de lacunes que contre le pourtour des chaumes, entre deux cloisons ayant chacune un faisceau longitudinal. Ces lacunes ont aussi des diaphragmes, lesquels sont composés de petites cellules très-chargées de chlorophylle et irrégulièrement rameuses plutôt qu'étoilées ; et, comme ils sont limités à une seule lacune dont ils unissent les deux faisceaux latéraux, leur faisceau transversal est toujours rigoureusement simple. Il en est de même sur les feuilles de cette espèce. Le *Cyperus serotinus* Rottb. n'a aussi qu'un rang de lacunes dans ses feuilles et contre le pourtour de ses chaumes; mais, indépendamment du gros faisceau fibro-vasculaire qui

---

Joncs: «Culmus siccitate contractus et nodosus». Rottb.; *Descr. et ic.*, pag. 53. Je ne connais ces plantes que par la description et par la fig. 2 de la planche XV de Rottboell.

[1] Sur la synonymie de ces deux espèces, voir *Bull. de la Soc. bot. de France*, tom. XVIII, séance du 13 décembre 1872.

se trouve vers le milieu de chaque cloison, il y en a sept ou huit plus petits répartis tout autour de chaque lacune; par suite, chaque diaphragme supporte non plus un faisceau simple, mais un petit réseau de faisceaux transversaux se rendant à chacun des faisceaux longitudinaux.

On voit une disposition analogue sur les feuilles du *Cyperus longus* L.; seulement il n'y a de faisceaux que sur la moitié du pourtour des lacunes vers la face supérieure.

C'est tout le contraire qui a lieu sur le *Cyperus Papyrus* L., attendu que les diaphragmes y sont très-grands et s'étendent sur plusieurs lacunes, que les faisceaux fibro-vasculaires sont très-disséminés, et qu'il ne s'en trouve pas un à chaque point de jonction des cloisons cellulaires, comme cela a lieu dans les *Scirpus lacustris, littoralis*, etc. Ils ne sont point horizontaux, mais obliques ou en verre de montre avec la convexité vers le haut. Ils se composent de cellules irrégulièrement rameuses en tous sens, à rameaux simples ou bifurqués, disposées en assises assez nombreuses pour que l'épaisseur en soit appréciable à l'œil nu (1/4 de millimètre). Les faisceaux transversaux courent dans cette épaisseur; il y en a quatre ou cinq par diaphragme unissant entre eux les gros et les petits faisceaux verticaux. Ils ont au centre de très-gros vaisseaux rayés, courts, articulés obliquement et entourés par des cellules allongées, à parois peu épaisses.

Les Graminées aquatiques ont une organisation très-semblable à celle des *Luzula*, des *Carex* et de certains *Scirpus*. Le *Glyceria aquatica*, par exemple, a les lacunes longitudinales de ses gaînes et de ses feuilles interrompues de place en place par des diaphragmes dont les cellules ne diffèrent de celles des *Scirpus lacustris* et *littoralis* qu'en ce qu'elles sont un peu plus grêles, avec des crénelures plus nombreuses et plus arrondies. Comme il n'y a qu'un rang de lacunes, et que chaque lacune est entre deux faisceaux fibro-vasculaires, le faisceau du diaphragme est nécessairement simple et va en ondulant d'un faisceau longitudinal à l'autre.

Disposition analogue dans les feuilles et les gaînes du *Glyceria fluitans*, de l'*Oryza sativa* L., etc.

Ces diaphragmes avec faisceaux transversaux se montrent non-seulement dans les monocotylédones inférieures aux *Joncées*, mais dans plusieurs de

celles qu'on dit plus élevées. Ils sont, par exemple, très-bien développés dans les feuilles du *Typha*, où ils sont formés de cellules étoilées, à 4-6 rayons horizontaux gros et courts, avec chlorophylle, et y supportent un seul faisceau transversal. Les lacunes renferment un tissu étoilé excessivement lâche. La forme des cellules des diaphragmes, celle des lacunes, etc., diffèrent un peu suivant les espèces ; je n'ai analysé que les *Typha latifolia*, *angustifolia* et *minima*.

Les lacunes des feuilles du *Sparganium ramosum* (le seul que j'aie examiné), remplies d'un tissu étoilé très-élégamment régulier et assez persistant, sont interrompues de place en place par des diaphragmes assez épais et assez denses, constitués par de petites cellules irrégulièrement rameuses et traversés par un faisceau simple ou rarement bifurqué. Les tiges n'ont pas de lacunes[1].

Dans l'*Acorus Calamus* L., comme dans le *Cyperus Papyrus*, les diaphragmes des feuilles s'étendent sur plusieurs lacunes et sont formés de cellules assez régulièrement rondes, avec de très-petits méats ; quelques-unes de ces cellules sont presque entièrement remplies par des cristaux groupés en masse sphérique hérissée de pointes.

Les tiges des *Potamogeton fluitans* et *pectinatus*, les seuls que j'aie eus à ma disposition, m'ont laissé voir un cylindre central de tissus serrés et de faisceaux plutôt fibreux que vasculaires, car les vaisseaux y sont à

---

[1]. M. Van Tieghem, qui a décrit et figuré avec tant de soin la structure des feuilles de *Typha* et de *Sparganium* (*Struct. des Aroïdées*, pag. 190-194 et Pl. X, fig. 4-11, in Ann. sc. nat., 5e série; bot., tom. VI; 1866), ne paraît pas avoir porté son attention sur les faisceaux transversaux qui traversent les planchers des lacunes, car il n'en fait aucune mention.

La seule mention que j'aie trouvée de ces faisceaux transversaux d'union se rencontre dans les *Recherches sur le Phucagrostis major*, par M. Bornet; on y lit ce qui suit : « De distance en distance, les nervures longitudinales sont réunies par des nervures transversales de même structure anatomique. Les nervures transversales joignent ordinairement deux ou trois faisceaux seulement, mais quelquefois elles s'étendent d'un bord de la feuille à l'autre. Chacune d'elles émet deux expansions celluleuses horizontales qui coupent en travers les lacunes aériennes, et ne s'arrêtent qu'aux faces de la feuille. Ces expansions sont formées d'une seule couche de cellules assez petites, irrégulièrement polygonales, dans les angles desquelles se trouvent des méats remplis d'air» (*Ann. sc. nat*; 5e série; bot., tom. I, pag. 44; 1864). Considérer les diaphragmes des lacunes aériennes comme des expansions des faisceaux nous semble difficile, surtout pour les cas où ces diaphragmes ne supportent pas de faisceaux.

peine représentés par quelques fragments de trachées ou par quelques anneaux qui paraissent avoir résisté à la résorption. La zone corticale est toute lacuneuse, avec des diaphragmes de cellules étoilées; mais comme elle n'a aucun faisceau longitudinal, les diaphragmes ne peuvent servir de support à des faisceaux transversaux d'union. Dans les pétioles de la même plante, tout est lacuneux; entre les deux faces sont distribués sur une même ligne trois ou cinq faisceaux presque entièrement fibreux, mais unis entre eux par des faisceaux transversaux très-obliques qui traversent plusieurs lacunes en passant entre les cloisons et le bord des diaphragmes à cellules étoilées. Les faisceaux d'union sont très-nombreux dans le tissu lacuneux des feuilles.

L'*Aponogeton distachyon* offre la même structure, sans notables différences autres que des dimensions plus grandes et des faisceaux transversaux d'union beaucoup plus gros, moins obliques et renfermant des trachées et des vaisseaux très-développés.

Sur les feuilles de *Vallisneria spiralis* L., les anastomoses des nervures se constatent à l'œil nu.

Les tiges du *Posidonia Caulini* Kœnig sont composées d'un tissu cellulaire très-compact, sans lacunes, chargé de granules amylacés, et dans lequel sont épars sans ordre de nombreux faisceaux de fibres courtes, irrégulières; un plus fort occupe le centre : dès-lors, point de diaphragmes ni de faisceaux d'union. Les feuilles ont entre chaque nervure plusieurs lacunes longitudinales disposées sans symétrie, et si petites qu'elles dépassent à peine le diamètre des cellules et que, sur des coupes transversales, elles ne se distinguent guère que par la disposition en cercle des cellules de leur pourtour. De place en place, à des distances de 3 à 5 millimètres vers la base, mais bien plus éloignées vers le haut de la feuille, se voient par simple transparence et à l'œil nu des lignes transversales. très-marquées et très-opaques, allant d'une nervure à l'autre. Les coupes font voir que ce sont des diaphragmes composés de cellules beaucoup plus petites que celles du reste du parenchyme, très-chargées de chlorophylle et qui s'étendent non-seulement entre les lacunes, mais dans le parenchyme ambiant. Au milieu de ces diaphragmes passe un petit faisceau de fibres. Dans la partie qui représente la gaîne, on voit les mêmes diaphragmes, mais sans chlorophylle.

Les rhizomes du *Zostera marina* L. nous offrent au centre une petite cavité longitudinale entourée d'un cylindre très-régulier de 12 à 15 fibres assez grosses, entourées elles-mêmes d'autres fibres plus petites formant un cylindre central à peu près égal au 1/12 du diamètre; sur deux points opposés et assez près du bord, il existe encore deux petits faisceaux fibreux ; tout le reste est composé de tissu cellulaire dans lequel sont creusées des lacunes longitudinales nombreuses, peu grandes et sans aucun diaphragme. Les feuilles de cette plante, si semblables par l'extérieur à celles du *Posidonia Caulini*, en diffèrent à l'intérieur par des modifications considérables. Sous l'épiderme de chaque face repose un seul rang de cellules, puis entre chaque nervure 5 à 7 vastes canaux aériens séparés les uns des autres par un seul rang de cellules. Dans la nervure médiane est un gros faisceau fibreux ; ceux des nervures latérales sont moindres. Les lacunes sont interrompues à des distances de 5 millimètres environ par des diaphragmes composés de très-petites cellules irrégulières avec de très-petits méats, et allant d'une nervure à l'autre. Ils sont traversés par un faible faisceau fibreux.

Le *Zostera nodosa* Ucria[1] a des lacunes dans ses énormes racines et dans ses stolons, mais sans aucun diaphragme. Ses feuilles, à côté de grandes différences de structure, offrent des diaphragmes assez semblables à ceux de l'espèce précédente et, comme eux, avec un faisceau transversal.

Les gaînes des feuilles du *Veratrum album* ont des lacunes imparfaites, mal limitées, avec des diaphragmes dont le tissu ne diffère du reste du parenchyme que par des cellules plus petites et des méats plus grands. Dans ces diaphragmes, comme dans ceux qui se trouvent entre les nervures des feuilles, il y a toujours un faisceau fibro-vasculaire se dirigeant d'une nervure à l'autre très-obliquement et souvent même en se courbant fortement.

Les feuilles des *Iris germanica, pumila*, etc., croissant dans les lieux secs, n'ont point de diaphragmes; mais celles des *Iris fœtidissima* L., *pseudo-acorus* L., croissant dans l'eau ou dans les lieux très-humides, ont des

---

[1] J'ai trouvé cette plante sur la plage de Palavas (Hérault), le 20 octobre 1872, après de violents coups de vent de sud-est. Comme elle était sans fructification, je ne suis pas absolument sûr de sa dénomination,

diaphragmes transversaux si prononcés, que sur la feuille intacte ils sont visibles à l'œil nu. Ils se composent de cellules à peine rameuses et très-chargées de chlorophylle. Les faisceaux qu'ils supportent et qui unissent les nervures longitudinales, au lieu de les traverser vers le milieu de l'épaisseur de la feuille, comme cela se passe dans les *Luzula*, les *Glyceria*, les *Carex*, etc., par exemple, le font en s'accolant contre le parenchyme vert sous-jacent à l'épiderme *de chaque face*. Voici la raison de cette différence. Dans les feuilles du *Glyceria aquatica* et dans les autres feuilles précitées, les cloisons des lacunes n'ont qu'un seul faisceau placé au milieu de l'épaisseur de la feuille (voir *Agropyrum de l'Hérault*, Pl. XVI, fig. 13), et par suite les faisceaux d'union ne peuvent que passer vers le milieu de cette épaisseur. Sur la région où les feuilles des *Iris* sont équitantes et sur la partie équitante, il n'y a aussi qu'un seul faisceau par cloison, et par suite qu'un seul réseau très-rapproché de l'épiderme de la face externe ou inférieure. Mais au-dessus de cette région ou en dehors de la partie équitante, la feuille est constituée comme si les deux lames de la partie équitante s'étaient rapprochées et soudées, de façon à faire disparaître toute trace de la face interne ou supérieure ; et les faisceaux se trouvent ainsi par deux, un de chaque côté de la double lame qui constitue la feuille (excepté sur les bords, où ils se rapprochent assez pour se confondre). Par suite, les faisceaux d'union constituent deux réseaux, lesquels sont même très-loin de se correspondre exactement. Je ne crois pas que cette particularité histotaxique ait encore été signalée.

Une amaryllidée cultivée dans l'eau au Jardin de Montpellier (sous le nom de *Crinum aquaticum?*) présente des feuilles semi-cylindriques et canaliculées, entièrement parcourues par de grands canaux aérifères, avec des diaphragmes transversaux épais, formés de cellules hexagonales avec chlorophylle, grands méats et un seul faisceau transversal presque aussi fort que les faisceaux longitudinaux qu'il unit, car ces derniers sont très-faibles.

Les tiges et les pétioles du *Pontederia cordata* L. sont parcourus par une grande lacune centrale, circulaire, qui a jusqu'à 6 ou 7 millimètres de diamètre, et est interrompue par des diaphragmes espacés entre eux de 5 millimètres environ. Ils sont composés d'une seule assise de cellules hexagonales dont les angles échancrés forment de grands méats triangulaires. Aucun faisceau ne traverse ces diaphragmes, mais le reste du tissu composant les

pétioles et les tiges offre un ensemble de petites lacunes avec des diaphragmes de même nature que le diaphragme central, et traversés, mais non tous, par des faisceaux réduits à une ou deux trachées enveloppées par des cellules longues et grêles. Les nervures du limbe ont aussi entre elles des lacunes avec diaphragmes et faisceaux transversaux.

Bien que je m'éloigne pour un instant de mon sujet, je ne puis parler des diaphragmes du *Pontederia cordata* sans dire quelques mots d'une particularité qui frappe tout d'abord quand on examine ces parties sur le pétiole d'une feuille adulte. Au point où devrait exister un méat entre trois ou quatre cellules se trouve un grand cristal aciculaire qui, traversant perpendiculairement le diaphragme, projette en dessus et en dessous ses longues pointes à peu près égales, très-aiguës, insensiblement atténuées ou terminées en biseau très-allongé (Pl. VIII, fig. 4). Les deux faces du diaphragme semblent ainsi toutes hérissées de petits poils raides [1]. Il est facile de suivre le développement de ces cristaux sur de très-jeunes feuilles dont le pétiole n'est encore long que de 5 à 7 millimètres. On y voit sur des coupes longitudinales que les couches horizontales de cellules qui seront les diaphragmes sont très-rapprochées, et que parmi ces cellules il y en a qui dépassent les autres en dessus et en dessous, tandis que quelques autres ne font saillie qu'en dessus ou en dessous (Pl. VIII, fig. 5). Sur un pétiole un peu plus avancé, où les diaphragmes sont plus écartés, on voit que ces dernières cellules renferment un faisceau de raphides, et que, repoussées par l'accroissement des cellules du diaphragme, elles n'y adhèrent plus que par une de leurs extrémités. Les premières, au contraire, ont continué à se développer en dessus et en dessous du diaphragme, et ont été un peu étranglées en leur milieu par la pression des autres; elles renferment un cristal unique, assez gros, et elles s'allongent considérablement en même temps que lui (Pl. VIII, fig. 5 et 6, *a*, *b*, *c*). Bientôt après, leurs parois perdent en épaisseur, se collent presque contre le cristal, finissent par disparaître, et le cristal, toujours adhérent au diaphragme par son milieu, projette des deux côtés ses longues pointes isolées. Quelques cellules cependant ne sont pas tout à fait résorbées et continuent

---

[1] F.-J.-F. Meyen a figuré ces cristaux dans sa *Phytotomie*, Tab. V, fig. 6. — Voir aussi dans les *Ann. sc. nat.*, 5e série, bot., t. VI, p. 132, l'opinion de M. Van Tieghem sur ces cristaux.

à envelopper le cristal (Pl.VIII, fig. 4, *d*); d'autres où le cristal ne s'est pas organisé, persistent sous la forme de deux petites vessies à parois colorées en brun foncé.

Dans les pétioles du *Pontederia crassipes* Mart., il n'y a point de lacune centrale ; les diaphragmes sont très-nombreux, très-rapprochés, ne s'étendent guère au même niveau que sur une ou deux cellules ; des faisceaux transversaux, composés de grosses trachées qu'entoure un manchon cellulaire, en longent les bords pour se rendre d'un diaphragme à l'autre à différents niveaux, parce que les faisceaux longitudinaux sont très-éloignés les uns des autres et séparés par plusieurs lacunes. Dans ces diaphragmes, les cellules hexagonales avec de petits méats sont remplies de granules amylacés ; on y voit quelques rares cristaux assez semblables à ceux du *Pontederia cordata* et quelques cellules presque sphériques, sans granules amylacés, mais contenant une masse globuleuse dont la surface est toute couverte de petites aspérités cristalloïdes.

Quoiqu'ils ne s'étendent chacun que sur une lacune, les diaphragmes des *Strelitzia* sont très-grands ; ils atteignent même 11 millimètres sur 7 à la base des pétioles du *S. augusta*. Les cellules qui les composent sont beaucoup plus petites que celles du tissu des cloisons des lacunes, et irrégulièrement rameuses. Sur le *S. Reginæ* Ait., elles sont très-chargées de chlorophylle ; sur le *S. augusta* Thunb., elles sont entremêlées de grandes cellules ovales-allongées remplies de raphides, tandis que le tissu des cloisons renferme des cristaux courts, isolés ou groupés en masses irrégulières. Les faisceaux transversaux qui unissent les faisceaux longitudinaux, au lieu de traverser ces larges diaphragmes, les contournent tout près des bords ; ils sont formés d'une ou de deux trachées environnées de cellules longues et et étroites. Les *Strelitzia* permettent de voir avec netteté que ces faisceaux s'articulent avec les autres à la région intérieure qui porte des trachées, attendu que, sur ces plantes, cette région sépare complètement et éloigne même des gros vaisseaux la région des *vaisseaux propres* de H. v. Mohl (ou du *Cambium* de quelques auteurs allemands. Voir Duchartre ; *Él. bot.* p. 182, et Schacht ; *Pflanzenzelle*, p. 272 et tab. XV, fig. 14 et 15). Dans le limbe des feuilles il y a aussi des lacunes, mais très-courtes et réduites à un 1/5 environ de millimètre ; chacune sert cependant de support à un

faisceau transversal, et le tout constitue un réseau vasculaire à mailles très-réduites.

Le pétiole d'une feuille de *Musa paradisiaca* est tout creusé de grandes lacunes avec de très-nombreux diaphragmes ; ceux-ci sont de deux sortes : les plus fréquents, avec de grandes cellules étoilées, renferment un nombre immense de grands cristaux ; les autres, avec de plus petites cellules. Ces derniers sont toujours accompagnés de faisceaux composés de gros vaisseaux spiralés qui en suivent transversalement les bords dans toutes les directions. Le limbe de la feuille a aussi des lacunes et des diaphragmes entre ses nervures parallèles: et là les faisceaux transversaux sont si nombreux qu'ils se touchent presque et qu'il est impossible de faire une coupe sans en rencontrer sur plusieurs diaphragmes. Ils ne suivent plus les bords des diaphragmes, mais ils les traversent directement et sont fort petits.

Il faut en dire de même du limbe des feuilles du *Musa chinensis* Sweet; mais les diaphragmes des pétioles sont encore plus beaux. Il y en a également de deux sortes : ceux à grandes cellules étoilées contiennent beaucoup de petits cristaux et de cellules à raphides, et ne sont point accompagnées de faisceaux ; ceux à petites cellules sont littéralement circonscrits par des faisceaux transversaux qui quelquefois se bifurquent et constituent un réseau ou plutôt un lacis très-compliqué unissant entre eux tous les faisceaux longitudinaux.

Les pétioles du *Thalia dealbata* Fras. nous montrent une organisation toute particulière. Ils renferment de nombreuses cloisons cellulaires laissant entre elles des lacunes assez grandes ; celles-ci sont interrompues, à deux millimètres environ d'intervalle, par des diaphragmes très-minces et qui, composés d'une seule assise de vastes cellules étoilées, ne soutiennent aucun faisceau transversal. Mais à des intervalles d'un centimètre à peu près, deux de ces diaphragmes se rapprochent, et entre eux s'en montre un autre plus épais et formé de plusieurs assises de petites cellules subsphériques avec méats aux angles et très-chargées de chlorophylle. Ces derniers diaphragmes sont, ou réduits à une seule lacune, ou étendus obliquement sur huit ou dix, et en tout cas toujours parcourus par des faisceaux transversaux, qui tantôt les traversent simplement, tantôt courent tout autour à peu de distance des bords, ou même passent à travers le parenchyme ordinaire (même disposi-

tion dans le *Canna indica*). Ce qui paraît ensuite le plus étrange, c'est que ces deux sortes de diaphragmes sont, sur toute la longueur du pétiole et de la nervure médiane du limbe, traversés verticalement et à angle droit par de nombreux fils d'une grande finesse. Avec un grossissement suffisant, on voit que ces fils sont formés entièrement de petites fibres ayant à leur surface quelques aspérités très-petites, courtes et très-aiguës (Pl. VIII, fig. 7). Ils traversent les diaphragmes à grandes cellules étoilées contre les points d'articulation de deux rayons en les entraînant un peu avec eux, comme on peut le voir Pl. VIII, fig. 8 [1]. Entre les nervures latérales du limbe de la même plante, il n'y a point de lacunes, mais les faisceaux en sont unis entre eux par des faisceaux secondaires si nombreux qu'il y en a 6 à 7 par millimètre (ce qu'on observe aussi dans le *Canna indica*). Ces derniers courent presque à angle droit au travers du parenchyme vert.

Les feuilles du *Butomus umbellatus* L. ont sur toute leur longueur un grand nombre de lacunes (jusqu'à 200 vers le milieu), et très-peu de faisceaux (environ 10 vers le milieu). Il s'ensuit que les diaphragmes s'étendent sur plusieurs lacunes, et que tous les diaphragmes ne supportent pas un faisceau transversal. Les diaphragmes sont formés d'une seule assise de belles cellules plates avec d'assez grands méats, et très-chargées de chlorophylle (Pl. VIII, fig. 9). Les faisceaux transversaux contiennent des trachées enveloppées de cellules longues à parois peu épaisses, au lieu de fibres à parois épaisses.

Les diaphragmes des pétioles du *Sagittaria lancifolia* L. sont également très-grands et s'étendent sur plusieurs lacunes. Ils ne sont aussi composés que d'un seul rang de cellules très-analogues à celles des *Scirpus littoralis* et *lacustris*, mais du double plus grandes dans toutes leurs dimensions, groupées seulement deux par deux et sans ondulations sur les lignes d'articulation des groupes (Pl. VIII, fig. 10). Les faisceaux transversaux sont composés de vaisseaux rayés et de trachées qu'entourent de longues cellules étroites enveloppées elles-mêmes d'un manchon de grosses cellules courtes à

[1] Le pied qui a été mis à ma disposition étant unique, je n'ai pu, sans m'exposer à le détruire, y prendre des pousses assez jeunes pour suivre le développement de cette singulière organisation. J'espère pouvoir le faire l'an prochain.

parois minces. Ces faisceaux ne courent ni en dessus ni en dessous des diaphragmes, mais ils en interrompent l'assise cellulaire, et de plus passent tout au travers des cloisons des lacunes pour aller d'un faisceau longitudinal à un autre, en se ramifiant et constituant ainsi un réseau à travers plusieurs lacunes.

Dans les pétioles de notre *Sagittaria sagittifolia* L., la disposition générale est identique ; seulement les cellules des diaphragmes sont plus grandes encore, presque rondes et moins crénelées. Elles contiennent de nombreux grains de chlorophylle et presque toujours au centre un groupe de cristaux bacillaires mêlés à de la chlorophylle (Pl. VIII, fig. 11). Rare exemple de cellules contenant des cristaux avec d'autres matières à côté d'eux ! Sur les bords des crénelures on voit très-bien que les parois des cellules sont composées de plusieurs couches.

Les cloisons des lacunes et les faisceaux des diaphragmes de l'*Alisma Plantago* L. offrent une très-grande analogie avec ceux des *Sagittaria*, et n'exigent pas une description particulière. Les nervures transversales des feuilles sont très-marquées, visibles à l'œil nu et écartées de plusieurs millimètres.

J'ai voulu rechercher si les dicotylédones aquatiques ont aussi des diaphragmes servant à unir leurs faisceaux longitudinaux, mais la saison et les environs de Montpellier m'ont mal servi.

Le tissu des tiges du *Ceratophyllum demersum* n'a de lacunes que dans la zone corticale; dès-lors point de faisceaux à y rencontrer, et, bien que le tissu des lanières des feuilles soit lacuneux et présente des diaphragmes de petites cellules avec méats, comme dans ces lanières il n'y a qu'un seul faisceau, il ne saurait y avoir de faisceaux transversaux d'anastomose.

L'*Hippuris vulgaris* présente une zone corticale creusée de plusieurs rangs de grandes et nombreuses lacunes, mais, tout le système vasculaire étant central, il ne peut y avoir de faisceaux de communication. Je n'y ai point vu non plus de diaphragmes.

La zone corticale du *Myriophyllum verticillatum* est relativement très-épaisse, et par suite de la grandeur de ses lacunes et de la minceur de leurs cloisons, une coupe transversale offre l'image exacte d'une roue de voiture. Il n'y a ni faisceaux transversaux ni diaphragmes ; mais, contre les cloisons

constituées par un seul rang de cellules, on voit d'innombrables groupes de cristaux en masse sphéroïde se rattachant par une sorte de pédicelle excessivement court au point d'union de deux cellules. Sur les tiges très-avancées, on ne trouve le plus souvent que les traces de ce point d'attache; les cristaux sont tombés. Sur les tiges encore fraîches, ces cristaux se présentent nus et sans aucune enveloppe; mais à l'extrémité des jeunes tiges, on les trouve encore enveloppés de la cellule dans laquelle ils se sont formés et qui est rapidement résorbée. Comme celle qui contient les raphides du *Pontederia crassipes*, la cellule à cristaux de ce *Myriophyllum* se développe en saillie et en dehors du plan où elle a pris naissance et où restent les autres cellules de la cloison[1].

Les tiges des *Jussiæa* n'ont que des lacunes corticales sans diaphragmes.

Il en est absolument de même des longues tiges rampantes du *Villarsia nymphoïdes*. Mais sur cette dernière plante, les pétioles sont assez semblables à ceux des monocotylédones et particulièrement à ceux des *Potamogeton*. Au centre est un gros faisceau, à chaque bout du grand diamètre un autre moins gros, et vers le haut deux ou trois petits contre la face qui correspond à l'échancrure du limbe. Tout le reste du tissu est lacuneux, avec des diaphragmes d'un seul rang de cellules étoilées très-régulières et très-élégantes, et, à des distances d'un centimètre à peu près et en alternant, il part du faisceau médian un faisceau transversal vers un des gros latéraux et de ceux-ci vers les plus petits. Au lieu de traverser les diaphragmes, ces faisceaux en suivent les bords en s'appuyant contre la cloison longitudinale de la plus grande lacune, et ils sont entourés d'un gros manchon cellulaire avec chlorophylle. Les cloisons des lacunes sont constituées par un seul rang de cellules : les cellules communes à deux lacunes sont plus longues que larges et presque prismatiques rectangulaires ; celles des points de jonc-

---

[1] Sur l'épiderme des tiges des *Myriophyllum*, se montrent en légère saillie des groupes de cellules analogues à ceux qui terminent les poils composés des feuilles du *Pinguicula vulgaris* L., à ceux qui existent à l'intérieur des vessies de l'*Utricularia vulgaris* L. et de l'*Aldrovandia vesiculosa* L., etc. Ces corps, communs à des plantes aquatiques, méritent de fixer l'attention des botanistes, comme révélant des modifications commandées par les exigences du milieu.

tion, et communes à trois lacunes, sont régulièrement prismatiques hexagonales, absolument comme celles qui occupent la même position dans le *Nuphar lutea* et que M. Trécul a si exactement décrites et figurées (*Struct. et dév. du Nuphar lutea*, in Ann. sc. nat., 3e série; bot., tom. IV, p. 313, et Pl. XII, fig. 15, 16 et 19). Et aussi, comme chez le *Nuphar lutea*, dans les piles qui forment ces lacunes hexagonales s'intercalent des cellules à parois plus épaisses, et dont les trois faces libres émettent chacune un appendice bifurqué, raide et en forme de poil, très-lisse et non couvert d'aspérités comme ceux du *Nuphar*; la partie engagée dans les cloisons porte seule des aspérités. Ces petits corps ne sont donc pas particuliers seulement aux Nymphéacées, comme l'avait pensé M. Trécul (o. c., p. 313, 314 et 316), et leur présence dans une Gentianée indique qu'ils répondent à des exigences de milieu. M. Van Tieghem a signalé la présence de semblables poils dans un groupe des Aroïdées, les Monstérinées (*Struct. des Aroïdées*, p. 140 à 159 et pl. V et VII, in Ann. des sc. nat., 5e série; bot., t. VI; 1866[1].

Cette ressemblance avec le *Nuphar*, dont le tissu est tout lacuneux, pourrait faire présumer qu'il se trouve, dans les canaux à air de cette dernière plante, des diaphragmes comme dans ceux du *Villarsia*. Il n'en est rien. Il ne s'y trouve que ces grosses masses de cellules irrégulières qu'a décrites

[1] Dans les grandes lacunes des pétioles du *Nelumbium speciosum*, on trouve de longues excroissances en forme de poils, mais composées d'un très-grand nombre de cellules disposées en faisceau, et se terminant par une sorte de couronne de poils très-courts. Les cloisons de ces mêmes lacunes sont toutes tapissées de masses cristallines entièrement semblables à celles du *Myriophyllum verticillatum*, toutefois un peu plus grosses. M. Chatin signale de semblables cristaux «placés *en saillie dans les lacunes* de tous les organes du *Trapa natans*» (*Anat. comp. plant. aquat.*, pag. 3). Il est évident que ce trait, commun à des plantes aquatiques de formes générales si différentes et de familles si éloignées, est une conséquence du milieu.

En examinant les tissus des pétioles du *Nymphæa alba*, on voit que des cellules ramifiées en poils se montrent sur tout le pourtour de ses canaux à air et en grand nombre dans le voisinage de l'épiderme. Comme dans cette zone les canaux sont excessivement étroits, les rameaux piliformes des cellules, au lieu de s'étendre en travers, partent longitudinalement, et en deux sens opposés, de la base en forme de pédicelle qui les rattache aux cloisons, et s'étendent jusqu'à atteindre quatre millimètres de longueur; au premier coup d'œil ils simulent des vaisseaux avec de grosses ponctuations. — M. Van Tieghem (o. et l. c.) appelle même ces petits corps des poils fibreux

M. Trécul (o. c., p. 314, et Pl. XII, fig. 16), et qui y figurent de faux diaphragmes ayant jusqu'à 3 millimètres d'épaisseur, mais n'adhérant que par un ou par deux ou trois points aux cloisons des lacunes. Leurs cellules n'ont point de forme déterminée ; elles sont longues, cylindriques, simples et courbées ou un peu rameuses, et s'enchevêtrant de toute façon. Il se peut qu'on n'admette pas l'opinion de M. Trécul, qui les considère comme provenant de ce que « une cellule de la cloison se renfle sur un de ses côtés libres en une proéminence de plus en plus saillante et devenant un tube qui se renfle latéralement comme la cellule-mère, se ramifie, puis se cloisonne de manière à produire un groupe de cellules. Ordinairement, ajoute le savant auteur, plusieurs petites masses semblables naissent sur des points très-rapprochés d'une même lacune. Encore gélatineuses, elles se soudent entre elles, et avec les parois des utricules voisines, et constituent ainsi ces amas de cellules irrégulières mamelonnées qui occupent toute la largeur des lacunes »(o. c. p. 314). Quoi qu'il en soit de cette origine, on voit de suite que ces faux diaphragmes ne doivent pas servir de support à des faisceaux d'union transversaux, puisque, dans les pétioles et les pédoncules du *Nuphar*, les vaisseaux disparaissent dès les premières phases du développement. Ajoutons cependant que, dans le *Nymphæa alba*, où les pétioles conservent leurs vaisseaux, on ne voit point de diaphragmes.

Remarquons, en terminant, que les cellules de tous les diaphragmes ci-dessus mentionnés varient un peu dans leurs dimensions et dans le nombre de leurs crénelures, suivant qu'elles occupent les bords ou le centre, point où elles sont le plus régulières.

Nous croyons que l'ensemble des faits ci-dessus exposés permet d'établir ce qui suit :

1° L'organisation de feuilles cloisonnées par des diaphragmes n'est pas réduite aux *Juncus*, comme on l'avait cru d'abord ; elle n'y est qu'un cas particulier d'une loi commune aux monocotylédones aquatiques et à quelques dicotylédones aquatiques.

2° Dans ces plantes, les diaphragmes des tiges, des pétioles et des feuilles, sont disposés de diverses manières :

*a*. Ils ne s'étendent que sur une seule lacune ayant à son pourtour au moins autant de faisceaux longitudinaux que de faces ; ex : *Luzula maxima* DC.; *Scirpus lacustris* L,; *Cyperus fuscus* L., *serotinus* Rottb.; etc.

*b*. Ils s'étendent sur plusieurs lacunes qui n'ont pas un faisceau longitudinal à chacun de leurs angles, et ils relient entre eux les faisceaux disséminés; ex : *Cyperus Papyrus* L., *Sagittaria lancifolia* L., et *sagittifolia* L., *Acorus Calamus* L., etc.

*c*. Un seul diaphragme relie tous les faisceaux longitudinaux épars au pourtour d'une seule lacune centrale : *Juncus lampocarpos*, Ehrb., etc.

3° Les réseaux vasculaires qui accompagnent les diaphragmes occupent diverses positions :

*a*. Ils sont accolés au-dessous ; ex. : *Scirpus lacustris* L., etc.

*b*. Ils s'intercalent dans l'unique assise du diaphragme qu'ils interrompent ; ex. : *Sagittaria*, etc.

*c*. Ils rampent dans l'épaisseur du diaphragme composé de plusieurs assises de cellules ; ex. ; *Cyperus Papyrus* L., etc.

*d*. Ils courent contre les bords des grands diaphragmes ; ex. : les pétioles des *Strelitzia* ;

4° La forme des cellules d'un diaphragme diffère toujours de celle du reste du parenchyme ; cette forme, assez rigoureusement déterminée sur une même espèce, varie à l'excès d'une espèce à l'autre.

5° Cependant cette forme est toujours telle qu'elle présente de grands méats pour permettre le passage des gaz, fonction qui, avec la consolidation de la tige ou des feuilles, était la seule qu'on attribuât précédemment aux diaphragmes.

6° Comme ces diaphragmes sont accompagnés de faisceaux transversaux, leur fonction paraît être aussi de fournir des points d'appui à ces faisceaux qui mettent en communication les faisceaux longitudinaux. Ces derniers, sur les monocotylédones aquatiques, ne sont donc ni aussi isolés ni aussi indépendants qu'on l'avait cru d'abord [1], en n'attribuant un réseau vascu-

---

[1] «Dans les Graminées, les Cypéracées, les Bananiers, les Liliacées, les Iridées, les nervures marchent isolées et ne se communiquent point par des veines anastomosées». (Mirbel, *Él. phys. vég.*, I. pag. 151.

laire, avec anastomoses, qu'à quelques groupes d'*Aracées*, d'*Asparagées* et autres[1].

7° Dans un même genre, les espèces aquatiques ou des lieux très-humides ont des diaphragmes avec faisceaux transversaux, tandis que les espèces congénères tout à fait terrestres en sont privées; ce qui montre que l'influence du milieu se fait sentir non-seulement à l'extérieur, mais jusque dans l'organisation la plus intime. «Les changements de circonstances font naître et développent certaines parties, tandis qu'elles atténuent et font disparaître plusieurs autres.» Lamark, *Phil. zool.*, 1, pag. 218.

M. Van Tieghem a dit : « L'étude anatomique des végétaux submergés apprend au physiologiste jusqu'à quel point la vie aquatique peut modifier la structure intime d'une plante en la séparant des végétaux aériens de sa famille, pour la rapprocher au contraire d'autres plantes submergées comme elle, mais que l'organisation de leurs fleurs rattache à des familles naturelles souvent fort éloignées » (*Bull. Soc. bot. de France*, tom. XV , p. 158 ; 1868). En effet, les plantes sur lesquelles on a mentionné jusqu'à ce jour une organisation mixte sont toutes des plantes plus ou moins submergées, par exemple : *Villarsia nymphoïdes* ; *Nuphar lutea* (Trécul, o. c.); *Aldrovandia vesiculosa* (Caspary, *Bull. Soc. bot. de France*, tom. V, p. 719); *Utricularia vulgaris* (Van Tieghem, *Bull. Soc. bot. de France*, tom. XV, p. 158). etc. Qu'on veuille bien le remarquer, ce sont des dicotylédones que l'on a signalées comme se rapprochant des monocotylédones par un ou plusieurs points de leur organisation. Mais le présent travail signale sur de nombreuses monocotylédones, simplement aquatiques ou des lieux humides, une structure qui rappelle celle des dicotylédones.

Montpellier, le 20 novembre 1872.

---

[1] C'est une ressemblance de plus à ajouter aux *points d'organisation communs aux types des Monocotylédones et des Dicotylédones* que M. L. Marchand a signalés dans son Mémoire sur les *tiges des phanérogames*, in *Adansonia*, tom, V, p. 66-146. 1865.

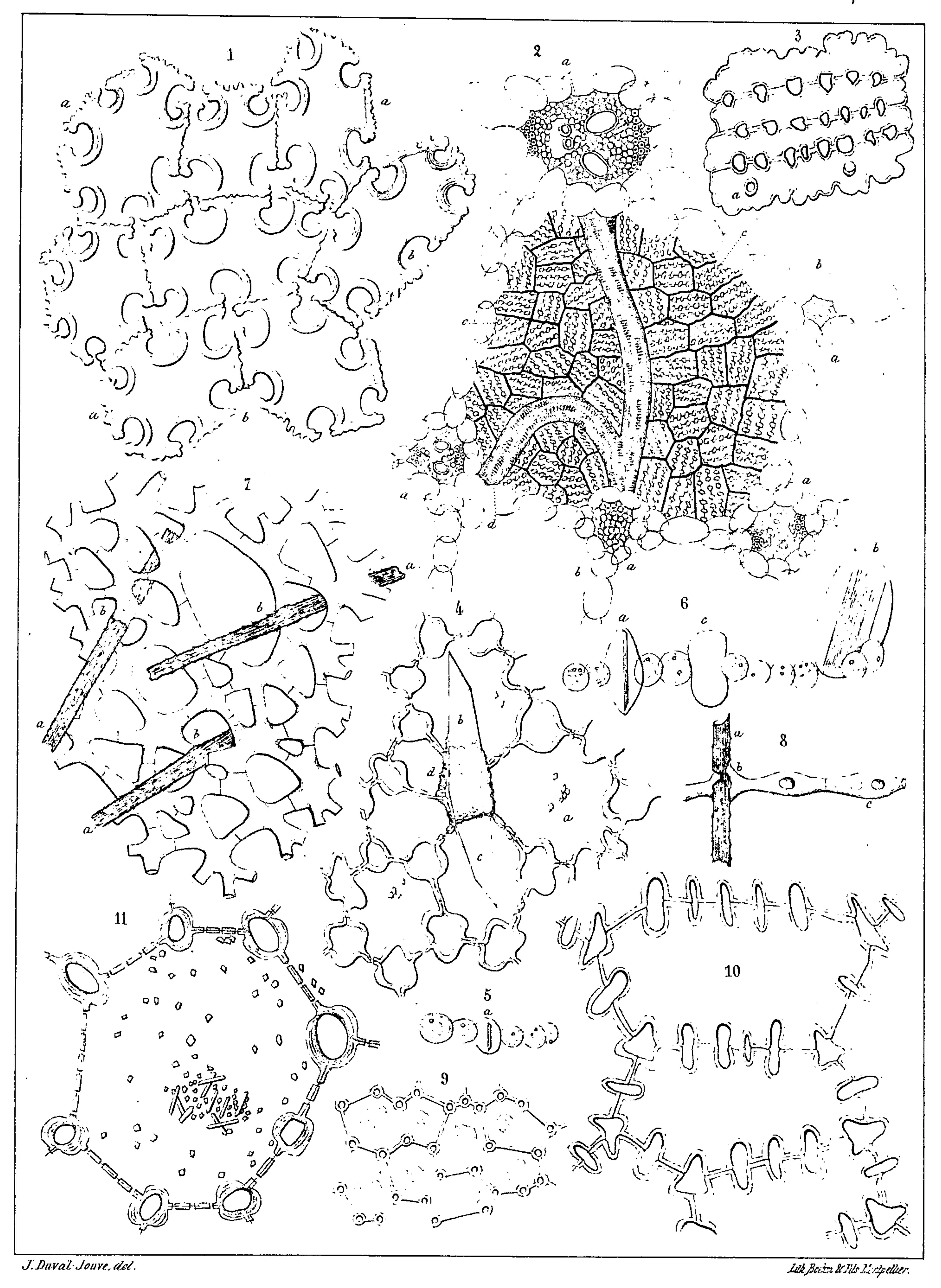
## Explication des figures de la Planche VIII.

Fig.

1. **Scirpus palustris** L. Cellules des diaphragmes du chaume, 350 diamètres.
   *a*. Extrémité articulaire des rameaux.
   *b*. Grands méats en trèfle.
2. **Scirpus lacustris** L. Diaphragme d'une lacune du chaume, 115 d.
   *aa*. Faisceaux fibro-vasculaires longitudinaux.
   *bb*. Cellules formant les cloisons entre les lacunes.
   *c*. Cellules du diaphragme.
   *d*. Faisceau transversal.
3. Groupe de cellules du même diaphragme à un grossissement de 500 d.
   *m*. Rameau d'union coupé par le rasoir.
4. **Pontederia cordata** L. Cellules du diaphragme d'un pétiole adulte, 350 d.
   *a*. Cellules avec granulations.
   *b*, *c*. Cristal s'élevant en *b* au-dessus du diaphragme et s'étendant en *c* au dessous. Cette dernière partie est vue à travers les cellules, et les cristaux sont nécessairement couchés dans les préparations.
   *d*. Reste de la cellule où s'est formé le cristal.
5. **Pontederia cordata** L. Coupe longitudinale sur le diaphragme d'un pétiole très jeune et n'ayant que 4 millimètres de long, 350 d.
   *a*. Cellule d'où sortira le cristal qui s'y montre déjà.

Fig.

6. La même coupe sur un pétiole de 10 millimètres de long, 350 d.
   *a*. Cellule où se forme le cristal.
   *b*. Cellule remplie de raphides à demi-développées.
   *c*. Cellule morte avant le développement du cristal ; elle est d'un brun jaune.
7. **Thalia dealbata** Fras. Cellules étoilées d'un diaphragme non vasculifère, 115 d.
   *a*. Fils composés de fibres.
   *b*. Point où ces fils traversent le diaphragme. Ils sont dessinés couchés, comme ils sont sur les préparations.
8. Coupe longitudinale sur le même diaphragme, pour montrer que les cellules étoilées sont renflées vers leur centre, 115 d.
   *a*,*b*. Même signification qu'à la figure précédente.
   *c*. Rameau coupé par le rasoir.
9. **Butomus umbellatus** L. Cellules d'un diaphragme vasculifère pris vers le milieu d'une feuille ; elles sont très-chargées de chlorophyle, 350 d.
10. **Sagittaria lancifolia** L. Groupe de deux cellules d'un diaphragme du pétiole 500 d.
11. **Sagittaria sagittifolia** L. Une cellule d'un diaphragme du pétiole ; elle contient de petits cristaux et de la chlorophylle, 500 d.




J. Duval-Jouve, del. Lith. Boehm & Fils Montpellier.

Diaphragmes vasculifères.

SUR

# ɛS PHÉNOMÈNES D'INTERFÉRENCE

PRODUITS

# PAR LES RÉSEAUX PARALLÈLES,

**Par M. A. CROVA.**

---

phénomènes d'interférence, dont l'étude est si délicate et dont la pro- demande des soins minutieux, peuvent être obtenus avec la plus facilité et avec un très-grand éclat, au moyen de deux réseaux paral-

: une première étude, l'instrument le plus simple est le système des éseaux que l'on trouve dans les collections d'appareils de diffraction, moyen desquels on obtient généralement les phénomènes des ré- ;roisés. Afin d'éliminer toute la lumière qui ne traverse pas les plages des deux lames de verre et qui nuit à la netteté du phénomène, je ›uvre de deux écrans en papier noir, ou mieux en feuille mince de lai- irci à chaud, à l'acide azotique, dans lesquelles je pratique des ıres carrées dont la grandeur est légèrement inférieure à celle des striées.

x réseaux au cinquantième de millimètre donnent les bandes d'in- ıce avec un grand éclat. Ce sont ceux que je préfère pour l'observa- la projection des phénomènes.

1° Méthode d'observation par vision directe.

La lumière émanant d'une fente étroite vivement éclairée est reçue normalement sur un système de deux réseaux parallèles, dont les plans sont distants de quelques millimètres seulement[1].

L'œil de l'observateur, placé le plus près possible du second réseau, reçoit les rayons transmis. Si les stries des deux réseaux font entre elles un certain angle, on observe les phénomènes des réseaux Si, par un mouvement très-lent de rotation de l'un des réseaux croisés, on amène ses stries à être rigoureusement parallèles à celles de l'autre et à la fente, l'on observe les phénomènes suivants :

1° Les spectres diffractés sont sillonnés de bandes noires d'interférence, à peu près équidistantes pour un spectre de même ordre, mais dont l'écartement varie avec l'ordre du spectre considéré.

2° Les bandes d'interférence sont parallèles aux raies des spectres diffractés, s'il existe un parallélisme rigoureux entre la direction commune des stries des deux réseaux et celle de la fente. Dans le cas contraire, les bandes coupent obliquement les spectres, en restant parallèles à la direction des stries. Des franges irisées, parallèles à cette même direction, apparaissent dans l'image de la fente, qu'elles coupent obliquement. Tout phénomène d'interférence disparaît dès que les stries des deux réseaux ne sont plus parallèles.

3° Le nombre des bandes contenues dans un même spectre augmente avec la distance des réseaux.

4° Les bandes se déplacent rapidement et se resserrent si l'on incline légèrement le système des deux réseaux autour d'un axe parallèle à la fente. Elles disparaissent lorsque l'inclinaison est trop grande.

5° Si la largeur de la fente devient un peu considérable, des franges irisées apparaissent dans le champ lumineux de l'ouverture parallèlement à la direction commune de ses bords et des stries des réseaux. Leur distance

[1] Sur les phénomènes d'interférence produits par les réseaux parallèles. (*Compt.-rend. de l'Institut*, tom. LXXII, pag. 855.)

diminue aussi quand celle des réseaux augmente; elles se déplacent auss quand on incline les réseaux. Ce sont ces franges qui apparaissent dans l'image de la fente, quand elle fait un angle avec la direction des stries.

### 2° Mode d'observation au moyen d'un oculaire convergent.

Cette méthode donne beaucoup plus de lumière que la précédente, et permet de mesurer la distance des bandes d'interférence.

A l'extrémité d'un tube en laiton noirci intérieurement (Pl. IX, *fig.* 1) se trouve disposée une fente $f$ de largeur variable à volonté au moyen d'une vis. Une lentille convergente $l$ est fixée à une distance de la fente égale à sa distance focale principale. Une seconde lentille convergente $l'$, de même foyer que la précédente, se trouve placée à une distance convenable de la première et rend de nouveau convergents les rayons émanant de la fente et que la première lentille avait parallélisés. Une image très-nette et renversée de la fente se produit donc en arrière de la seconde lentille en $f'$. C'est cette image que l'on observe à l'aide d'un oculaire négatif ordinaire.

L'ensemble constitue, comme on le voit, un système en tout analogue à l'oculaire terrestre d'une lunette. La fente est portée sur un tube mobile qui permet de la placer à la distance voulue de l'appareil optique. Le diaphragme qui, dans l'oculaire terrestre, sépare les deux verres redresseurs, est remplacé ici par le système des deux réseaux $r,r'$, dont toute la surface non striée est recouverte par une lame de laiton noirci fixée sur la surface non gravée. Les deux plages striées sont ainsi en regard l'une de l'autre, et peuvent être amenées au contact. Une large fente pratiquée dans le tube en laiton permet d'introduire entre les deux lentilles le système des deux réseaux faisant fonction de diaphragme.

L'un des réseaux est monté sur une lame en laiton fixée sur une monture convenable; l'autre réseau est monté sur une seconde lame mobile parallèlement à la première au moyen d'une vis micrométrique qui mesure leur distance. Il peut être utile, dans certains cas, de disposer en $f$ une fente dont la largeur, variable à volonté au moyen d'une vis micrométrique, facilite la mesure de la distance des franges de l'ouverture.

La fente est éclairée, soit par la lumière des nuées réfléchie par un miroir,

soit par la flamme d'une bougie ou d'un bec de gaz, soit enfin, si l'on veut faire usage d'une lumière simple, par la flamme de l'alcool salé. Je me sers également, dans ce but, d'un bec de Bunsen ; à la partie inférieure de la flamme, je place un fort anneau de fil de platine, entouré de fils très-fins formant une sorte de mèche circulaire que je trempe dans du chlorure de sodium en fusion. J'obtiens ainsi une lumière jaune très-éclatante et qui dure très-longtemps.

Un micromètre divisé sur verre, ou un système de deux fils micrométriques mobiles placés dans l'oculaire, permet de mesurer la distance et la déviation des bandes d'interférence.

### 5° Mode d'observation par projection.

La lumière solaire, réfléchie par le miroir d'un héliostat, est reçue sur une fente de largeur variable à volonté. Au moyen d'une lentille à court foyer, on projette sur un écran l'image très-amplifiée de la fente. Le système des deux réseaux se place au foyer principal de la lentille, de manière que le lieu de croisement des rayons tombe dans l'intervalle des deux réseaux, autant que possible à égale distance de l'un et de l'autre. Il est essentiel, pour conserver à la projection tout son éclat, que la lumière n'intéresse que les plages striées des réseaux.

De part et d'autre de l'image affaiblie de la fente, se projettent les divers spectres avec leurs bandes ; on peut donner facilement un mètre de hauteur et plusieurs mètres de largeur à l'ensemble de la projection, tout en lui conservant un assez grand éclat. On dilate les franges en rapprochant les réseaux à l'aide d'une vis micrométrique : en inclinant légèrement les réseaux, on les fait courir rapidement le long des spectres ; en inclinant la fente, on projette les bandes obliques, tandis que les franges colorées de la fente lui donnent l'apparence d'une torsade lumineuse. On voit souvent, quand l'inclinaison est convenable et les bandes suffisamment serrées, les spectres se recouvrir d'un réseau noir à mailles en forme de losanges avec un renflement noir aux intersections. Enfin, si, la fente étant redressée, on l'élargit graduellement, on voit apparaitre les franges colorées sur l'image de l'ouverture, et les bandes des spectres se modifient. Une ouverture circulaire

de 2 à 3 centimètres de diamètre, substituée à la fente, donne au centre de la projection l'image amplifiée de l'ouverture ; de part et d'autre, des disques empiétant les uns sur les autres et correspondant aux spectres de divers ordres ; les bandes noires ont disparu, et l'ensemble de la projection est sillonné d'un nombre considérable de franges irisées. L'interposition d'un verre rouge augmente leur netteté.

On peut aussi augmenter l'écartement des bandes ou des franges colorées en introduisant entres les réseaux une lame épaisse de verre. Je reviendrai sur cette expérience en traitant de l'application de ces phénomènes à la mesure des indices.

M. Duboscq a construit sur mes indications un appareil qui permet de répéter très-facilement ces expériences de projection. La *fig.* 2 représente la disposition de ses pièces essentielles : *r* est l'une des deux bonnettes qui portent les réseaux ; elles sont recouvertes intérieurement de leurs écrans noircis, et leurs surfaces gravées sont en regard. Le parallélisme des stries s'obtient en faisant mouvoir à la main les deux bonnettes jusqu'à ce que les deux systèmes des spectres donnés par les deux réseaux soient superposés. On achève d'assurer le parallélisme rigoureux des stries au moyen d'une vis latérale *v*, qui permet de faire varier l'inclinaison de l'un des réseaux jusqu'à ce que l'on ait donné aux bandes des spectres le maximum de netteté.

La vis micrométrique V permet de mesurer à un centième de millimètre près la distance des deux réseaux ; enfin le verre mobile A permet de démontrer la dilatation des franges produite par l'interposition d'une lame épaisse.

Afin d'assurer la perpendicularité de l'axe du faisceau incident sur les plans des réseaux, tout le système est monté sur une plaque de laiton noirci mobile autour des charnières CC, et dont on peut faire varier l'inclinaison au moyen de la vis U. L'image de la fente, réfléchie par la face antérieure du premier réseau et accompagnée du système des spectres diffractés sillonnés de bandes, vient se projeter sur le disque qui porte la fente variable. Par un mouvement convenable de la vis U, on établira la coïncidence rigoureuse de la fente avec son image réfléchie sur le premier réseau.

L'emploi d'un objectif photographique quart de plaque à verres combinés permet d'obtenir une belle projection de la fente et des spectres diffractés.

## PARTIE THÉORIQUE.

Soient $r, r'$ (*fig.* 3) les deux réseaux dont la direction commune des stries est perpendiculaire au plan de la figure; soit $ab$ la normale à la surface de l'onde plane incidente, ou, en d'autres termes, le rayon lumineux incident normalement à la surface striée. Si la lumière incidente est simple, elle se partagera en un rayon transmis et en rayons diffractés à droite et à gauche, suivant des directions angulaires données par la formule connue :

$$\text{Sin}\ \delta = nN\lambda$$

dans laquelle N représente le nombre de traits contenus dans un millimètre, $\lambda$ la longueur d'onde de la lumière considérée, et $n$ le numéro d'ordre du spectre diffracté auquel appartient le rayon diffracté sous un angle $\delta$.

Chacun de ces rayons tombant sur le second réseau subira une division analogue à la précédente, et donnera naissance : 1° à un rayon transmis sans déviation ; 2° à un système de rayons diffractés de part et d'autre du rayon transmis et correspondant aux spectres diffractés, et dont il sera facile de calculer les déviations.

Soit $bg$ l'un des rayons diffractés par le premier réseau. En tombant sur le second, il donne naissance à un rayon $gh$ transmis sans déviation, si l'on néglige le léger déplacement latéral produit par sa réfraction à travers une lame à faces parallèles. Par le point $g$, menons $gn$ normal à $r$ et à $r'$ ; le rayon $a'n$ parallèle à $ab$ donnera un rayon $ng$ transmis sans déviation à travers le premier réseau, qui se diffractera en $g$ et donnera, entre autres rayons diffractés, un rayon dévié exactement suivant $gh$, puisque le nombre de stries est le même dans les deux réseaux. Nous aurons donc, suivant $gh$, deux rayons qui ont une différence de marche égale à $bg - ng$. Comme ils sont superposés, ils interféreront et se détruiront toutes les fois que leur

différence de marche sera égale à un nombre impair de demi-ondulations. Soit $\rho$ leur différence de marche et $d$ la distance des deux réseaux ; nous aurons :

$$\rho = bg - ng = \frac{d}{\cos \delta} - d = d\left(\frac{1}{\cos \delta} - 1\right)$$

$$\text{Sin}\,\delta = n\text{N}\lambda, \quad \cos \delta = \sqrt{1 - n^2\text{N}^2\lambda^2} = a, \quad \rho = d\,\frac{1-a}{a}.$$

Il est facile de voir qu'il existera un grand nombre de faisceaux interférents, et que le phénomène général sera assez complexe. Considérons pour le moment les faisceaux dont je viens de parler ; il est évident que nous aurons une bande noire toutes les fois que l'on aura :

$$\rho = (2k - 1)\frac{\lambda}{2}.$$

Remarquons d'autre part que, l'intensité des rayons diffractés diminuant rapidement à mesure que l'angle de diffraction augmente, les spectres d'ordre supérieur ne présenteront que des phénomènes peu abordables à l'observation. La superposition des spectres successifs, ainsi que celle des divers systèmes de bandes d'interférence provenant des faisceaux diffractés à droite et à gauche, seront autant d'obstacles à de bonnes observations. Pour ces raisons, nous négligerons l'étude des spectres d'ordre supérieur au premier, et nous nous bornerons à l'étude des bandes du premier spectre diffracté et des franges de l'ouverture.

Ces dernières ne s'obtiennent pas avec une netteté suffisante avec tous les genres de réseaux ; mais avec des réseaux au 1/50 elles sont d'une netteté telle que l'étude en devient très-facile. La théorie rend facilement compte de leur production et des particularités qu'elles présentent.

Considérons en effet (*fig.* 4) le rayon diffracté $bg$ du premier spectre dont nous avons déjà parlé. A son incidence sur le second réseau $r'$, il va donner un rayon $gh$ transmis sans déviation sous un angle $\delta$, et deux séries de diffractés à sa droite et à sa gauche.

Négligeons les diffractés vers la droite du rayon , car ils n'intéresseront que les spectres supérieurs au premier, et occupons-nous du premier diffracté vers la gauche, c'est-à-dire vers la direction de l'image de l'ouverture.

Lorsqu'un rayon tombe sur un réseau sous une incidence $i$, la direction des rayons diffractés est donnée par la formule connue :

$$\text{Sin}\, i + \sin(\delta - i) = n\text{N}\lambda.$$

Et si l'angle $i$ est assez petit pour se confondre avec son sinus :

$$\delta = n\text{N}\lambda.$$

Or, pour le premier spectre diffracté d'un réseau au 1/50, l'angle de diffraction est très-faible, et par conséquent les deux diffractés à droite et à gauche de $gh$ seront déviés d'un angle précisément égal à $\delta$, puisque l'angle d'incidence est égal à $\delta$.

Donc le diffracté de droite suivra la direction $gk$ et devra interférer avec le rayon deux fois transmis normalement à travers les réseaux $r$ et $r'$. Leur différence de marche sera aussi $\rho = bg - ng$. Par conséquent, les lois qui régissent le nombre et la disposition des franges de l'ouverture seront tout à fait identiques à celles des bandes des spectres diffractés.

Remarquons cependant que suivant $gk$ nous avons trois rayons interférents. Le rayon doublement transmis $a'ngk$, le rayon doublement diffracté à gauche et à droite $ahgk$, enfin le rayon doublement diffracté à droite et à gauche $a''pgk$. Ces deux derniers ont évidemment parcouru des chemins égaux, si $gk$ est normal aux deux réseaux; ils interféreront donc ensemble avec $a'ngk$, et la quantité de lumière envoyée en $k$ dépendra à la fois de la différence de marche $bg - ng$, et de l'intensité des rayons interférents.

Les réseaux au 1/50 n'imprimant qu'une faible déviation au premier spectre, l'intensité des rayons diffractés sera assez forte pour donner aux bandes obscures un contraste puissant avec les bandes brillantes. Pour les réseaux au 1/100, au contraire, la déviation du premier spectre étant double de celle du premier spectre des réseaux au 1/50, l'intensité des rayons diffractés est tellement faible que les franges de l'ouverture sont très-pâles, très-irisées, et se prêtent mal aux mesures précises.

Dans les réseaux au 1/50, l'interférence des rayons deux fois transmis normalement avec les rayons diffractés à gauche et à droite du second spectre

doit évidemment donner naissance au système de franges observées dans l'image de l'ouverture lorsqu'on fait usage de réseaux au 1/100' ; mais la faible intensité de ces franges ne nuit en rien à la netteté de celles qui sont produites par l'interférence des rayons deux fois transmis normalement avec les diffractés à droite et à gauche d'une part, et à gauche et à droite de l'autre, provenant des deux spectres de premier ordre.

L'expérience vérifie toutes ces conclusions ; elle montre aussi ce que le simple raisonnement permet de prévoir : c'est que, tandis que les bandes des spectres sont très-noires et nettes, les franges de l'ouverture sont colorées si l'on fait usage de lumière blanche, mais conservent une très-grande netteté avec la flamme de l'alcool salé.

Si l'ouverture a un diamètre apparent un peu considérable, les rayons incidents des divers points de l'ouverture sous des angles différents (*fig.* 5) interféreront aussi avec les diffractés de droite et de gauche à travers les deux réseaux et donneront naissance au système de franges qui sillonne l'image de l'ouverture. Le calcul de la distance des franges présente ici une difficulté provenant, d'une part du concours de trois rayons interférents, d'autre part de ce que, si l'incidence est oblique, les rayons diffractés de droite et de gauche qui se superposent au rayon transmis n'ont plus des différences de marche égales entre elles, comme le montre la *fig.* 5. Je me propose de revenir sur cette question, mais il est facile de voir dès à présent que les variations de distance des deux réseaux influeront sur l'écartement des franges de l'ouverture suivant la même loi qui régit l'écartement des bandes des spectres diffractés. Cette différence de marche est en effet proportionnelle à la distance des réseaux, comme cela a lieu pour les bandes des spectres ; les lois seront donc les mêmes, elles ne différeront que par une constante numérique que l'expérience donnera immédiatement et que la théorie nous permettra de calculer.

Avant d'exposer la démonstration des lois des phénomènes que nous venons d'étudier, je ferai remarquer que l'on peut, avec un seul réseau, obtenir par réflexion les bandes d'interférence que nous avons obtenues par transmission avec deux réseaux.

Soit, en effet (*fig.* 6), un rayon *ab* incident obliquement sur la surface striée du réseau *r* : il se réfléchit suivant *bc* en donnant sur un écran placé en *c*

l'image de l'ouverture et les spectres diffractés ; mais une partie de la lumière émanant d'un rayon voisin $a'b'$ est transmise à travers la face striée, tombe en $d$ sur la face postérieure de la lame, y subit une réflexion qui la renvoie suivant $bc$ ; sa diffraction en $e$ donne naissance à un rayon qui interfère avec le rayon $bc$, auquel il est superposé. L'interférence se produit donc comme si elle avait lieu par transmission à travers deux réseaux situés à une distance sensiblement égale au double de l'épaisseur de la lame ; elle est due aux deux réseaux parallèles, l'un $mn$ réel, l'autre $m'n'$ symétrique de $mn$ par rapport à $pq$. Aussi elle se produit constamment lorsque le faisceau incident tombe sur la face striée, et disparaît si l'incidence a lieu sur la surface non striée $pq$.

Le système de bandes ainsi obtenu est à peu près constant pour des incidences voisines de l'incidence normale, car il dépend de l'épaisseur de la lame et varie peu avec l'angle d'incidence. On obtient constamment ce système dans les expériences de projection ; il traverse la lentille projetante et vient faire son image sur la fente ; dans ce cas cependant, le phénomène n'est plus aussi simple, car il est dû à la présence de deux réseaux. Nous l'avons déjà utilisé pour obtenir exactement l'incidence normale du faisceau sur le système des deux réseaux.

### DÉMONSTRATION DES LOIS NUMÉRIQUES DES PHÉNOMÈNES D'INTERFÉRENCE PAR LES RÉSEAUX [1].

Reportons-nous à la disposition précédemment indiquée à la *fig.* 3. Si nous faisons usage de la lumière blanche, nous aurons suivant $gh$ un spectre diffracté sillonné de bandes noires. Or, si à la première bande noire observée dans le violet extrême $\lambda$, correspond une différence de marche, $\rho = (2k - 1)\frac{\lambda}{2}$ ; pour chaque bande suivante observée dans les lumières dont la longueur d'onde augmente d'une manière continue, la différence de marche croîtra d'une longueur d'onde de la lumière correspondante ; et si dans le spectre entier on observe $m$ bandes, la dernière, située dans le rouge

[1] *Compt.-rend. de l'Institut*, tom. LXXIV, pag. 932.

extrême $\lambda'$, correspondra à une différence de marche égale à $2k - 1 + 2m$ demi-ondulations. En appelant $\rho'$ ce retard, on aura :

$$\rho' = (2k' - 1)\frac{\lambda'}{2} = (2k - 1 + 2m)\frac{\lambda'}{2}, \text{ d'où } m = k' - k.$$

Or, nous avons pour le violet extrême :

$$\rho = d\,\frac{1-a}{a} = (2k - 1)\frac{\lambda}{2} \qquad k = \frac{1}{2} + \frac{d}{\lambda}\;\frac{1-a}{a}$$

Dans le rouge extrême, le retard sera :

$$\rho' = d\,\frac{1-a'}{a'} = (2k' - 1)\frac{\lambda'}{2} \qquad k' = \frac{1}{2} + \frac{d}{\lambda'}\cdot\frac{1-a'}{a'}.$$

Retranchant $k'$ de $k$, il vient :

$$k' - k = m = d\left(\frac{1-a'}{a'\lambda'} - \frac{1-a}{a\lambda}\right)$$

Donc : 1° dans un même spectre, le nombre des bandes est proportionnel à la distance des réseaux.

Il est facile de voir, en effet, que $a$ et $\lambda$ d'une part, $a'$ et $\lambda'$ de l'autre, sont pour un même spectre des caractéristiques constantes de ses deux extrémités ; si l'on adopte pour le rouge et le violet extrêmes, les valeurs $\lambda = 0{,}000360$, $\lambda' = 0{,}000750$; si l'on se sert d'un réseau au centième et que l'on considère le premier spectre diffracté, l'on aura: $n = 1$, $N = 100$, et la formule devient :

$$m = 1{,}9889.$$

Ainsi, la distance des deux réseaux étant de 1 millimètre, le nombre de bandes contenues dans le premier spectre serait de très-peu inférieur à 2. Pour un centimètre de distance, ce nombre serait 19,889.

Proposons-nous de calculer le nombre des bandes contenues dans un spectre déterminé en fonction de son numéro d'ordre.

Nous avons obtenu l'équation :

$$m = 2d\left(\frac{1-a}{a\lambda} - \frac{1-a'}{a'\lambda'}\right)$$

Mettons-la sous la forme :

$$m = d\left\{\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{a}-1\right)-\frac{1}{\lambda'}\left(\frac{1}{a'}-1\right)\right\}$$

Or ,
$$\frac{1}{a}=\frac{1}{\sqrt{1-n^2N^2\lambda^2}}=(1-n^2N^2\lambda^2)^{-\frac{1}{2}}$$

Développant cette expression en série, nous avons :

$$(1-n^2N^2\lambda^2)^{-\frac{1}{2}}=1+\frac{1}{2}n^2N^2\lambda^2+\frac{3}{8}n^4N^4\lambda^4+\ldots.$$

série rapidement convergente, puisque $nN\lambda$ est très-petit.

En appliquant à ces termes les nombres précédemment adoptés pour les deux extrémités du spectre et un réseau au $\frac{1}{100}$, nous verrions que l'on peut, sans erreur sensible, négliger les termes en $n^4N^4\lambda^4$.

La valeur de $\frac{1}{a}$ devient alors : $\frac{1}{a}=1+\frac{n^2N^2\lambda^2}{2}$

$$\frac{1}{a}-1=\frac{n^2N^2\lambda^2}{2},$$

et par suite :

$$m=d\left(\frac{1}{\lambda}\frac{n^2N^2\lambda^2}{2}-\frac{1}{\lambda'}\frac{n^2N^2\lambda'^2}{2}\right)=\frac{d}{2}n^2N^2(\lambda-\lambda')$$

Donc : 2° le nombre des bandes contenues dans le spectre d'ordre $n$ est proportionnel au carré de son numéro d'ordre.

3° Il est aussi proportionnel au carré du nombre de stries contenues dans l'unité de longueur du réseau.

Il y aura donc autant de bandes dans le second spectre d'un réseau au cinquantième que dans le premier spectre d'un réseau au centième. En appliquant au réseau au centième les données précédemment adoptées, on a :

$$m = 1{,}95\,dn^2$$

Or, la formule exacte nous a donné pour $d=1$ et $n=1$ , $m=1{,}9889$.

Donc la formule approchée comporte une erreur sensiblement égale au centième de la largeur de l'intervalle de deux bandes.

Si les déviations sont assez faibles pour que les arcs se confondent avec leurs sinus, les formules deviendront :

$$\begin{matrix} \delta = nN\lambda \\ \delta' = nN\lambda' \end{matrix} \quad \text{d'où :} \quad \delta - \delta' = nN(\lambda - \lambda')$$

Or, $\delta - \delta'$ représentant l'étendue angulaire du spectre considéré, nous voyons que dans ce cas le nombre des bandes est proportionnel à l'étendue angulaire du spectre, puisque nous avons :

$$m = \frac{d}{2} n^2 N^2 (\lambda - \lambda')$$

et que $\delta - \delta'$ est proportionnel à $\lambda - \lambda'$.

Donc, dans les spectres faiblement déviés, les bandes sont sensiblement équidistantes.

Dans le cas général, au contraire, puisque $\delta' > \delta$, nous aurons:

$$\delta' - \delta > \sin \delta' - \sin \delta .$$

Or, comme nous avons : $\sin \delta = nN\lambda$, $\sin \delta' = nN\lambda'$, il vient :

$$\text{Sin } \delta' - \sin \delta = nN (\lambda' - \lambda) < \delta' - \delta$$

et l'écartement des bandes augmenterait avec la déviation, c'est-à-dire que les bandes seraient plus rapprochées dans le violet que dans le rouge.

### MESURE DES LONGUEURS D'ONDES.

Les phénomènes que nous venons d'étudier permettent de mesurer facilement les longueurs d'ondes des rayons lumineux.

Nous avons en effet obtenu au commencement de cette étude l'équation :

$$d \left( \frac{1}{\cos \delta} - 1 \right) = (2k - 1) \frac{\lambda}{2},$$

condition nécessaire pour qu'il y ait production d'une bande noire à la place de la lumière $\lambda$.

Faisons varier d'une manière continue la distance $d$ des deux réseaux : nous déplacerons la bande noire observée, et pour une certaine valeur du déplacement, une nouvelle bande noire aura pris la place de la précédente. Il faudra pour cela que la différence des chemins parcourus par les deux rayons interférents ait varié de $\lambda$.

Nous aurons donc, en appelant $d'$ la nouvelle valeur de la distance des réseaux :

$$d'\left(\frac{1}{\cos\delta} - 1\right) = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

Retranchant ces deux équations terme à terme, il vient :

$$(d'-d)\left(\frac{1}{\cos\delta} - 1\right) = \lambda \quad \text{d'où} \quad \lambda = (d'-d)\,(\text{séc.}\,\delta - 1)$$

L'excursion du réseau mobile se mesure à l'aide d'une vis micrométrique, $\delta$ se mesure au moyen d'un cercle divisé.

Cette méthode est susceptible d'une bien plus grande précision si, au lieu de substituer une bande noire à celle qui la précède ou la suit, on fait marcher le micromètre de manière à faire passer un nombre assez grand de bandes sous le fil du réticule. On obtiendra ainsi la valeur de $d' - d$ avec une approximation aussi grande que l'on voudra.

Il peut être utile dans certains cas, dans les recherches de spectroscopie en particulier, de mesurer rapidement la longueur d'onde d'une lumière déterminée, sans que l'on cherche à obtenir des résultats d'une précision très-rigoureuse.

On y arrive facilement en développant en série $\frac{1}{\cos\delta}$, comme nous l'avons déjà fait, et en négligeant le terme en $\lambda^4$ et les suivants.

On a ainsi :

$$\frac{1}{\cos\delta} - 1 = \frac{n^2N^2\lambda^2}{2}$$

$$\lambda = (d'-d)\frac{n^2N^2\lambda^2}{2} \quad \text{d'où} \quad \lambda = \frac{2}{n^2N^2(d'-d)}$$

Afin de donner une idée de l'application de cette méthode, calculons les valeurs de $d' - d$ pour le premier spectre d'un réseau au centième, et pour les deux extrémités du spectre pour lesquelles $\lambda = 0{,}000750$ et $\lambda' = 0{,}000360$. Nous trouvons ainsi que dans le rouge extrême, la substitution d'une bande noire à celle qui la précède ou la suit exige une variation de distance des deux réseaux égale à $0^{mm},266$, et dans le violet extrême de $0^{mm},555$.

Or, en considérant le rouge extrême seulement, nous voyons que pour

faire passer dix bandes sous le fil de l'oculaire, il faudra écarter les réseaux de $2^{mm},66$, distance qui peut être mesurée avec une erreur moindre que $\frac{1}{100}$ de millimètre. La valeur de l'écartement des réseaux correspondant au passage d'une seule bande comportera donc une erreur moindre que $\frac{1}{1000}$ de millimètre. Admettons même que cette erreur soit commise : en calculant les valeurs de $\lambda$ au moyen de deux valeurs $d' - d = 0^{mm},266$, et $d' - d = 0^{mm},267$, on trouve $\lambda_1 = 0^{mm},000\,751$ et $\lambda_2 = 0^{mm},000\,749$. La différence de ces deux nombres représente donc une erreur supérieure à celles que l'on peut commettre par l'emploi de la méthode que je propose.

Les méthodes basées sur l'observation des spectres à bandes pour la mesure des longueurs d'onde nécessitent des dispositions en général assez délicates, tandis que celle que je propose n'exige qu'une observation très-simple, et a de plus l'avantage de donner le spectre normal [1].

### MESURE DES INDICES DE RÉFRACTION AU MOYEN DES RÉSEAUX.

1° *Mesure des indices des liquides.* — Construisons une cuve à faces parallèles formée par deux réseaux distants de quelques millimètres, et dont les deux systèmes de stries soient rigoureusement parallèles. Fixons cette cuve sur un écran noirci qui ne laisse à découvert que les plages striées, et introduisons ce système à la place des deux réseaux dans l'appareil qui a été décrit pag. 180.

L'expérience nous apprend qu'il est plus facile et plus précis d'observer les franges de l'ouverture, surtout lorsque celle-ci est éclairée par la flamme monochromatique du sodium. Mais la théorie des franges de l'ouverture étant la même que celle des bandes des spectres, le même calcul s'applique aux deux cas.

---

[1] Voir Fizeau et Foucault ; *Annales de chimie et de physique*, tom. XXVI, pag. 138. — Bernard ; *Comptes-rendus de l'Institut*, 20 juin 1864. — Powel-Stokes : *Phil. trans.*, 1848 pag: 213 et 227. — Talbot ; *Phil. Magaz.*, vol. 10. — Airy : *Phil. trans.*, 1840. — Clerk. Maxwell ; *Phil. trans.*, vol. 150, part. 1 pag. 67.

La cuve étant vide, on compte le nombre de bandes contenues dans le premier spectre, ou mieux le nombre de bandes contenues dans l'image de l'ouverture que l'on a convenablement élargie. Soit $m$ ce nombre.

Remplissons la cuve du liquide dont nous voulons mesurer l'indice : les bandes s'écartent immédiatement. Soit $m'$ leur nombre.

Je vais démontrer que l'indice de réfraction du liquide est égal à $\frac{m}{m'}$.

En effet, la longueur d'onde $\lambda$ de la lumière dont nous faisons usage est $\frac{\lambda}{u}$ dans le liquide, en appelant $u$ son indice.

Le rayon incident en $b$ (*fig.* 7) se diffracte en pénétrant dans le liquide, et l'angle de déviation $\alpha$ est donné par la formule :

$$\text{Sin}\,\alpha = nN\frac{\lambda}{u}$$

Pour que les deux rayons *abgh* diffracté en $b$ dans le liquide et réfracté en passant dans l'air, et *a'ngh* diffracté dans l'air en $g$, puissent interférer, il faut qu'ils soient exactement superposés.

Or, le premier rayon se réfracte dans l'air en $g$, et sa déviation sera donnée par la formule:

$$\text{Sin}\,\delta' = u \sin\alpha = u\,nN\frac{\lambda}{u} = nN\lambda$$

Le second rayon se diffracte dans l'air en $g$, et sa déviation sera :

$$\text{Sin}\,\delta = nN\lambda.$$

Donc $\sin\delta' = \sin\delta$, et les deux rayons restent superposés.

Ils se détruiront par interférence toutes les fois que l'on aura :

$$bg - ng = \frac{d}{\cos\alpha} - d = (2k - 1)\frac{\lambda}{2u}.$$

Soit $d'$ la distance à laquelle on devrait placer les réseaux dans l'air pour obtenir le même système de bandes que lorsque leur distance est $d$, leur intervalle étant rempli par le liquide, on aura :

$$\left.\begin{aligned} d'\left(\frac{1}{\cos\delta} - 1\right) &= (2k-1)\frac{\lambda}{2} \\ d\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right) &= (2k-1)\frac{\lambda}{2u} \end{aligned}\right\} \frac{d}{d'} = \frac{\frac{1}{\cos\delta} - 1}{\frac{1}{\cos\alpha} - 1} \cdot \frac{1}{u}$$

Soit $m'$ le nombre de bandes observé dans l'un ou l'autre de ces deux cas. Si, la distance des réseaux étant $d$, on enlève le liquide, les bandes se resserreront et leur nombre sera $m$, et nous aurons, d'après la première loi :

$$\frac{m}{m'} = \frac{d}{d'}$$

Or, $d$ est la distance constante des deux réseaux, et $d'$ se calcule au moyen des équations précédentes ; substituant, il vient :

$$\frac{m}{m'} = \frac{\frac{1}{\cos\delta} - 1}{\frac{1}{\cos\alpha} - 1} \cdot \frac{1}{u}$$

Mais, en négligeant les termes en $\lambda^4$ et les suivants, on obtient à l'aide des valeurs de $\cos\delta$ et $\cos\alpha$

$$\text{Cos}\,\delta \sqrt{1 - n^2N^2\lambda^2} \quad , \quad \text{Cos}\,\alpha = \sqrt{1 - n^2N^2\frac{\lambda^2}{u^2}}$$

$$\frac{1}{\text{Cos}\,\delta} - 1 = (1 - n^2N^2\lambda^2)^{-\frac{1}{2}} - 1 = \frac{1}{2}\, n^2N^2\lambda^2$$

$$\frac{1}{\text{Cos}\,\alpha} - 1 = \left(1 - n^2N^2\frac{\lambda^2}{u^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - 1 = \frac{1}{2}\, n^2N^2\frac{\lambda^2}{u^2}$$

d'où :

$$\frac{m}{m} = \frac{n^2N^2\lambda^2}{n^2N^2\frac{\lambda^2}{u^2}} \cdot \frac{1}{u} = u. \quad \text{C. q. f. d.}$$

On comptera donc le nombre de bandes contenues dans l'image de l'ouverture ou dans le premier spectre, la cuve étant vide, puis pleine de liquide ; le rapport de ces deux nombres donnera l'indice de réfraction.

On remarquera que les réseaux n'étant écartés que de quelques millimètres, et leurs dimensions transversales étant en général de 4 à 5 milimètres, quelques gouttes de liquide suffiront pour mesurer l'indice. Si le liquide est altérable à l'air, on fermera la petite cuve avec un bouchon à l'émeri. Cette méthode pourrait donc rendre d'utiles services dans les recherches de chimie organique où l'on a à étudier les propriétés physiques de séries de corps que l'on n'obtient pour la plupart qu'en faible quantité.

2° *Mesures des indices des solides.* — La distance des deux réseaux étant constante (on peut encore se servir de la cuve précédente), introduisons entre eux une lame épaisse à faces parallèles; les bandes se dilatent.

Soit $m$ le nombre de bandes mesuré avant l'interposition de la lame, $m'$ le nombre mesuré après l'interposition, $a$ l'épaisseur de la lame, et $d$ la distance constante des réseaux.

En raisonnant comme précédemment, et en appelant $a'$ l'épaisseur d'air qui donnerait le même système de bandes que l'épaisseur $a$ de la lame, nous aurons la relation

$$\frac{a}{a} = \frac{\frac{1}{\cos \delta} - 1}{\frac{1}{\cos \alpha} - 1} \cdot \frac{1}{u} \qquad a' = au \frac{n^2 N^2 \frac{\lambda^2}{u^2}}{n^2 N^2 \lambda^2} = au . \frac{1}{u^2} = \frac{a}{u}$$

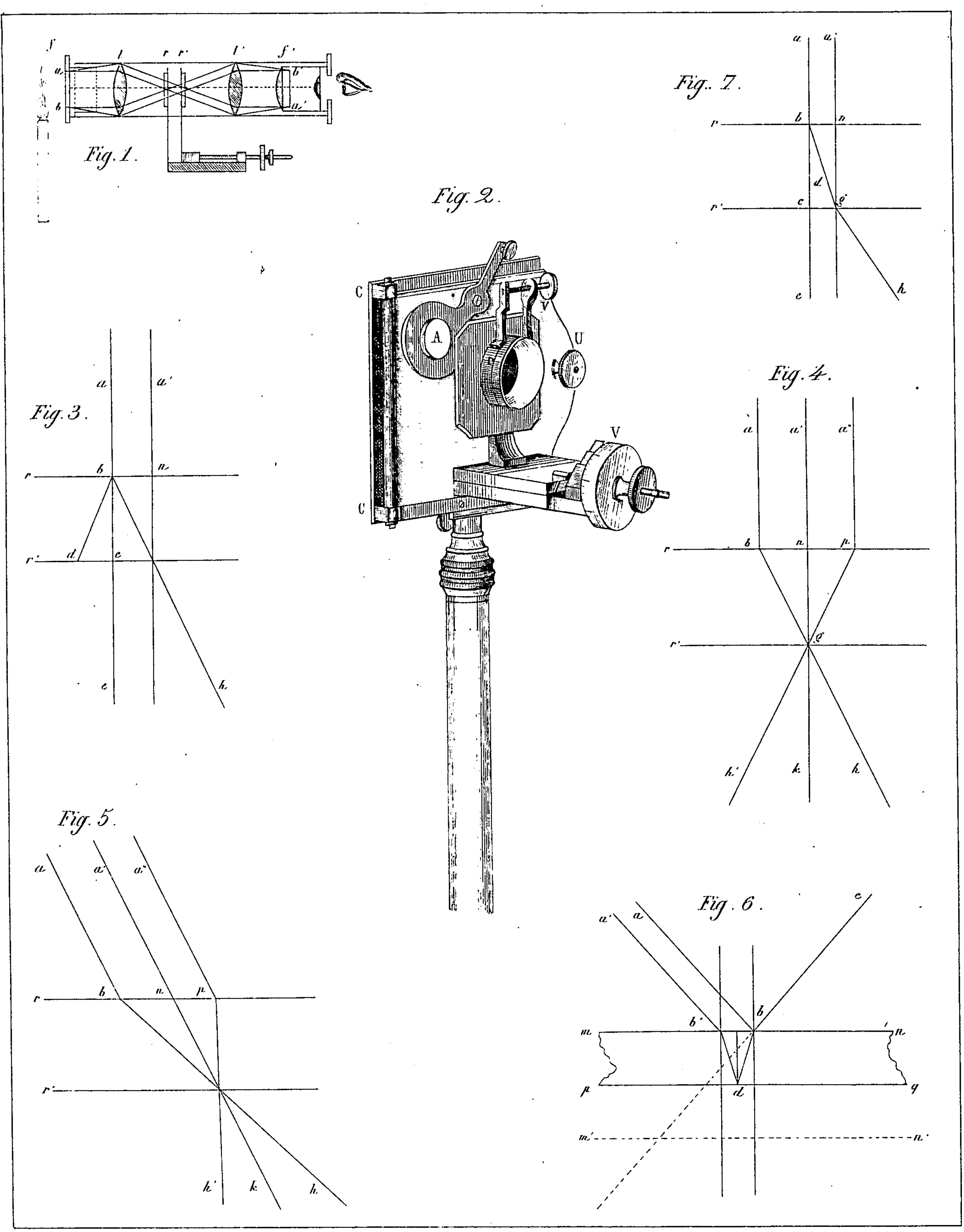
Donc, le système de bandes observé quand la lame est interposée est le même que si dans l'air seul la distance des réseaux était $d - a + \frac{a}{u}$.

Nous aurons donc :

$$\frac{m}{m'} = \frac{d}{\frac{a}{u} + d - a}, \quad \frac{m}{m'} \cdot \frac{a}{u} + \frac{m}{m'}(d - a) = d \quad u = \frac{am}{am - d(m - m')}$$

Il est donc facile, par cette méthode, de mesurer rapidement l'indice de réfraction des corps solides et liquides dont on ne possède que de faibles échantillons. A ce titre, elle pourra peut-être rendre d'utiles services, notamment en chimie et en minéralogie.

Il est inutile d'observer que l'on peut augmenter à volonté la précision des mesures en substituant à la mesure du nombre des franges celle de leur distance, au moyen d'un fil mû par une vis micrométrique. Je me propose de faire connaître plus tard les résultats que j'obtiendrai, ainsi que la discussion de ces méthodes.




Lith. Boehm & Fils, Montpellier.

# LES

# ALLÉES COUVERTES DE LA PROVENCE,

**Par M. P. CAZALIS DE FONDOUCE.**

## I.

### LA GROTTE DES FÉES DANS LA MONTAGNE DE CORDES.

« Un vaste marécage, ou plutôt une suite d'étangs que séparent des chaussées, s'étend au nord-est d'Arles; quelques collines rocheuses s'élèvent de ces marais comme des îles, dont la plus considérable a pris de sa hauteur relative le nom de *Mont-Majour*. C'est là que, vers le xe siècle, fut fondé un monastère longtemps célèbre par ses richesses et sa puissance. » Ainsi s'exprimait M. Mérimée en 1835[1]. Dans les quelques années qui nous séparent de cette date, les travaux d'assèchement qui ont été exécutés dans cette région en ont singulièrement changé l'aspect : les marais ont été remplacés par de vastes étendues de champs entièrement livrés à la charrue; mais au-dessus de cette plaine fertile et cultivée s'élèvent toujours, comme de véritables îles, les mêmes collines rocheuses, sur lesquelles la culture n'a point de prise. Elles se distinguent de loin, plus encore par l'aspect de leur végétation, qui est celle des garrigues boisées, que par leur relief peu considérable.

Ces champs d'aujourd'hui, qui conservent le nom de *Marais de Trébon*[2],

---

[1] *Notes d'un voyage dans le midi de la France.* Paris, 1835, pag. 299.

[2] Le territoire d'Arles est divisé en quatre parties. Celle à laquelle appartiennent les locali-

ces marécages de 1835, étaient autrefois un véritable lac qui communiquait d'un côté avec le Louérion, de l'autre avec le Rhône. Ce lac était encore navigable et poissonneux vers le milieu du XIe siècle[1]. Nous ignorons le nom qu'il portait; mais l'auteur de la *Statistique des Bouches-du-Rhône*[2], rapprochant le nom de *Déseaumes*, resté à un étang isolé qui est mentionné dans les archives d'Arles sous le nom de *Desuaticus*, de celui des *Désuviates*, peuple qui habitait autrefois ces contrées, pense qu'il y a lieu de croire que toutes les eaux réunies des environs d'Arles ont porté anciennement le nom de *lac des Désuviates* (*Desuviaticorum* vel *Desuaticorum Stagnum*). Il me semble bien un peu difficile de relier, d'une façon absolue, au lac qui s'étendait au nord-est d'Arles, celui de Déseaumes, situé au midi de cette ville, en pleine Crau; mais il paraît toutefois certain qu'il se trouvait effectivement dans le pays des Désuviates. Pline place en effet celui-ci en dedans de la région des *Anatilii*, qui était le peuple de la Camargue et de la Basse-Crau, et il y a tout lieu de penser que leur pays était borné: au nord par la crête des Alpines, à l'ouest par le Rhône, au midi par les étangs de Déseaumes et d'Entressens, à l'est par les *Salyes* ou territoire de Salon[3].

Quoi qu'il en soit, ce lac s'étendait, au moyen âge, à l'orient d'Arles, entre la Haute-Crau et ce dernier ressaut des Alpines qui forme la montagne de Fontvielle ou de Sousteiran. Dans un golfe qu'il projetait vers le nord avant de pénétrer dans ce défilé, s'élevaient trois îles rocheuses qui sont aujourd'hui les collines de *Mont-Majour*, de *Cordes* et du *Castellet*. Elles sont constituées par les assises presque horizontales de la mollasse coquillière

---

tés qui nous occupent ici s'étend entre Arles et Tarascon, et porte le nom de *Trébon*. Les anciens marais desséchés qui forment ces localités sont particulièrement désignés sous le nom de *Marais de Trébon*. On ignore complètement l'origine de cette dénomination. On trouve dans une charte de 1202 le nom de *Treboncius*, et dans des chartes plus anciennes, de 980 à 1032, celui de *Ager Triphoncius* ou *Trifoncius*. Millin fait remarquer (*Voyage dans le midi de la France*, tom. IV) que ce mot de Triphoncius n'a aucune étymologie, à moins qu'on ne le regarde comme une corruption du mot *trifonicus*, vent du nord-est; auquel cas l'*Ager trifonicus* serait la partie du territoire d'Arles qui se trouve au N.-E. de cette ville.

[1] Papon, II, pag 7 et chart. 9.

[2] Publiée par M. le comte de Villeneuve, préfet de ce département, 4 vol. in-4o (1821, 1824, 1826 et 1829) et un Atlas in-folio.

[3] *Statistique*, tom. II, pag. 191 et 195.

miocène, reposant sur les couches fortement relevées des calcaires d'eau douce de l'époque éocène, qui ne se montrent que sur certains points seulement[1]. Désignée par les géologues méridionaux sous le nom de *calcaire moellon,* cette mollasse coquillière est exploitée dans tout le Midi comme pierre à bâtir. Sa consistance, qui permet au pic du carrier et aux outils du tailleur de pierres de l'entamer facilement, a singulièrement contribué au prodigieux développement de ces exploitations. Le nombre des carrières est surtout considérable dans les environs de Fontvielle et sur les montagnes de Cordes, du Castellet et de Mont-Majour, où une texture assez fine, qui la fait particulièrement rechercher, caractérise cette pierre. C'est probablement aux mêmes circonstances, et surtout à sa consistance médiocre qui la laisse facilement entamer, que nous devons de rencontrer dans ces localités les monuments que je me propose de décrire ici, et je ne serais pas étonné que l'on en découvrît plus tard de semblables dans les autres régions du sud-est, où se montrent les mêmes couches.

La montagne de Cordes, qui doit d'abord nous occuper, n'a ni une hauteur ni une étendue bien considérables. Sa forme est celle d'un fer à cheval arrondi du côté du nord, dont les deux branches inégales, séparées par un petit vallon, s'étendent en pente douce vers le midi. Elle n'est facilement accessible que par ce côté, son pourtour à l'est, au nord et au couchant étant coupé à pic depuis le tiers de son élévation jusqu'au sommet. «C'était un lieu extrêmement favorable à la défense, et ses avantages militaires ont dû être reconnus très-anciennement. L'opinion la plus commune est que ce plateau a servi de place d'armes aux Sarrasins, qui dans le VIIIe siècle dévastèrent Arles et ses environs[2].» Le côté du midi, le seul accessible, a été en effet fortifié. Une muraille, aboutissant par ses deux extrémités aux escarpements naturels de rocher et flanquée de tours de distance en distance, avait été construite pour en défendre l'accès de ce côté. Un historien d'Arles, Anibert, a développé les raisons qui doivent porter à attribuer ces travaux de défense aux Sarrasins, dans un petit livre publié en

[1] Dans un précédent Mémoire (*Temps préhist. du sud-est de la France. L'Homme dans la vallée. inf. du Gardon,* I.), j'ai exposé la formation par érosion de la vallée du Rhône, dont ces îlots tertiaires sont des témoins.

[2] Mérimée; *loc. cit.* pag. 310.

1779, sous le titre de *Dissertation topographique et historique sur la montagne de Cordes et ses monuments*[1]. Quelle que soit d'ailleurs l'opinion que l'on adopte à cet égard, il nous suffit de constater que l'on ne saurait faire remonter au-delà du moyen âge la construction de cette muraille, dont la bâtisse, peu soignée, faite à chaux et sable, n'offre aucun caractère de plus haute antiquité.

En remontant, à partir de ce point, la pente douce et continue de la montagne, on arrive presque jusqu'à l'escarpement opposé, de sorte qu'il n'existe pas à proprement parler de plateau sur son sommet. Deux sentiers tracés à travers des blocs éboulés amènent sur ce sommet, du côté du nord et de l'est. Celui du nord, presque impraticable aujourd'hui, traverse à mi-côte un passage étroit et long, formé par l'escarpement naturel du rocher et d'énormes blocs qui s'en sont autrefois détachés et gisent à ses pieds. Ce passage, parsemé de violettes et couvert d'arbrisseaux de diverses espèces qui fleurissent dans la belle saison, a pour principal ornement un lierre séculaire qui tapisse la plus grande partie de l'abrupte : le peuple l'appelle le *Jardin des Fées*. «Si l'on peut le prendre pour tel, dit finement Anibert, il faut avouer qu'il est un peu négligé.» Après avoir franchi ce passage, on parvient par un défilé resserré sur la couronne qui le domine, et l'on trouve, à 20 mètres du bord de celle-ci, une galerie creusée de main d'homme dans le rocher, désignée sous le nom populaire de *Grotte des Fées*.

« Le peuple, en appelant cette grotte le *Trou des Fées*, a porté son jugement, dit l'auteur de la *Statistique*; partout l'ignorance attribue aux êtres fantastiques la création des ouvrages extraordinaires. Les personnes plus

---

[1] Petit in-8° de 108 pages avec une planche représentant le plan de la grotte des Fées, imprimé à Arles, chez Jacques Mesnier, imprimeur du Roi, de Monseigneur l'archevêque, du clergé et de la ville. Ce curieux et intéressant opuscule commence par une épître dédicatoire à MM. Guillaume de Nicolay, chevalier, membre de l'Académie royale des Inscriptions et Belles-Lettres; Jean-Baptiste-François Grossy, avocat en Parlement; Trophime Nicolas Michel, bourgeois; Jean Mauche, bourgeois; consuls, gouverneurs, lieutenants généraux de police de la ville d'Arles, Seigneurs de Trinquetaille. Il a pour épigraphe ces deux vers :

*Che furo al tempo che passaro i Mori*
*D'Africa il mare e in Francia nocquer tanto,*

qui dénotent la pensée qui a présidé à sa rédaction.

instruites en lient l'origine à l'histoire du séjour des Sarrasins; elles pensent que c'était le lieu où ils tenaient le trésor de leur armée.... Nos observations nous forcent à le reconnaître pour un lieu consacré, un temple souterrain, et dès-lors nous sommes contraint d'en rapporter l'origine aux temps qui ont précédé l'invasion des Romains. »

Avant de discuter les diverses opinions émises au sujet de cette grotte artificielle et d'en faire connaître la véritable destination, je dois en donner maintenant une exacte description. Les auteurs qui s'en sont occupés avant moi l'ont décrite d'ailleurs avec tant de soin, que je n'aurai presque, pour le faire moi-même, qu'à emprunter ici leurs propres expressions.

La *Grotte des Fées* est, ainsi que je l'ai déjà dit, une longue galerie creusée de main d'homme dans le calcaire moellon. Son axe est dirigé de l'ouest à l'est[1], et c'est par le couchant que l'on y pénètre. La profondeur moyenne du sol est d'environ 4 mètres au-dessous de la surface du rocher. On descend jusque-là par une rampe de $10^{m},50$ de longueur, composée de dix marches grossièrement et irrégulièrement taillées dans le roc. La dernière de ces marches, dont la surface est légèrement inclinée vers l'intérieur, n'a pas moins de $4^{m},55$ de pas et de $0^{m},90$ de hauteur. Large au début de $1^{m},40$, la rampe va en s'élargissant et atteint $2^{m},60$ à son extrémité inférieure, par laquelle elle aboutit dans une sorte de salle taillée à pic dans le roc, et dont l'axe, dirigé perpendiculairement à celui du souterrain et de la descente, a $9^{m},60$. Cette salle, qui, comme on le verra par la suite de cette description, n'est véritablement autre chose qu'un vestibule, est formée de trois parties. Au milieu, un espace rectangulaire de $1^{m},85$ de largeur sur $2^{m},40$ de longueur, séparé, par deux seuils peu élevés, de deux ailes ou appendices latéraux, qui acquièrent, par une retraite faite à droite et à gauche, une largeur de 3 mètres et se terminent en demi-cercle. Cette retraite, en donnant aux ailes une plus grande largeur qu'à la partie centrale, détermine, des deux côtés de la descente, l'apparition de deux pilastres, et sur la paroi du rocher qui lui fait face celle d'une sorte d'avant-corps peu saillant. Dans celui-ci s'ouvre une porte cintrée de $2^{m},50$ de hauteur et de $2^{m},65$ de largeur, qui n'est autre que l'entrée d'un corridor souterrain de

---

[1] La direction exacte de l'axe est N. 71° E.

5$^{m}$,50 de longueur. Ce corridor conserve la forme cintrée et la largeur de l'entrée, mais sa voûte va en s'abaissant vers l'autre extrémité, de sorte qu'il n'a plus ici que 2 mètres de hauteur. Par suite sans doute de quelque vide qui se trouvait ici dans la roche, la paroi du côté du nord a dû être taillée irrégulièrement, comme on peut le voir dans les figures s'y rapportant de la Planche XI.

Ce passage aboutit enfin à la chambre principale de la caverne. Celle-ci est une véritable allée de 24$^{m}$,25 de longueur, dont les parois rectilignes vont en se rapprochant légèrement l'une de l'autre, de sorte que, large à l'entrée de 5$^{m}$,80, elle n'a plus que 2$^{m}$,85 à son extrémité. Les angles sont légèrement arrondis; mais c'est une exagération que de lui attribuer, comme le fait la *Statistique*, la forme « d'un ovale excessivement allongé». Les parois latérales sont taillées dans le roc vif, mais elles ne sont pas verticales; elles surplombent sensiblement, de sorte que le plafond est plus étroit que le sol.

Comme la descente et le vestibule, cette galerie a été creusée à ciel ouvert, et on lui a fait un toit de grosses pierres plates. Il est probable que c'est afin de diminuer la portée de celles-ci qu'on a donné aux parois l'inclinaison qu'elles présentent. L'épaisseur de ces pierres varie entre 0$^{m}$,70 et 1$^{m}$,30. Anibert, l'auteur de la *Statistique*, M. Mérimée, émettent à leur égard une opinion que, pour mon compte, je ne saurais partager. D'après ces auteurs, celles de ces pierres qui embrassent dans sa totalité la largeur de la grotte et reposent sur les deux parois opposées, forment le plus petit nombre. La plupart, posées de plat de chaque côté, se réunissent au milieu et s'appuient l'une sur l'autre, leur poids et la portion qui repose à terre suffisant pour les maintenir solidement. D'autres paraissent absolument détachées et, portées par celles qui les touchent de part et d'autre, font l'effet d'une clef. Tout cela n'est qu'une fausse apparence: dans l'origine, toutes les pierres ont embrassé la largeur de la voûte, mais, sous la pression des terres qui les surmontaient, ainsi qu'on le verra bientôt, peut-être même sous leur propre poids et par l'action du temps ou d'autres causes[1], elles

---

[1] Il faut ranger parmi celles-ci la commotion produite par des pétards faits dans le voisinage en 1763, et l'influence des grands feux que les bergers et les fabricants de poudre de contrebande avaient coutume d'y allumer.

se sont fendues dans différentes directions et ont pris l'aspect qu'elles présentent aujourd'hui et qui a trompé ces auteurs. Cela est si vrai qu'on peut suivre le joint des blocs primitifs qui s'étend rectilignement d'une paroi à l'autre, tandis que les fentes secondaires sont toujours plus ou moins sinueuses. On peut reconnaître cette disposition sur le plan (Pl. XI, *fig.* 1) sur lequel j'ai eu soin d'indiquer exactement ces diverses lignes par des traits ponctués. S'il en est certainement ainsi pour les quatre premières dalles, et pour celle, aujourd'hui manquant, qui recouvrait l'espace, actuellement découvert, compris entre la première et l'extrémité du corridor, je n'affirmerai pas qu'il en ait été de même pour la couverture de l'extrémité de l'allée. Ici, sur 6 mètres environ de longueur, on ne peut plus reconnaître de joint primitif rectiligne; il y a au contraire un nombre considérable de fentes secondaires, dirigées sinueusement dans tous les sens. Il se pourrait bien, par conséquent, comme le pensait Anibert, que la toiture de cette portion n'ait pas été faite en pierres rapportées, mais que l'on ait profité du couvert naturel qu'offrait une première couche horizontale du rocher, dont le délit peut se reconnaître parfaitement sur la paroi nord de la rampe et sur celles du vestibule, où elle a été conservée.

Les parois de cette caverne sont partout si parfaitement travaillées et polies qu'on n'aperçoit aucune trace des instruments dont on s'est servi pour les tailler. On n'y voit d'autres inégalités que celles des fentes du rocher et des dégradations que le temps y a apportées. Un amas de terre et de pierres surmontait autrefois toute la grotte; il ne forme plus aujourd'hui qu'un tumulus très-surbaissé et à peine sensible, sur lequel s'étend la végétation de la garrigue. Mieux et plus vite que par la longue description que je viens d'en donner, on se fera une idée de la disposition générale et de l'état actuel de cette grotte, qui n'a pas dans son ensemble moins de 45 mètres de longueur, par un rapide coup d'œil jeté sur les coupes et le plan figurés ci-après dans la Pl. XI.

On ne sait à quelle époque ce souterrain fut découvert et vidé; aucun auteur ancien n'en fait mention[1]. Nous savons seulement par Anibert qu'en

---

[1] Saxi, qui vivait vers le milieu du XVII$^{e}$ siècle, parle de certains souterrains découverts de ses jours près de la porte de la Cavalerie, mais ne dit pas un mot de celui de Cordes. L'auteur de

1779 il était dans le même état que de nos jours, si ce n'est que la rampe était obstruée par des terres et d'épaisses broussailles. Ces terres, qui provenaient d'éboulements causés par les pluies, remplissaient également le fond du vestibule et le corridor, dans lequel on ne pénétrait qu'en rampant. M. Mérimée le retrouva dans le même état en 1835, et c'est vers 1840 qu'il a été complètement déblayé par les soins de l'administration du département.

Il est temps maintenant de se demander quelle était la destination de cette grotte. Anibert réfute victorieusement l'opinion qui faisait une citerne de ce souterrain, beaucoup trop élevé pour avoir jamais servi à cet usage; mais, croyant voir une simultanéité de travaux entre lui et la muraille, qu'il pense, preuves historiques en main, pouvoir rapporter aux Sarrasins, il émet l'opinion qu'il a été creusé par eux pour servir de prison pour leurs esclaves, d'entrepôt pour leur butin, ou de magasin de guerre ou de bouche. On verra bientôt combien cette opinion était erronée; mais je ne saurais auparavant résister au plaisir de reproduire les sages réserves dont il en fait suivre l'expression. « Au surplus, dit-il, je me contente de rapporter les raisonnements les plus plausibles que j'ai faits ou entendu faire à ce sujet.... Je crois qu'il en est de certains monuments anciens comme des phénomènes physiques : il faut les décrire exactement, recueillir les faits les plus avérés, et ne point se hâter de prononcer sur les causes des uns ni sur la destination des autres. »

L'auteur de la *Statistique* (1824) réfute l'opinion d'Anibert, par cette considération qu'on ne concevrait pas comment des gens qui savaient bâtir n'auraient pas construit un édifice pour ces usages, plutôt que de creuser avec bien plus de peine une excavation d'une forme si singulière et si peu commode. Il réfute également l'opinion de ceux qui voudraient en faire une habitation, en faisant observer qu'elle eût été trop resserrée et que le résultat de l'entreprise n'eût pas répondu à l'énormité du travail. Certains ont comparé le plan de la grotte de Cordes à une croix ou bien à une épée, et ont cherché à tirer des conclusions de cette forme, que l'on interprétait tantôt

---

*l'Histoire de l'abbaye de Mont-Majour* n'en parle pas davantage. Seguin, qui vivait à la fin du XVII^e^ et au commencement du XVIII^e^ siècle, dans sa Dissertation manuscrite sur l'abbaye de Mont-Majour, ne fait mention de la montagne de Cordes que comme d'un lieu où l'on trouve des *simples excellentes pour la médecine* (Anibert).

comme indiquant une destination religieuse, tantôt comme rappelant un souvenir de conquête. L'auteur de la *Statistique* était sous l'impression de la première de ces analogies, et il pensait que l'on devait voir là un lieu consacré, un temple souterrain; mais il a fait un notable progrès sur ses devanciers en en rapportant l'origine aux temps qui ont précédé l'invasion des Romains.

Un progrès plus considérable a été réalisé par M. Mérimée en 1835[1], et nous touchons avec lui à l'explication vraie, ainsi que je le démontrerai dans le chapitre suivant, en serrant la question, grâce à de nouveaux documents, de plus près qu'il ne pouvait le faire. « On l'appelle, dit-il, dans le pays, la *Grotte des Fées*, et ce nom m'a paru remarquable, parce qu'on le donne en général aux monuments druidiques[2]. Le toit est absolument semblable à ceux des *dolmens*, et le plan général de l'excavation offre de l'analogie avec ces prodigieuses constructions de nos ancêtres. Il y a pourtant une immense différence entre une galerie creusée dans le roc, dont le toit est à fleur de terre, et les pierres énormes s'élevant à la surface du sol, qui forment les murailles des dolmens. Ces derniers sont en général ouverts à l'est; ici c'est le contraire. Toutefois, il me paraît plus probable d'attribuer à un peuple encore sauvage et à une époque de barbarie complète la construction de ce singulier monument, que d'y voir l'ouvrage d'une troupe de pillards armés pendant une invasion passagère. »

M. Estrangin, qui écrivait en 1838[3], rappelle l'opinion de M. Mérimée,

---

[1] *Loc. cit.*, pag. 313.

[2] Il est très-curieux de voir les effets différents que le même nom peut produire sur les esprits suivant les époques. De nos jours, ce mot de *Fées* met M. Mérimée sur la voie de la vérité; au siècle dernier, il suggère au contraire à Anibert la réflexion suivante : «Cette dénomination ignoble ne serait-elle pas la cause de l'entier oubli où nos historiens et antiquaires ont laissé ce monument singulier? Le nom peut bien faire le discrédit de certaines choses, comme il fait le prix de tant d'autres.» La tradition qui rattache au nom des Fées le jardin et la grotte de Cordes paraît être fort ancienne; au moins me semble-t-il que c'est à elle qu'il faudrait rapporter ce que dit M. de Romieu (qui écrivait en 1574), dans ses manuscrits français (ch. 23): *qu'il a vu de son temps plusieurs personnes très-curieuses, qui se mêlaient de magie naturelle, aller chercher sur cette montagne* (de Cordes) *des herbes rares et d'une très-grande vertu, d'où elles tiraient des secrets admirables pour la guérison de plusieurs maladies qui sont incurables à la médecine ordinaire* (cité par Anibert).

[3] Jean-Julien Estrangin; *Études archéologiques, historiques et statistiques sur Arles.* Aix, 1838. 1 vol. in-8°, pag. 14, note I, et pag. 394, note XXVIII.

mais pour la combattre d'abord, sous le prétexte qu'on ne saurait voir un *monument druidique* « dans cette longue cavité, en forme de tranchée, creusée et taillée à pic dans la roche calcaire, et qui n'a conservé les vestiges d'aucun symbole susceptible d'en faire entrevoir la destination. » Il pense plutôt que « cette cavité n'est peut-être qu'une carrière où, dès la plus haute antiquité, on a pris des pierres pour certains monuments d'Arles », et il la rapproche des Latomies de Syracuse, des catacombes de l'Italie et des carrières actuelles de Fontvielle et du Castellet, qui fournissent une grande partie des pierres à bâtir que l'on emploie à Marseille. « Les pierres qui recouvrent cette excavation peuvent, ajoute-t-il, avoir été placées pour la fermer et dans une destination dont le souvenir est perdu. »

Ayant eu connaissance, pendant l'impression de son livre, des travaux de La Marmora[1] sur les monuments funèbres des îles Baléares, de Malte, de Gozzo, et sur les *Nuraghi* et les *tombes de géant* de la Sardaigne, il revint à des idées moins erronées, qu'il consigna dans une note placée à la fin du volume. Après avoir rappelé que ces monuments, analogues à ceux de la Syrie et de Maandel, paraissent à La Marmora des débris de l'ancienne civilisation phénicienne, qui a visité et colonisé ces îles dans l'antiquité, et dont l'Hercule de Tyr fut le symbole, il ajoute : « J'incline donc, par analogie; à ne voir dans la *Grotte des Fées* qu'une grotte sépulcrale d'origine asiatique ou phénicienne. L'examen de cette cavité ne permet guère d'autre supposition que celle d'un tombeau ; elle a été emplacée sur le sommet d'une montagne isolée au milieu d'un marais, creusée en gaîne et à ciel ouvert dans le rocher, couverte de larges dalles terrassées avec soin et qui la cachent aux regards. »

Nous reconnaîtrons bientôt, avec M. Estrangin, que le *Trou des Fées* était en effet une grotte sépulcrale, et, avec M. Mérimée, qu'il faut le rapprocher des dolmens; mais avant d'aller plus loin, je dois écarter tout d'abord deux objections que ce dernier se faisait à lui-même : « Les dolmens, dit-il, sont en général ouverts à l'est; ici c'est le contraire. » Cette idée de l'orientation à l'est des dolmens est une idée fausse, un préjugé que les progrès de l'archéologie doivent faire abandonner. M. Cartailhac a soumis au Congrès

---

[1] Publiés en 1833 et 1834.

préhistorique de Bologne[1] une carte sur laquelle il a tracé l'orientation de plus de cinquante dolmens de l'Aveyron relevée à la boussole. Il en ressort qu'ils sont indistinctement dirigés dans tous les sens. Les observations faites par M. de Mortillet sur les dolmens du Poitou et de la Bretagne corroborent cette opinion. M. Mérimée voit encore « une immense différence entre une galerie creusée dans le roc, dont le toit est à fleur de terre, et les pierres énormes s'élevant à la surface du sol qui forment les murailles des dolmens. » Cela est parfaitement vrai, mais c'est justement cette différence qui caractérise le type de nos *allées couvertes* de la Provence, et je montrerai des exemples du passage des dolmens élevés au-dessus du sol au type en hypogée.

Avant de quitter la montagne de Cordes, je signalerai des traces qui me paraissent se rapporter également à une époque voisine de celle des dolmens. On trouve au sommet de la combe qui partage cette montagne du sud au nord, au point où se réunissent les deux branches et tout près de celui où aboutit le sentier de l'est qui porte le nom de *Pas-du-Loup*, une enceinte de 25 mètres de diamètre, en partie formée de pierres rapportées, en partie creusée dans le rocher. A l'intérieur, au milieu du gazon qui recouvre le sol, s'élève un petit tertre de pierres. J'ai trouvé là des ossements d'animaux en partie brûlés, des débris de charbon et de très-nombreux fragments de poterie grossière, peu cuite, à gros grains blancs, tout à fait analogue à celle des dolmens. On rencontre de ces débris de poterie à la surface du sol, sur toute la montagne. Je n'ai pu faire en ce point, qui me rappelle les *foyers-sépultures* de l'époque néolithique, que des fouilles très-succinctes. Des recherches plus approfondies pourraient peut-être y être entreprises avec succès.

---

[1] Séance du 4 octobre 1871. Voir le compte-rendu de ce Congrès dans les *Matériaux pour l'histoire de l'Homme*, 2e série, tom. III, pag. 179.

## II.

### LES GROTTES DE LA MONTAGNE DU CASTELLET.

Personne ne songeait plus à s'occuper de la Grotte des Fées, et on en restait aux opinions émises à son sujet par MM. Mérimée et Estrangin, lorsque vers 1866, M. Bounias, propriétaire et adjoint au maire de Fontvielle, découvrit, dans un terrain lui appartenant sur la montagne du Castellet, deux grottes moins importantes, mais construites sur le même type. Elles étaient recouvertes de terre et dissimulées sous la maigre végétation de la garrigue, mais l'une d'elle servait de terrier aux lapins, et c'est ce qui la fit découvrir. M. Bounias consacra quelques journées à la faire fouiller et à la faire complètement vider; la même opération fut faite à la seconde par un de ses amis. Avisé de cette circonstance par mon aimable et savant collègue, M. Duval-Jouve, je me rendis sur les lieux avec lui, MM. les professeurs de Rouville et Ch. Martins et quelques autres personnes. Après un examen sommaire, je reconnus l'intérêt que cette découverte présentait pour l'histoire de notre Midi, et je communiquai les premiers résultats de mes recherches au Congrès préhistorique de Bruxelles[1].

Dans les visites que j'ai faites successivement à Fontvielle, j'ai vu les objets provenant de ces fouilles chez leur propriétaire, qui les a mis gracieusement à ma disposition pour les étudier et les dessiner; j'ai reçu de lui tous les renseignements que j'ai pu désirer, et je les ai contrôlés sur place par une étude attentive et minutieuse des lieux. C'est à l'aide des documents ainsi recueillis que je vais entreprendre la description de ces deux grottes et des fouilles qui y ont été faites.

Grotte Bounias. — La première, que je désignerai par le nom de son propriétaire, était la plus considérable des deux. Elle présente absolument

---

[1] Séance du 28 août 1872, après-midi. — Voir le compte-rendu que j'ai publié dans la *Revue scientifique*, 2e série, 2e année, pag. 428, et dans les *Matériaux pour l'histoire de l'Homme*, 2e série, tom. IV, pag. 15 à 18.

les mêmes dispositions que la grotte des Fées, si ce n'est que les deux ailes en hémicycle du vestibule ont été ici supprimées, et que celui-ci, se réduisant à sa partie centrale rectangulaire, se confond avec la rampe. Le corridor, raccourci, est réduit à un simple portique. La grotte ne mesure plus, dans sa longueur totale, que 19 mètres, desquels 2$^{m}$,50 sont consacrés à la rampe, 3$^{m}$,70 au vestibule, 0$^{m}$,50 au portique et 12$^{m}$,10 à l'allée ou chambre principale; les autres dimensions sont réduites en proportion. Non loin de l'entrée, dans la paroi de droite, avait été creusé un réduit peu profond, en forme de placard, dont il ne m'a pas été possible d'apprécier avec quelque certitude la destination.

On pourrait penser tout d'abord qu'il avait été pratiqué pour y déposer des provisions pour les morts ; mais comme elle avait été heureusement négligée par les premiers explorateurs, je l'ai fouillée moi-même, et je n'y ai trouvé que de la terre et, dans le fond, des cailloux semblables à ceux dont il sera question plus loin. Peut-être avait-on voulu simplement régulariser un défaut de la roche, visible encore dans les parties avoisinantes, car ce réduit ne se représente pas dans les autres grottes.

Je ne m'étendrai pas davantage sur cette description, qu'un simple coup d'œil jeté sur les coupes et le plan que j'ai figurés (Pl. XII) suppléera avantageusement : on y verra que le toit est ici entièrement fait avec des dalles rapportées, et que la première de celles-ci s'étendait sur une partie du vestibule, ce qui me fait penser que celui de la grotte des Fées, qui est aujourd'hui à ciel ouvert, devait être primitivement couvert ; on y verra encore que cette grotte était située au milieu d'un tumulus de 41 mètres de diamètre; que son axe, dirigé, comme celui de la grotte des Fées, de l'ouest à l'est, coïncidait avec un des diamètres de ce tumulus, dont le centre se trouvait dans la chambre, un peu en arrière de l'entrée.

Le tumulus, déjà en partie constitué par la forme même du rocher, avait été complété par un amas de pierres et de terre rapportées, et sa base circonscrite par un cercle de pierres dressées, dont quelques-unes seulement subsistent encore. Vers l'est, la roche, plus élevée, n'avait pas permis d'accumuler des terres, de sorte que, pour fixer les pierres, on avait creusé dans le rocher une rigole en demi-cercle, de 0$^{m}$,40 de largeur sur 0,30 de profondeur, dans laquelle celles-ci étaient fichées. Le tumulus était donc

entouré d'un cromlech; mais faut-il rattacher encore à celui-ci l'alignement de pierres dressées, qui se détache au nord et s'éloigne du cercle, en se dirigeant vers l'est, suivant une direction un peu inclinée en dehors de la tangente? faut-il y rattacher également les traces d'une muraille de $1^m,15$ de largeur, qui se détache de la même façon au sud pour se diriger aussi vers l'est? Je serais pour ma part assez porté à le croire et à penser que sur certains points l'enceinte du cromlech était doublée, comme cela se voit au sud, où était l'entrée, et peut-être même convertie en muraille par l'accumulation de pierres plus petites dans l'intervalle des deux lignes. Je serai encore moins affirmatif sur la muraille dont on voit des traces au nord-est; elle se perd dans un bosquet de chênes verts, où il est difficile de la reconnaître.

Il faut se défier de la première impression que l'on ressent lorsqu'on arrive pour la première fois sur le plateau du Castellet. On voit des pierres dressées disséminées un peu partout, et on est porté à chercher auprès de chacune d'elles des traces de dolmen ou des preuves d'antiquité ; c'est ce que j'ai fait d'abord moi-même. Mais on reconnait bientôt que beaucoup de ces pierres sont dues aux carriers qui se sont fait avec elles des abris, ou sont les restes, souvent alignés, d'anciennes clôtures de champs ou de divisions d'héritages. J'ai pourtant remarqué au-dessus de Saint-Cotignardes des traces qui m'ont paru appartenir réellement à un ancien monument mégalithique. Elles sont situées sur le sommet d'une petite éminence naturelle, en face de la montagne de Cordes.

Ainsi que je l'ai dit, la grotte était entièrement dissimulée sous la terre lorsque la poursuite d'un lapin par M. Bounias fils la fit découvrir. Il fallut d'abord procéder à l'enlèvement des terres qui remplissaient le vestibule et la descente, et cette première opération fit reconnaître la façon intéressante dont l'entrée était fermée. Au devant de celle-ci était un mur bâti à pierres sèches, dont la base occupait toute la surface du vestibule et dont les deux côtés convergeaient vers le sommet, de façon à lui donner la forme d'un prisme triangulaire. Cette muraille, dont on peut encore reconnaître la marque à droite et à gauche sur les parois de la roche, diminuait de moitié la hauteur du portique et permettait d'obturer le reste de l'ouverture avec une seule pierre posée de champ. Celle-ci fut trouvée par les explora-

teurs renversée dans l'intérieur de la grotte, où elle gît encore tout près, de l'entrée. J'ai figuré ce mode de fermeture, qui m'a paru digne d'attention, sur la Pl. XI, *fig.* 12 et 13. On verra sur ces figures, qui représentent les deux côtés de la rampe et du vestibule, que ces parois, jugées sans doute un peu plus basses près du portique, avaient été relevées sur ce point par l'addition de quelques assises de pierres plates posées les unes au-dessus des autres.

La raison de ce mode de fermeture me paraît facile à imaginer. Il faut se représenter qu'un tumulus peut-être plus considérable encore que celui que l'on reconnaît aujourd'hui recouvrait la grotte, et que les terres qui le formaient remplissaient la tranchée par laquelle on arrivait au portique. Lorsque, pour une cause quelconque, on voulait rouvrir la grotte et y pénétrer, il fallait faire un déblai considérable. En outre il fallait, pour obstruer l'ouverture totale de la porte, une pierre très-grosse et par conséquent difficile à manier. Pour remédier à ces deux inconvénients, on avait recours au procédé que je viens d'indiquer. La pente du mur vers l'entrée reproduisait la rampe de l'escalier, et l'ouverture de la porte était considérablement réduite. Dès-lors il suffisait, lorsqu'on voulait pénétrer dans la grotte, d'un travail peu considérable pour déblayer l'espace compris entre le mur prismatique et l'ouverture, et celle-ci pouvait être bouchée avec une pierre facilement maniable.

Lorsque M. Bounias eut débarrassé l'ouverture, il put pénétrer dans la grotte, dont l'intérieur était parfaitement libre ; mais, ayant remarqué que le sol était formé de terre, il voulut la faire vider entièrement, et c'est cette dernière opération qui donna les éléments sur lesquels nous pouvons baser aujourd'hui un jugement définitif sur la destination et l'âge de ces singuliers monuments.

Dans une couche de terre d'environ $0^{m},60$, uniformément répandue dans toute la grotte, gisaient des ossements humains réprésentant, d'après l'évaluation de M. Bounias, une dizaine d'individus. Un seul squelette entier était étendu vers le milieu de la longueur. On peut encore aujourd'hui reconnaître très-bien l'épaisseur de la couche de terre, aux traces qu'elle a laissées tout autour sur les parois. Quant aux ossements, leurs débris, épars dans les déblais amoncelés près de l'entrée, ne permettent pas le moindre

doute sur leur attribution. Malheureusement ils sont brisés et réduits en fragments, et ceux du squelette entier ont subi le même sort que les autres. Le crâne lui-même, qui avait été conservé pendant quelque temps, a disparu à son tour. M. Ch. Martins ramassa bien dans les déblais, pendant la visite que nous fîmes ensemble à cette grotte, une portion inférieure d'humérus dont la fosse olécrânienne est perforée, mais cette perforation me parut être accidentelle et avoir été produite par une cause violente, probablement pendant les fouilles. La rencontre de ces ossements ne peut donc nous fournir aucun renseignement relativement à la race d'hommes à laquelle ils ont appartenu. La seule conclusion que nous puissions en tirer, c'est que la grotte Bounias, et par conséquent celle des Fées aussi bien que toutes les autres du même type que nous pourrons rencontrer ici, sont des grottes sépulcrales. Les objets qui se trouvaient associés à ces restes humains vont nous apprendre à quel âge il faut les rapporter.

Les ossements étaient enveloppés dans une couche de terre à peu près pure, ils affleuraient même à la surface; mais le sol sur lequel ils reposaient était mélangé d'une quantité de cailloux roulés de quartzite, et ce qui caractérise ceux-ci, c'est qu'ils sont tous blancs, sans aucune exception. Or les cailloux roulés qui composent la Crau, et qui recouvrent toutes les terrasses voisines de la vallée du Rhône, sont des quartzites roux, dont l'origine est dans les Alpes. Pour accumuler ici cette masse de cailloux blancs, il a fallu aller les chercher assez loin et faire appel à ceux qui composent les alluvions anciennes des affluents de la rive droite du Rhône qui viennent des Cévennes. On verra, dans mon Mémoire sur l'*Homme dans la vallée du Gardon*, que les terrasses de cette rivière en amont de Remoulins sont presque exclusivement formées de ces quartzites blancs, et il est probable que c'est dans cette vallée que les hommes qui ensevelissaient leurs morts dans la grotte Bounias sont allés chercher les éléments de leur couche funèbre. Nous trouvons dans cette circonstance un premier fait qui nous permet de rapprocher nos grottes sépulcrales artificielles des dolmens. Dans ceux-ci, les tombes reposent en effet souvent sur une couche de silex. L'intérieur des dolmens d'Alt-Sammit dans le Mecklembourg, par exemple, était divisé en compartiments avec des cailloux de silex, et les squelettes humains étaient posés sur une couche d'éclats de silex rougis au feu. Des

cailloux de quartzites blancs, apportés de loin, ont été retrouvés aussi dans des grottes sépulcrales naturelles de l'époque néolithique; mais je n'ai pas ouï dire que nulle part il en ait été rencontré en aussi grande quantité que dans la grotte Bounias.

Les objets fabriqués qui avaient été ensevelis dans celle-ci avec les cadavres de leurs possesseurs, étaient peu nombreux. C'étaient des armes et des poteries; ils sont figurés sur la Pl. XIII. Les armes consistaient en une moitié de casse-tête de quartzite, en un certain nombre de pointes de flèche et de javelot de silex et en une lame de poignard de bronze; les poteries, en quelques fragments épars et une jolie petite coupe hémisphérique.

Le casse-tête (*fig.* 6), de quartzite roux, avec dépression annulaire, était semblable à ceux que l'on rencontre en grand nombre en Scandinavie [1], et dont certains ont servi aussi de percuteurs. Je l'ai trouvé parmi les déblais retirés de la grotte par M. Bounias.

Les pointes de silex, au nombre de sept ou huit, étaient disséminées dans toute l'étendue de la grotte, mais en général près des parois, notamment près de celle du nord. M. Bounias n'en a conservé que trois : la plus grande (*fig.* 4) était une pointe de javelot; elle est en silex blond translucide. Les deux autres sont des pointes de flèche, la plus petite (*fig.* 2) en silex gris opaque, translucide seulement sur les bords; l'autre (*fig.* 3) en silex opaque blond très-veiné. Ces pointes sont en forme de feuille de saule, également taillées sur les deux faces, et présentent le faire de l'époque la plus récente, notamment la moyenne (*fig.* 3), qui porte sur chaque face deux méplats avec des stries très-fines dues à un polissage partiel. Cette dernière particularité, présentée par un couteau de Saint-Jean d'Alcas, par des silex de la grotte des morts de Durfort, par ceux du dolmen de Sigiallo (Ardèche), est un des caractères des instruments de silex de la fin de l'époque néolithique et du commencement de l'âge du bronze.

C'est bien en effet dans cette dernière période, et à son début, qu'il faut classer les sépultures dont nous nous occupons ici, comme l'indique la lame de poignard de bronze (*fig.* 1) qui a été trouvée près de la paroi nord et à peu près vers le milieu de la longueur de la grotte. Cette lame rappelle le

---

[1] Voir Nilsson; *Les habitants primitifs de la Scandinavie*, Pl. XI, fig. 216.

type *B* des épées du projet de classification, et se rapproche beaucoup d'une lame d'épée de bronze retirée de la Seine près de Rouen et appartenant à M. Cochet [1]. Comme celle-ci, au lieu de s'effiler en soie vers la poignée, elle était aplatie vers la partie supérieure et recevait sur ses deux faces deux plaques de bois ou d'os. Mais, au lieu que dans l'épée de Rouen ces plaques étaient fixées à l'aide de petits rivets, dans notre poignard elles étaient maintenues par de petits ailerons formés sur les deux bords de l'âme et assujéties sans doute à l'aide d'un lien ou avec un rivet seulement situé à l'extrémité supérieure, qui manque dans cet exemplaire. Plusieurs des poignards de bronze retirés des palafittes de Peschiera présentent une semblable disposition. Ces armes sont plus anciennes que celles à soie terminée par un bouton, qui ont pu être employées jusqu'à l'époque de la conquête.

La coupe (*fig.* 5) a été rencontrée dans le fond de la grotte. Elle est faite à la main, lissée à l'ébauchoir, d'une pâte assez fine légèrement cuite, ce qui lui a donné une couleur rouge pâle peu intense. Elle offre de nombreuses petites vacuoles formant à la surface une véritable picoture provenant d'impuretés de l'argile qui se sont détachées depuis la confection. Elle porte sur le côté une petite anse destinée à la suspendre à l'aide d'un cordon, et présente extérieurement sur son fond quatre impressions faites avec le doigt ou avec un morceau de bois arrondi, disposées en forme de croix autour d'une autre impression centrale. Cette ornementation rappelle celle de certaines poteries des terramares de l'Italie et ne se montre pas avant l'âge du bronze [2].

Grotte de la Source. — Située à peu de distance de la précédente, au-dessus d'une source abondante qui s'écoule dans les prés de Fontvielle, et à laquelle j'ai emprunté le nom sous lequel je la désigne, cette grotte est la plus petite des trois, puisqu'elle n'a pas plus de 16$^{m}$,60 de longueur totale. Je n'entrerai pas à son égard dans une nouvelle description et je me borne à renvoyer au plan et aux coupes que j'en donne dans la Pl. XI. On distingue à peine les traces du tumulus qui la recouvrait et dont on peut évaluer le

---

[1] Voir Cochet: *La Seine-Inférieure historique et archéologique*. Paris, 1864.

[2] Voir G. de Mortillet: *Le signe de la croix avant le Christianisme*. Paris, 1866.

rayon à 15 ou 18 mètres. Il n'y a pas de trace d'enceinte, et la moitié des dalles qui en forment le toit était depuis longtemps à découvert. Aussi est-il probable que les dessins en creux qui sont tracés sur la quatrième (Pl. XI, *fig.* 1), sont d'origine assez récente, bien que l'on y rencontre certains motifs que l'on pourrait rapprocher de ceux des dalles de Gavr'inis et de Mané-Lud.

Cette grotte a été fouillée plus récemment que la grotte Bounias. On n'y a trouvé que des ossements humains, aujourd'hui épars et brisés, et quelques cailloux de quartzites blancs, mais en très-petit nombre. Elle présentait, ainsi que la précédente, une particularité de construction que je dois relever ici. Il manque un angle à la septième dalle, de sorte qu'il existe un vide assez considérable du côté gauche, entre celle-ci et la sixième. Ce défaut existait lors de la construction, et on y avait remédié par un blocage appuyé sur les deux dalles et supporté, dans la partie vide, par deux petites pierres posées de champ sur la paroi de la grotte. Quelques personnes ont pensé que ce vide avait été réservé intentionnellement, et elles appuient leur opinion sur ce qu'un vide semblable et bouché de la même façon existe entre la troisième et la quatrième dalle de la grotte Bounias, du côté droit. Mais on ne comprendrait guère pourquoi l'on aurait laissé ce vide, alors qu'il était toujours facile, comme on l'a vu, de pénétrer dans la chambre par l'entrée sans faire de déblai plus considérable. D'ailleurs, l'argument tiré de la répétition tombe devant ce fait qu'elle ne se reproduit pas dans la grotte des Fées. Pour ma part, je crois simplement qu'on a utilisé des dalles défectueuses ou qui s'étaient cassées dans le transport. La partie supérieure des parois sur laquelle portent les dalles était généralement plane ; pourtant il est arrivé qu'elle offrait sur certains points des ondulations. Dans ce cas, on a calé les dalles avec de petites pierres interposées au-dessous ; c'est ce que l'on voit sous la troisième dalle de la grotte Bounias et sous la sixième de celle de la source (Pl. XI, *fig. A*, et Pl. XII, *fig.* 6).

Comme celle des Fées, les grottes Bounias et de la Source sont situées à quelques pas d'un escarpement vertical de rocher; mais une telle position n'était pas recherchée d'un façon absolue, car la suivante se trouve au contraire presque au niveau de la plaine.

QUATRIÈME GROTTE. — En se rapprochant de Mont-Majour par la route d'Arles à Fontvielle, on trouve sur la gauche, au bord même du chemin, au point où le calcaire moellon cesse de se montrer sur cette rive, une quatrième grotte, qui n'a pas été encore fouillée. Le tumulus qui la recouvrait est aujourd'hui très-abaissé et recouvert d'un massif de chênes-verts très-fourré. Comme les trois précédentes, elle est sensiblement orientée de l'ouest à l'est et ouverte vers le couchant. M. Duval-Jouve, auquel je dois les premiers éléments de ce travail, a fait jusqu'à présent de vaines tentatives pour obtenir du propriétaire l'autorisation d'y faire des fouilles.

## III.

### RAPPROCHEMENTS ET CONCLUSIONS.

Il est incontestable, d'après tout ce que nous venons de dire, que les grottes artificielles des montagnes de Cordes et du Castellet ont été faites pour servir de sépulture à ses morts, par une population qui habitait nos pays dans les premiers temps de l'âge du bronze [1] et qui se rattachait par ses traditions architectoniques, si je puis m'exprimer ainsi, aux constructeurs des dolmens. C'est cette dernière conclusion qu'il me reste maintenant à établir.

«Le nom de dolmen s'applique, dit M. de Bonstetten[2], à tout monument de pierre, couvert ou non couvert de terre, d'une dimension suffisante pour contenir plusieurs tombes et formé d'un nombre variable de blocs bruts (les tables) soutenus horizontalement au-dessus du sol par deux ou plus de deux supports[3].» Deux ou trois supports et une dalle reposant sur ceux-

---

[1] On peut se demander si les hommes qui à cette époque enterraient ainsi leurs morts dans des îles situées au milieu d'un lac, n'habitaient pas dans des palafittes au-dessus des eaux mêmes de ce lac. Aucun fait, il est vrai, ne vient étayer une semblable conjecture. Je n'en ai pas moins recommandé à plusieurs cultivateurs de ce pays de bien remarquer si, lorsqu'ils labouraient leurs terres, le soc de la charrue ne ramenait pas parfois à la surface du sol des fragments de bois ou de pilotis. C'est un point intéressant sur lequel je me permets ici d'appeler l'attention des personnes intelligentes qui habitent cette région.

[2] *Essai sur les dolmens*, pag. 3. Genève, 1865.

[3] M. de Bonstetten dit seulement *par plus de deux supports*, mais il existe dans le Midi un

ci, tel est le dolmen le plus simple. On le retrouve partout; mais l'espace ainsi recouvert était bien circonscrit, et l'on n'avait là qu'une sépulture fort réduite quant au nombre des morts qui pouvaient y trouver place. « Selon le savant Lisch, qui fait autorité en pareille matière, chaque fois qu'il s'agissait d'établir une nouvelle sépulture dans un dolmen simple, on prolongeait le monument en y ajoutant le nombre nécessaire de supports et de tables, et en avançant ensuite le bloc de fermeture. Le dolmen, à la suite de ces augmentations successives, devenait ce qu'on appelle en France une *Allée couverte* [1].» Je citerai la Pierre Turquoise, dans la forêt de Carnelle (Seine-et-Oise), comme offrant une semblable disposition (Pl. XIV, *fig.* 6, 7, 8). Mais si un pareil système pouvait convenir pour agrandir les sépultures à dolmen apparent, il n'en était pas de même pour celles qui étaient recouvertes d'un tumulus. Il eût fallu, en effet, dans ce cas-là, faire des terrassements considérables et transformer en quelque sorte tout le tumulus, chaque fois qu'une travée nouvelle aurait dû être ajoutée à l'allée. Pour éviter cet inconvénient, les tribus qui avaient adopté le mode des dolmens couverts firent d'emblée des allées destinées à recevoir des sépultures successives: c'est ce que nous voyons surtout dans la Bretagne, notamment à Gavr'inis, en Baden (Pl. XIV, *fig.* 3 et 4), et Mané-Lud, en Lokmariaker.

Il ne faudrait pas croire que ces développements progressifs de l'architecture funéraire de nos ancêtres aient eu pour résultat de substituer d'une façon absolue une forme à une autre. Comme l'on voit simultanément dans nos cimetières des tombes isolées et des caveaux, on continua à faire des dolmens simples et des allées, des dolmens apparents et des dolmens couverts; c'est ce que prouve le mélange de ces divers types dans toute l'Europe. Mais ce que l'on peut dire, c'est que, suivant les circonstances locales, suivant les besoins particuliers ou les habitudes propres de chaque tribu, telle forme a prédominé ici ou là. Ainsi, dans tout le nord de l'Europe, les dolmens appa-

grand nombre de monuments de ce genre dans lesquels il n'y a que deux supports. On les appelle des *trilithes*, et il est évident qu'ils doivent être compris dans une définition générale des dolmens. Je me suis donc permis de modifier légèrement celle de M. de Bonstetten, de façon à y faire rentrer les trilithes.

[1] Bonstetten, *loc. cit.*, pag. 9.

rents et les dolmens couverts se trouvent en proportions à peu près égales. Ils sont généralement entourés d'une enceinte de pierres, circulaire en Angleterre, rectangulaire en Allemagne. En France, au contraire, les dolmens sont plutôt apparents et sans enceinte; pourtant les dolmens couverts et les allées se rencontrent encore en grand nombre dans le nord-ouest, tandis qu'ils sont très-rares dans le centre et le midi, où dominent au contraire les petits dolmens apparents.

Le plan de la Pierre Turquoise (Pl. XIV, *fig.* 6) présente véritablement l'aspect d'une allée dans laquelle il est impossible de distinguer aucune division. Dans celui de Gavr'inis (Pl. XIV, *fig.* 3), il n'en est déjà plus de même. On peut reconnaître dans le fond de l'allée une partie dilatée qui forme ici un rudiment de chambre. Cette disposition est encore plus marquée dans celui du dolmen de Plouharnel, où l'on a même un compartiment latéral formant comme une seconde chambre (Pl. XIV, *fig.* 5). Ce genre de disposition se développe surtout en se dirigeant vers le Nord, dans le Sleswig et dans la Scandinavie, et donne finalement naissance à ces monuments si remarquables qui ont reçu le nom de *chambres de géants* (*Jættestuer*). J'ai figuré dans les planches qui accompagnent ce Mémoire le plan et l'entrée de l'un de ces monuments (Pl. XIV, *fig.* 1 et 2).

La forme la plus simple a paru au contraire se conserver vers le Midi, mais en se perfectionnant. On peut en citer comme exemple le dolmen d'*Antequerra*, près de Malaga en Espagne (Pl. XIV, *fig.* 9 et 10). Recouverte d'un tumulus, cette allée gigantesque n'a pas moins de 27 mètres de longueur, avec 7 mètres de largeur et 5 de hauteur intérieure. Elle est formée de dix supports en calcaire tertiaire, à chacune des parois latérales, et d'un vingt et unième fermant une des extrémités. Cinq blocs constituent la couverture, deux autres sont placés aux deux côtés de l'entrée et trois forment piliers à l'intérieur, chacun au point de jonction de deux tables. « Ces piliers, dit M. de Bonstetten, auquel j'emprunte cette description, paraissent avoir été taillés, mais les supports ne sont que grossièrement équarris. » Cette circonstance est à noter, car c'est elle qui nous donne la caractéristique du développement de l'architecture dolménique vers le Midi.

Tandis que les peuples du Nord, à l'époque de leur plus grande civilisaion, bouchaient par de petits murs en pierre sèche les intervalles compris

entre les blocs irréguliers employés par eux comme supports, ceux du Midi en étaient arrivés, au contraire, à un degré de développement tel, qu'ils avaient eu l'ingénieuse idée de modifier artificiellement la forme de ces blocs, de façon à la régulariser et à en rendre la juxtaposition plus parfaite. Il est vrai que ce progrès coïncide chez eux avec une conquête nouvelle, puisqu'on trouve dans leurs sépultures des objets de métal, généralement de bronze, associés aux armes de silex, tandis que celles-ci se rencontrent exclusivement dans les dolmens du Nord. Ce développement s'est fait sur place dans nos pays méridionaux, car le mobilier des dolmens nous en révèle les diverses étapes. Tantôt, en effet, le silex y est à peu près seul, tantôt il est accompagné de quelques objets de métal, de cuivre impur d'abord, puis de bronze, mais peu nombreux et ne se rapportant, comme des raretés qu'ils étaient, qu'à la série des objets de parure. Enfin se montrent les armes elles-mêmes, comme dans le dolmen de *Bois-Bérard*, près de Saumur, dans deux dolmens du Lot fouillés par M. Delpont, qui renfermaient chacun un poignard de bronze, et dans celui de *Miers*, où l'on a trouvé une épée de bronze.

C'est à cette dernière période de la civilisation dolménique que se rapportent les sépultures qui ont fait le sujet de ce Mémoire. La peuplade qui a enterré ses morts dans ces grottes artificielles se servait encore de pointes de trait faites avec le silex, mais elle demandait au bronze la matière d'armes nouvelles, d'une fabrication plus facile et d'un usage plus sûr. Le bronze lui fournissait aussi sans doute les instruments avec lesquels elle attaquait les blocs de pierre pour en adapter la forme à ses besoins; mais, non contente de cette importante modification introduite par ses congénères des pays méridionaux dans l'art naissant de bâtir, elle y en introduisit une plus radicale encore, que la faible consistance des roches sur lesquelles elle vivait lui inspira sans doute. Au lieu de former la galerie avec des pierres dressées, elle la creusa dans le roc, et les dalles qui la recouvraient furent, avec la forme générale, le dernier souvenir des anciens procédés.

Que l'on compare la coupe longitudinale d'une de nos grottes avec celle du tumulus de Gavr'inis ! N'y trouve-t-on pas un air évident de parenté ? La rampe descendant au niveau inférieur de l'allée existe même dans l'un et dans l'autre. Il est vrai que l'allée de Gavr'inis est située au-dessus du ni-

veau du sol, tandis que les nôtres sont au-dessous de ce niveau; mais cette différence s'observe également dans les dolmens simples, chez lesquels la tombe est tantôt au-dessus, tantôt au-dessous du sol. C'est même cette dernière forme qui, en descendant vers le Midi et en avançant dans l'âge du bronze, se transforme en sarcophage par l'atténuation successive des supports poussée jusqu'au point de faire reposer directement la dalle sur la terre. Pour ce qui est des allées couvertes, celle de la Pierre Turquoise nous sert à cet égard de transition entre Gavr'inis et nos grottes. « C'est, dit M. de Bonstetten, un dolmen hypogée, creusé en terre à 3 mètres de profondeur. Les quatre pierres de couverture apparaissent seules à la surface du sol, alignées les unes à côté des autres en suivant l'inclinaison naturelle du terrain, qui descend en pente douce. »

En examinant les diverses figures de la planche XIV, on reconnaîtra aisément les analogies qui rapprochent les grottes artificielles de Cordes et du Castellet des dolmens et des allées couvertes du nord de la France, ainsi que des chambres de géants du nord de l'Europe, sans que j'aie besoin d'insister davantage sur ce sujet. Je me bornerai à signaler une analogie des plus frappantes entre ces divers monuments : celle du portique. On se rappelle que dans nos grottes la porte est entièrement creusée dans le rocher, de sorte qu'entre le sommet de celle-ci et la dalle se trouve un plein naturel et un pied droit de chaque côté de la porte. Cela reproduit exactement la disposition que présentait l'entrée des types anciens. Ainsi, dans la Pierre Turquoise, par exemple, la porte est composée de deux étroites pierres formant pieds droits, surmontées d'une architrave. Je rappellerai encore les enceintes de pierres, dont la forme reproduit les enceintes circulaires de l'Angleterre plutôt que les enceintes rectangulaires de l'Allemagne. Je crois donc n'avoir fait qu'exprimer un fait parfaitement vrai en appelant ces grottes des *Allées couvertes*, et avoir amplement justifié le titre donné à ce Mémoire.

Les découvertes de dolmens faites dans des régions où l'on n'en connaissait pas me paraissent, avec les considérations que je viens d'exposer, devoir modifier certaines opinions généralement admises. D'abord, en constatant un développement de l'architecture dolménique tel que celui qui a eu pour théâtre le midi de l'Europe, il faut reconnaître qu'il a dû exiger pour se reproduire une résidence prolongée, et non un passage plus ou moins rapide.

Si nous constatons en outre que ce développement ne s'est pas fait partout la même chose, qu'il a eu tel caractère dans la Provence, tel autre dans le Rouergue, tel autre en Espagne, et que l'ordre logique du développement de ces caractères ne répond pas d'une façon absolue à l'ordre géographique, nous devrons reconnaître que ces progrès ont pu se faire simultanément dans ces divers pays, et la théorie d'un peuple unique se transportant du Nord au Midi à travers nos régions, en laissant derrière lui les tombeaux de ses morts comme marques de son passage, en recevra quelque atteinte. J'éviterai donc de prononcer ici le mot de *peuple à dolmens*, mais je dirai, comme conclusion de ce travail, les conséquences qui me paraissent en découler pour la marche qu'a suivie dans son développement progressif en Europe *la civilisation qui a pour principal caractère l'architecture dolménique*.

Je suppose d'abord admis, avec M. de Bonstetten, et c'est aussi, je crois, l'opinion de M. Bertrand, que, partie de l'Asie, cette civilisation a pénétré en Europe par la Crimée, et que de là elle s'est étendue simultanément, d'une part en Grèce, et de l'autre vers l'Europe occidentale. Mais ici je ne puis suivre ces auteurs, qui nous la montrent se propageant sur les bords de la Baltique et en Scandinavie, avant de pénétrer dans les régions de l'Ouest et du Sud. Il faut au contraire tenir compte des observations très-justes de M. Worsaœ, qui concordent parfaitement avec les considérations que je viens d'exposer sur le développement différent au Nord et au Midi des dolmens couverts. Les dolmens de l'Irlande et de la Scandinavie sont de beaucoup les plus nombreux et renferment des objets tout particuliers, exclusivement en pierre, jamais en métal, qui décèlent l'art le plus perfectionné et qu'on ne trouve que là. Sur les côtes septentrionales de l'Allemagne, ces types commencent à se perdre. En Angleterre et dans le nord de la France, on ne les retrouve pas, non plus que dans la Russie et dans la Prusse orientale. Il faut en conclure que, parvenue dans le centre de l'Europe (Prusse orientale), cette civilisation s'est étendue en rayonnant au Nord et à l'Occident. Au Nord, elle a eu un développement particulier, qui a enfanté cette admirable civilisation de la pierre polie des pays scandinaves; tandis qu'à l'Occident, pénétrant d'abord dans le nord de la Gaule et en Angleterre, et s'irradiant en même temps vers le Midi, elle est entrée en possession du premier métal et s'est développée dès-lors dans un autre sens. Ici, plus de ces

belles armes en silex et en pierres dures qui font l'ornement des musées scandinaves, mais en revanche du cuivre, du bronze, des pierres grossièrement équarries, des galeries creusées dans le rocher.

Un nouveau progrès dans l'art de bâtir se montre même dans le Midi : c'est la substitution aux parois faites en pierres dressées ou creusées dans le rocher, de murs à pierres sèches construits par assises. On en reconnaît un rudiment près de l'entrée de l'Allée de Gavr'inis et de celle de la grotte Bounias. On voit cet élément nouveau prendre un plus grand développement dans la sépulture de La Roquette, près de Saint-Pargoire (Hérault), dans le monument sous tumulus de Castilleja de Gusman, près de Séville, en Espagne, dans les *Talayoti* des îles Baléares, dans les *tombes de géants* et les Nuraghi de la Sardaigne. Je me propose de l'étudier dans un prochain Mémoire, et de rechercher si c'est un développement naturel se poursuivant du Nord au Midi, ou si c'est un procédé d'importation étrangère introduit dans l'architecture dolménique, qu'il est appelé à faire disparaître et à remplacer.

La perte des ossements humains rencontrés dans les grottes du Castellet ne nous permet pas d'étudier les caractères ostéologiques du peuple auquel appartenaient les individus dont les corps furent ensevelis dans ces sépultures. Nous n'avons plus, par conséquent, qu'à nous demander, avant de terminer cette étude, si l'histoire ne peut nous fournir aucun renseignement propre à nous faire connaître ce peuple.

Il ressort d'une remarquable étude de M. Lagneau sur les *Celtes*[1], qu'antérieurement à la conquête romaine, trois races principales coexistaient dans l'ouest de l'Europe : les races ibérienne, celtique et germanique, et il se pourrait qu'elles aient toutes les trois participé à l'érection des monuments si variés du genre des dolmens. Avant que les Celtes se fussent fixés dans notre pays, les *Ibères* avaient étendu leur domination sur toute l'Espagne, ainsi que sur le littoral français de la Méditerranée et sur une partie du littoral italien ; mais ici ils portaient plus particulièrement le nom de *Ligures*[2]. Festus Avienus nous apprend que la ligne qui séparait les Ibères

---

[1] *Dictionnaire encyclopédique des sciences médicales*, verbo CELTES, tom. XIII, pag. 700-782. Paris, 1873.

[2] Scylax; *Périple*.— Hérodote I, 7, § 165 et 166.— Stéph. Byzan. au mot LIGURES Λιγυρες.

; Ligures aboutissait à la montagne de Cette[1]. Différents peuples, d'origine ;ure, habitaient donc la Provence; ils formaient deux ligues principales : *Salyes* et les *Commoni* ou *Ségobrygiens*. A cette dernière ligue appar-ıaient les *Désuviates*, dans le pays desquels se trouvaient les montagnes Cordes et du Castellet.

Nous savons que dans les guerres que Rome soutint, pendant les deux rniers siècles avant l'ère chrétienne, avec les peuplades de la Ligûrie ɔvençale, celles-ci avaient une civilisation avancée, connaissaient le fer avaient même des navires. En 400 avant J.-C., ces peuples, réunis sous commandement de l'un de leurs chefs appelé *Catumandus*, vinrent mettre siége devant Marseille. Justin nous rapporte que, troublé dans son som-ɔil par l'apparition d'une déesse, ce chef fit la paix avec les Marseillais, étant entré le lendemain dans la ville pour adorer les dieux qui la pro-;eaient, il crut reconnaître dans la statue de Minerve les traits de la esse qui lui était apparue. Pour se la rendre propice, il lui fit don d'un *llier d'or* et se lia pour toujours d'amitié avec les Marseillais. C'est peu ınnées auparavant que l'on avait vu pour la première fois les Gaulois paraître dans ces régions. *Comanus*, chef de la ligue des Ségobrygiens, rayé des progrès de la colonie naissante de Marseille, avait tenté de la truire. C'était l'époque de la migration des Gaulois en Italie, sous la con-ite de *Bellovèse* et de *Sigovèse*, rois des *Bituriges*, fixée, dans l'art de rifier les dates, à l'an 587 avant J.-C. Bellovèse accourut à la défense des ırseillais et les aida à fortifier les lieux où ils s'étaient établis. Puis il ntinua sa route vers l'Italie, mais il paraît que quelques-uns des siens se :èrent en Provence [2].

*Marseille* avait été fondée quelques années auparavant, vers l'an 600, us le règne de *Nanus*, roi des Ségobrygiens[3], qui autorisa les Phocéens à

---

Eustache; *Remarques sur Denys le Périégète*;— Aristote; *De mirabilibus*.— Dion Cassius; ;4, etc.— Strabon donne, d'après Gosselin, le nom de *mer Ligustique* à tout l'espace com-is entre l'Arno et le détroit de Gibraltar.

[1] *Ora maritima*, vers 605 à 611 et encore au vers 623. Voir mon premier Mémoire sur *lomme dans la vallée inférieure du Gardon*, pag. 30, note 1.

[2] Tite Live, liv. xv, c. 34.

[3] Père de *Comanus*.

fonder une ville dans son territoire et donna sa fille en mariage à leur chef [1]. L'auteur de la *Statistique* croit, non sans quelque raison, pouvoir conclure de ce dernier fait que les Phocéens s'allièrent avec les femmes du pays, donnant ainsi naissance à une race mixte. Il est probable que c'est surtout au contact de ces riches et puissants colons que se développa rapidement la civilisation des Ligures provençaux, mais il ne faudrait pas en conclure que celle-ci ne datât que de cette époque.

Depuis longtemps déjà les Phéniciens et les Carthaginois fréquentaient les côtes de la Provence, et dès l'an 900 avant J.-C. les Rhodiens y avaient établi des comptoirs. Les Étrusques eux-mêmes venaient s'approvisionner de sel dans le pays des Salyes. Les dates précises nous manquent ici, mais il faut ranger évidemment tout cela dans une période antérieure à la fondation de Marseille; et si, comme nous avons tout lieu de le croire, il faut rapprocher nos sépultures des terramares de l'Italie, qui sont antérieures à la civilisation étrusque, et des premières palafittes de l'âge du bronze, nous serons conduits à les reculer jusque vers le XII[e] siècle avant notre ère et peut-être même plus loin. M. Mariette a trouvé, en effet, à Carnac, une inscription qui nous apprend que *Ménephta*, roi de la dix-neuvième dynastie égyptienne, qui régnait au XV[e] siècle avant l'ère chrétienne, fut attaqué par une expédition des *peuples de la mer,* au nombre desquels sont cités les *Sicules* et les *Turchas*, nom qui répond à celui des Etrusques [2]. On sait toutefois que le grand développement de la civilisation étrusque n'a guère commencé que vers le XII[e] siècle. C'est donc antérieurement à cette époque, mais sans préciser davantage, que je crois devoir placer les hommes qui ont construit les *Allées couvertes de la Provence*, et c'est à la race Ligure qu'ils me parraissent devoir être rapportés.

---

[1] Aristote et Justin nous ont laissé le récit de la fondation de Marseille. Ces deux récits ne diffèrent qu'à l'égard des noms des personnages.

[2] Comte Conestabile; *Congrès préhistorique de Bologne*, séance du 4 octobre 1872.

# EXPLICATION DES PLANCHES

## PLANCHE X.

Carte de la portion de la Commune de Fontvielle dans laquelle se trouvent les grottes artificielles, ou *Allées couvertes*, qui font le sujet de ce Mémoire, à l'échelle de $1^m$ pour $15000^m$.

1. — Grotte des Fées.
2. — Grotte Bounias.
3. — Grotte de la Source.
4. — Quatrième grotte non explorée.

A. — Foyer-sépulture (?) de la montagne de Cordes.
B. — Monument mégalithique (?) de Saint-Coutignardes.
C C'C''. — Rempart de la montagne de Cordes.

## PLANCHE XI.

**Grotte des Fées.**

Figures 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. — Plan, coupe en long et coupes en travers de la grotte des Fées, à l'échelle de $0^m,00375$ pour $1^m$.

**Grotte de la Source.**

Figures 8, 9, 10, 11. — Plan, coupe en long et coupes en travers de la grotte de la Source, à l'échelle de $0^m,00375$ pour $1^m$.

Figure A. — Détail, à l'échelle de $0^m,015$ pour $1^m$, montrant la sixième dalle du toit calée sur la paroi de la grotte avec de petites pierres. La même figure montre encore l'ouverture laissée, par l'angle manquant de la septième dalle, entre celle-ci et la sixième, bouchée au moyen de pierres plates posées sur ces dalles (*fig.* 8, *c*).

Figure B. — Cette figure représente la face supérieure de la quatrième dalle avec les signes qui y sont gravés en creux.

**Grotte Bounias.**

Figures 12 et 13. — Coupes à l'échelle de $0^m,0075$ pour $1^m$, montrant les murs de droite (*fig.* 12) et de gauche (*fig.* 13) du vestibule, et la façon dont a été fermée l'entrée de la grotte.

## PLANCHE XII.

### Grotte Bounias.

Figure 1. — Plan du tumulus et de la Grotte.

*ee'*. Rigole creusée dans le rocher suivant un arc de la circonférence totale du tumulus.

*mm'm''*. Base circulaire du tumulus, parfaitement reconnaissable et marquée encore, de distance en distance, par des pierres plantées. Cet arc et celui de la rigole appartiennent à une même circonférence, dont le centre est situé sur l'axe de la grotte, un peu en arrière de l'entrée.

*nn'*, *gg'*, *hh'h''*. Pierres dressées en alignement et vestiges de murailles.

*d*. Dalle qui fermait primitivement l'entrée et que l'on a trouvée couchée derrière celle-ci sur le sol de la grotte.

*f*. Vide laissé sur le côté gauche, entre la quatrième et la troisième dalle du couvert, par le défaut d'un angle de celle-ci.

Figure 2. — Coupe en long du tumulus et de la grotte.

*k*. Petit réduit réservé dans la paroi de gauche.

Voir, pour les détails de l'entrée et du vestibule, Pl. XI, *fig*. 12 et 13.

Figures 3, 4, 5. — Coupes en travers.

Toutes les figures ci-dessus sont à l'échelle de $0^m,00375$ pour $1^m$.

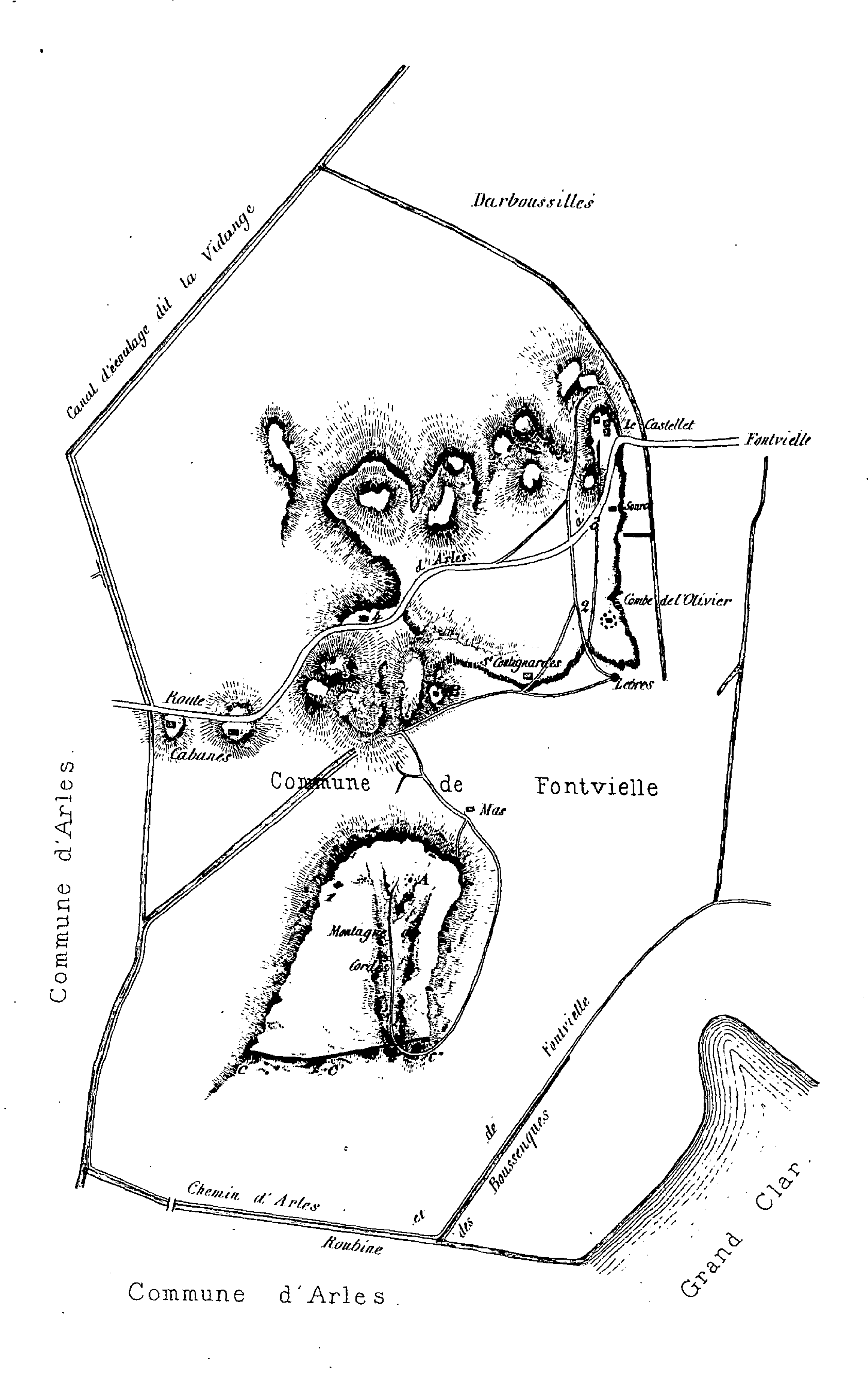
Figure 6. — Détail, à l'échelle de $0^m,0015$ pour $1^m$, montrant la troisième dalle du toit calée sur la paroi de la grotte avec de petites pierres.

## PLANCHE XIII.

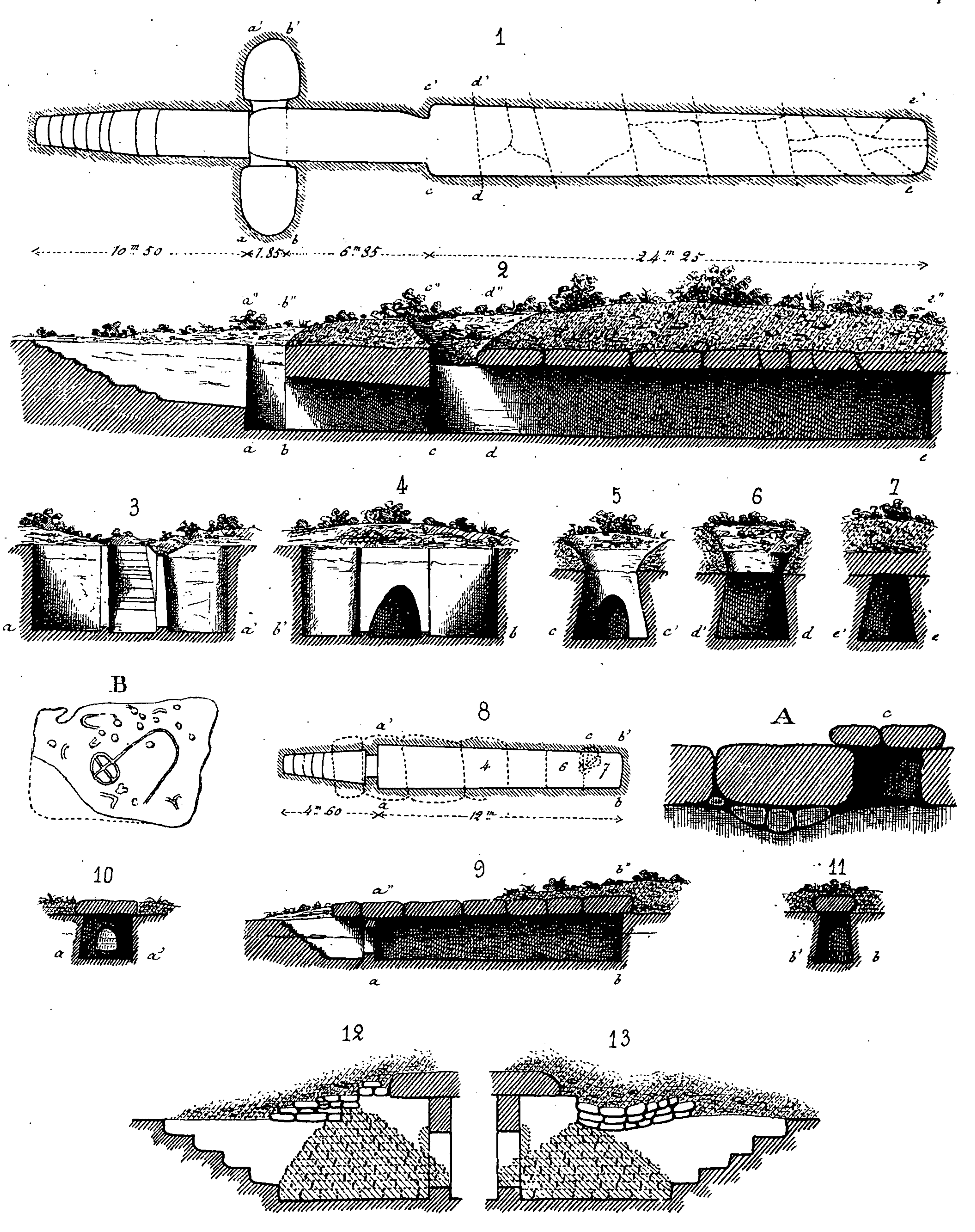
### Objets trouvés dans la grotte Bounias.

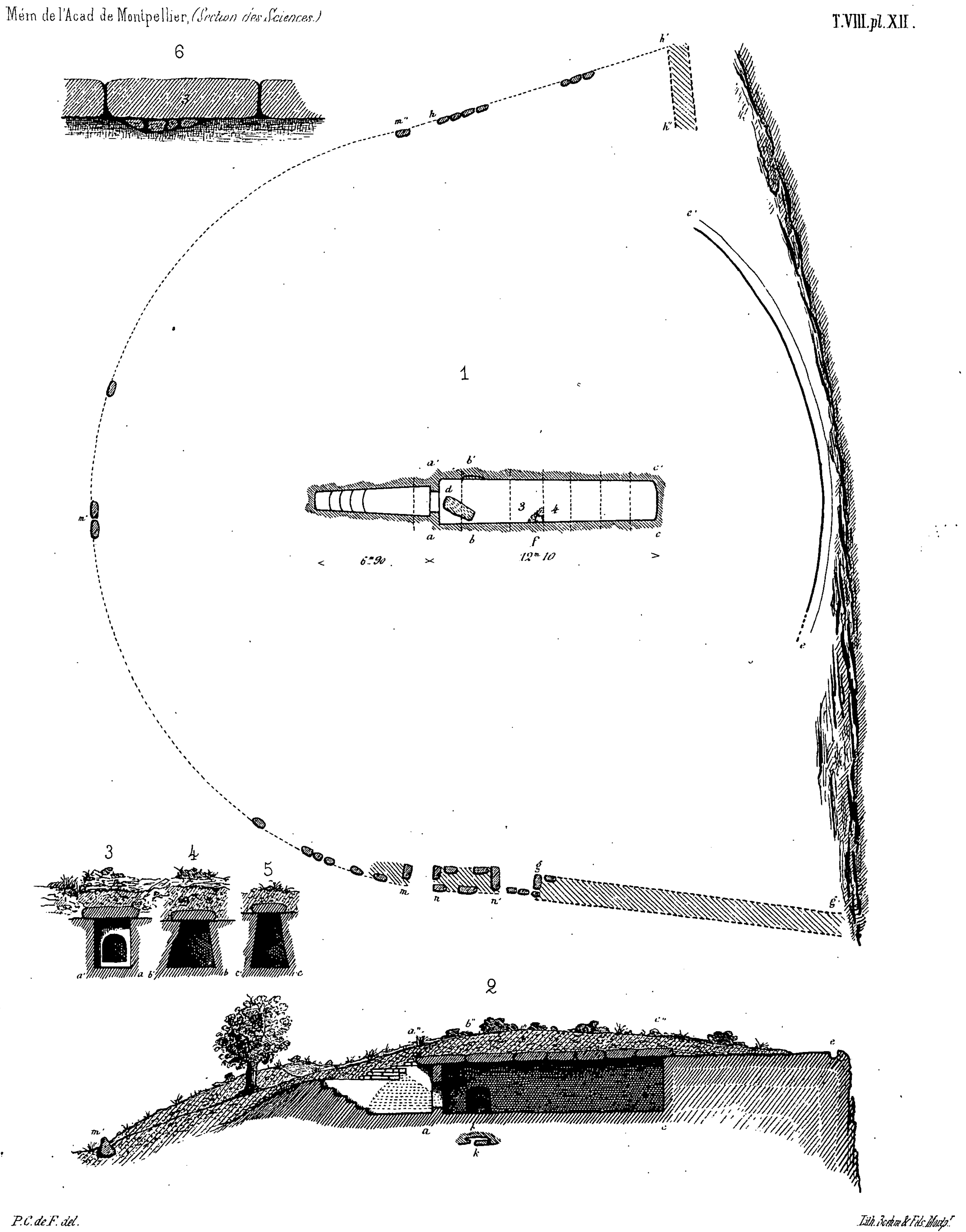
Toutes les figures de cette Planche sont de grandeur naturelle.

Figure 1. — Lame de poignard de bronze.
Figure 2. — Pointe de flèche de silex.
Figure 3. — *Id.*
Figure 4. — Pointe de javelot de silex.
Figure 5. — Coupe.
Figure 4. — Ornementation en croix du fond de la coupe.
Figure 6. — Casse-tête de quartzite.



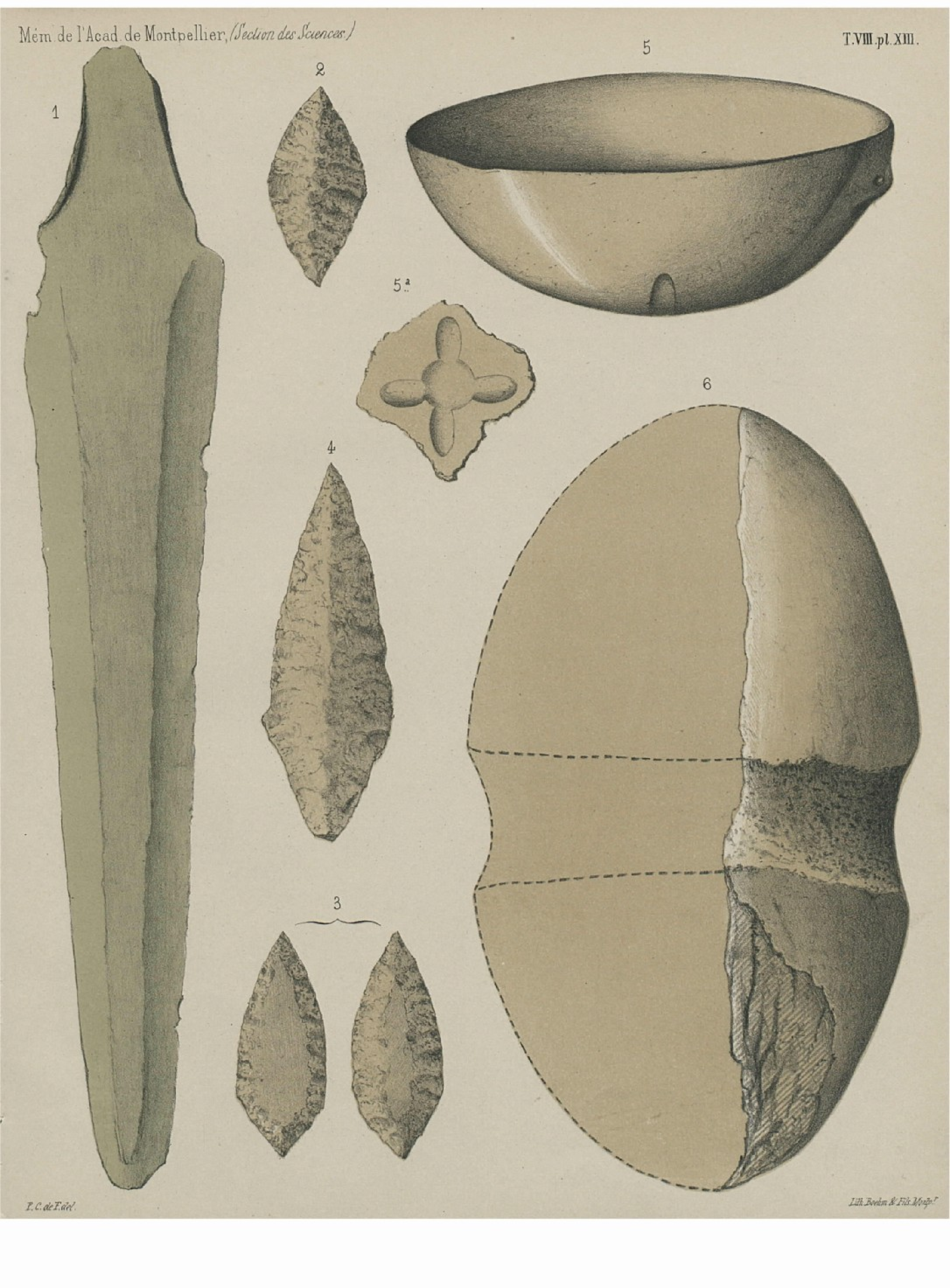

Lith. Boehm & Fils. Montp.r


1
a' b'
c' d'
e'
a b
c d
e
10m 50
1.85
6m 35
24m 25
2
a" b"
c" d"
e"
a b c d e
3
a a'
4
b' b
5
c c'
6
d' d
7
e' e
B
8
a' c b'
4 6 7
a b
4m 60
12m
A
c
10
a a'
9
a" b"
a b
11
b' b
12
13

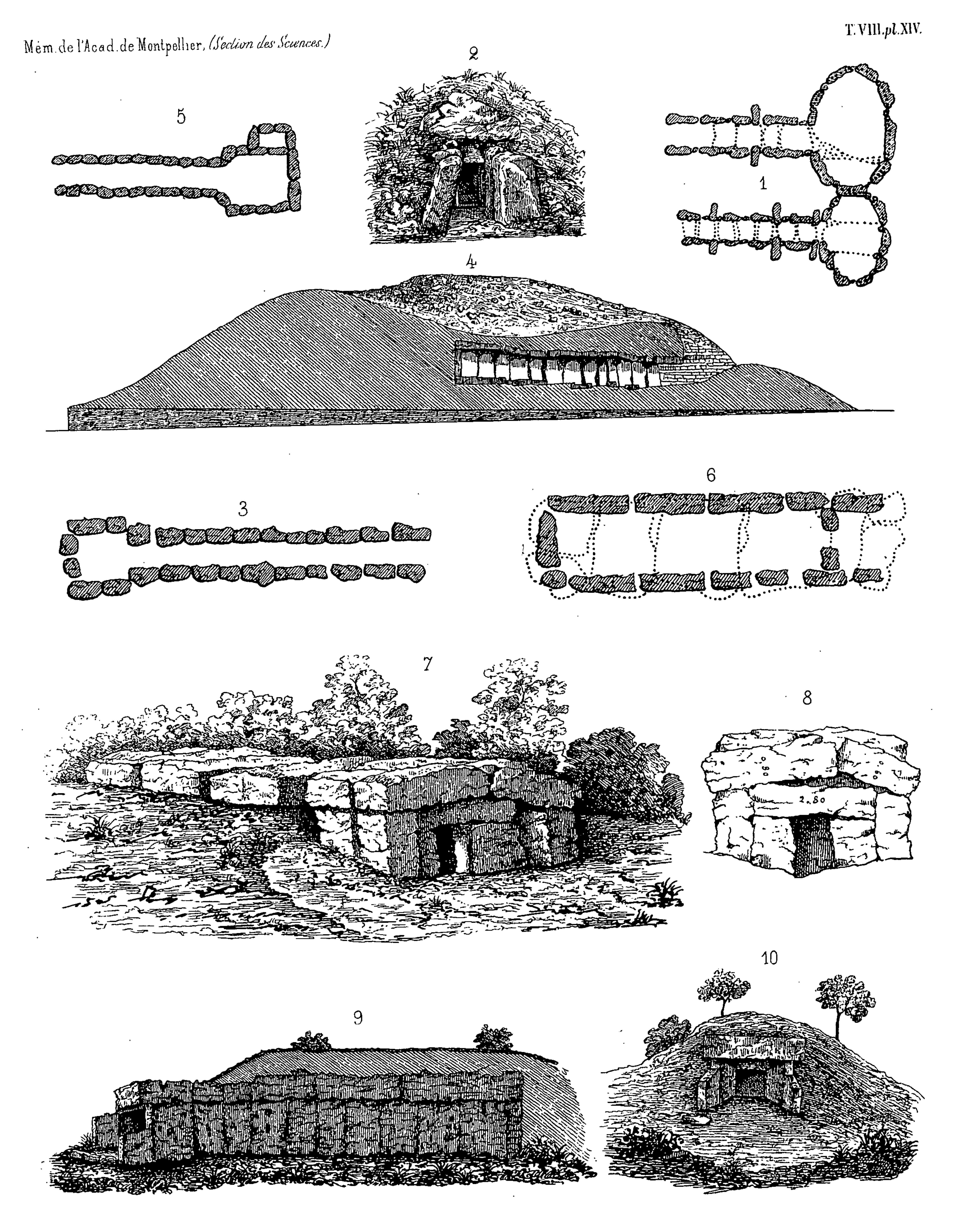



P. C. de F. del.

Lith. Boehm & Fils. Montp.



Mém. de l'Acad. de Montpellier, (Section des Sciences.)
T. VIII. pl. XIII.
1
2
5
5.a
6
4
3
P. C. de F. del.
Lith. Boehm & Fils, Montp.r




Lith. Boehm & Fils, Montp^r.

## PLANCHE XIV.

Figure 1. — Plan des deux chambres accolées du tumulus de Smidstrup (Danemark), d'après Madsen.

Figure 2. — Vue de l'entrée de l'allée et de la chambre du tumulus d'Uby (Danemark), d'après Madsen.

Figure 3. — Plan de l'allée couverte de Gavr'inis en Baden (Morbihan), d'après Cayot Delandre.

Figure 4. — Coupe du tumulus et de l'allée de Gavr'inis, à l'échelle de $0^m,003$ pour $1^m$, d'après les Planches du *Dictionnaire d'archéologie celtique* publié par la Commission de la topographie des Gaules.

Figure 5. — Plan de l'allée couverte avec chambre et compartiment de Plouharnel (Morbihan), d'après Carro.

Figure 6. — Plan du dolmen de la pierre Turquoise (Seine-et-Oise), d'après Hahn, réduit à l'échelle de $0^m,005$ pour $1^m$.

Figure 7. — Portique du dolmen de la pierre Turquoise, d'après le même, à l'échelle de $0^m,01$ pour $1^m$.

Figure 8. — Vue du dolmen de la pierre Turquoise, d'après le même.

Figures 9 et 10. — Vues du dolmen d'Antequerra (Espagne), d'après Mitjana.

SUR

# UNE FORME DE CELLULES ÉPIDERMIQUES

## Qui paraissent propres aux CYPÉRACÉES,

**Par M. J. DUVAL-JOUVE.**

Depuis très-longtemps déjà, on a décrit les diverses saillies que peut présenter la paroi externe des cellules épidermiques, tantôt soulevée en petites papilles ou en mamelons proéminents, tantôt étirée pour constituer un poil simple ou même pour supporter un poil composé ou rameux.

Depuis aussi longtemps peut-être, on a constaté les différences de grandeur et de forme qu'offrent les cellules épidermiques d'une même feuille, suivant qu'elles recouvrent du parenchyme ou qu'elles correspondent aux nervures.

J'ai moi-même signalé (*Agropyrum de l'Hérault*, p. 320, et surtout *Arêtes des Graminées*, p. 56) les profondes différences de structure qui existent entre les cellules épidermiques des Graminées, selon qu'elles sont superposées à des cellules à chlorophylle ou à des masses de tissu libériforme.

Mais jusqu'à présent, à ma connaissance du moins, on n'a signalé sur la paroi interne ni saillie, ni différence de structure.

Il est vrai que les diverses modifications du tissu cellulaire sont si variées et si nombreuses, qu'une forme de plus ne semble guère mériter attention; mais si cette forme occupe constamment une place déterminée, et qu'elle soit commune et propre à un groupe de plantes, comme les fibres à ponctuations

aréolées le sont aux Conifères, elle acquiert alors assez d'importance pour avoir droit à une mention.

En 1871, je comparais les stomates des Joncées et des Cypéracées (voir *Bull. Soc. bot.*, XVIII, pp. 231 et suiv.), lorsque mon attention fut attirée par la forme singulière de quelques-unes des cellules épidermiques du *Galilea mucronata* L. (sub : Schœnus).

Les chaumes de cette Cypéracée ne présentent aucun de ces grands canaux aérifères que l'on voit dans la plupart des autres Cypéracées françaises ; ils sont au centre remplis de grandes cellules incolores à parois ponctuées et très-minces. Vers le tiers extérieur du rayon, les faisceaux fibro-vasculaires sont disposés en trois ou quatre cercles parallèles à la périphérie, et chacun d'eux est enveloppé d'un cylindre de parenchyme vert. Entre chacun de ceux des cercles moyens et l'épiderme, s'étend une bande longitudinale de tissu libériforme, laquelle est immédiatement recouverte par quatre ou cinq cellules épidermiques. Or, parmi ces dernières, celles qui correspondent au milieu de la bande, au nombre de une ou de deux, sont un peu en retrait sur les autres, et de leur paroi interne s'élève vers l'extérieur un cône très-élégant qui quelquefois s'avance presque jusqu'à toucher la paroi externe. Par des coupes longitudinales tangentielles et radiales, on constate que ces cellules à fond conique constituent une ou deux lignes courant sur toute la longueur de chaque bande de prosenchyme ; que chaque cellule de ces lignes a son cône et quelquefois même deux ; qu'à la base ce cône n'est pas circulaire, mais un peu ovale, le plus grand diamètre suivant la longueur de la tige; et qu'autour de la base, la paroi interne, au lieu de rester mince comme celle des autres cellules, s'épaissit fortement et forme un bourrelet au-dessus duquel s'élève le cône. Ce renflement est plein comme le cône lui-même.

En présence des réactifs, ce renflement et le cône se comportent comme les parois des autres cellules épidermiques. Par ébullition dans la potasse caustique, ils se gonflent extrêmement, ainsi que les autres parois, et presque jusqu'à remplir toute la cavité de la cellule. A la lumière polarisée, il ne se produit aucun effet, ce qui semble indiquer que le cône et le bourrelet ne sont point composés de couches successives. La croix noire paraît au contraire

très-vive sur les fibres libériformes auxquelles sont contiguës les cellules à fond conique.

Les cellules à fond conique sont plus régulières que celles du reste de l'épiderme recouvrant le tissu parenchymateux. J'ai vainement cherché à suivre le développement de ces cônes. Les cellules épidermiques très-jeunes et encore en voie de développement contiennent de très-grands nucléus ; à ce moment on ne trouve aucune trace de saillies coniques, mais on les voit aussitôt que les nucléus ont disparu.

On voit les mêmes cellules à saillie conique, occupant la même place, à l'épiderme de la face inférieure des feuilles, dont l'histotaxie est absolument identique à celle des chaumes.

Enfin, sur les rhizomes de la même plante, on voit, sous l'épiderme, des bandes de tissu prosenchymateux, et les cellules épidermiques recouvrant ce tissu sont un peu moins élevées que les autres, et quelques-unes portent aussi sur leur paroi interne une saillie conique semblable, quoiqu'un peu plus petite, à celle des chaumes et des feuilles. Notons en passant que l'histotaxie de ce rhizome est fort remarquable ; mais ce n'est pas ici le lieu de la décrire. Nous y reviendrons en terminant.

L'*Acorus Calamus*, un grand nombre d'Iridées (*Iris fœtidissima* L., etc.) de Typhacées, de Joncées, de Graminées et de Palmiers, présentent aussi des cellules épidermiques recouvrant immédiatement des bandes de tissu prosenchymateux; mais, malgré des recherches souvent répétées, je n'ai pu y découvrir la moindre trace de ces saillies coniques, tandis qu'une seule coupe transversale m'a suffi pour en constater la présence sur TOUTES les Cypéracées que j'ai pu étudier vivantes :

Cladium Mariscus L. (sub : Schœnus);
Rhynchospora alba L. (sub : Schœnus);
Fuirena pubescens Poir. (sub : Carex);
Eriophorum latifolium Hoppe ;
— angustifolium Roth ;
Scirpus sylvaticus L.;
— Michelianus L.;
— maritimus L.;
— Holoschœnus L.;
Scirpus lacustris L.;
— littoralis Schrad.;
— triqueter L.;
— mucronatus L.;
— supinus L.;
— Savii Ten.;
— palustris L.;
Schœnus nigricans L.;
Galilea mucronata L. (sub : Schœnus);

Cyperus conglomerat. v[as] effusus Coss.;
— longus L.;
— serotinus Rottb.;
— fuscus L.;
— globosus All.;
— Papyrus L.;
— textilis Thunb.;
— alternifolius L.;
Carex divisa Huds.;
— vulpina L.;
— muricata L.;
— divulsa Good.;
— paniculata L.;
— paradoxa Willd.;
— echinata Murr.;
— remota L.;
— Linkii Schkr.;
— stricta Good.;
— glauca Scop.;
— maxima Scop.;
Carex strigosa Huds.;
— Buxbaumii Walhb.;
— hispida Willd.;
— tomentosa L.;
— pilulifera L.;
— humilis Leyss.;
— œdipostyla J. Duv.-J.;
— Halleriana Asso;
— sempervirens Vill.;
— hordeistichos Vill.;
— distans L.;
— extensa Good.;
— lævigata Sm.;
— riparia Curt.[1];
— paludosa Good.;
— hirta L.;
Kyllingia monocephala L.;
Hypolytrum trinervium Kunth;
Diplasia Karatœfolia Rich.

Si des cellules à fond conique se montrent sur toutes ces espèces et invariablement *dans la même position*, c'est-à-dire au milieu des lignes des cellules épidermiques qui *sont en contact immédiat avec les bandes de fibres libériformes*, il s'en faut de beaucoup que les cônes soient partout de même grosseur. Sur certaines espèces (*Scirpus palustris, triqueter* L., etc.) ils sont forts petits, et sur le *Scirpus mucronatus,* les cellules qui en contiennent sont très-longues et en ont jusqu'à quatre espacés sur la longueur; sur d'autres espèces (*Cyperus conglomeratus!!*, *Galilea mucronata !*, *Carex hordeistichos!*, *Scirpus littoralis*, *Carex hirta*, etc.) ils sont relativement très-gros. Sur le *Carex œdipostyla*, le bourrelet qui entoure la base de chaque cône, au lieu d'être uni, est bordé vers l'extérieur d'un cercle assez régulier de petits mamelons. Sur le *Carex tomentosa*, ces cellules propres paraissent d'autant plus en retrait que toutes les autres cellules de l'épiderme des feuilles sont soulevées en grosses papilles creuses.

[1] Cette espèce a des cellules à fond conique jusque sur ses utricules, dont les autres cellules épidermiques ont leurs cloisons transversales ponctuées.

Nous avons constaté que les cellules à fond conique ne se montrent que sur les lignes de l'épiderme qui recouvrent *immédiatement* du tissu libériforme. Ainsi, sur les *Carex hordeistichos* et *hirta*, ce tissu se montrant sous l'épiderme de chaque face de la feuille, on trouve à chaque face des cellules de cette sorte. Mais sur les feuilles et les bractées du *Scirpus Michelianus*, où l'épiderme ne repose point sur le tissu prosenchymateux, on ne trouve point de cellules à saillie conique, tandis qu'elles existent très-belles sur les chaumes de la même espèce, là où ces deux tissus sont en contact. Ainsi encore, sur les trois dernières espèces de la liste ci-dessus, des cellules à chlorophylle et une couche de parenchyme incolore étant sous-jacentes à l'épiderme, et celui-ci n'étant en contact avec le prosenchyme que dans le voisinage de la nervure médiane des feuilles (*Diplasia, Hypolytrum*), c'est là seulement qu'on en trouve quelques-unes, très-rares, avec des cônes peu développés, évasés et peu saillants. Les feuilles du *Kyllingia* et les chaumes de l'*Hypolytrum*, n'ayant aucune bande de prosenchyme sous-jacente et contiguë à l'épiderme, sont absolument dépourvues de cellules à fond conique.

Les espèces citées ci-dessus, les seules que j'aie pu étudier vivantes, sont sans aucun doute trop peu nombreuses pour me permettre d'affirmer que ces cellules se rencontrent sur toutes les Cypéracées, et qu'elles ne se rencontrent que dans ce groupe; mais c'est assez pour permettre de signaler à de plus compétents cette singulière organisation.

J'ai dit plus haut que l'histotaxie des feuilles du *Galilea mucronata* est identique à celle des chaumes ; elle la reproduit en effet si exactement qu'elle semble une moitié de chaume fendu en deux, et dont l'extérieur constituerait la face inférieure. La face supérieure des mêmes feuilles est constituée par des cellules épidermiques *bulliformes*[1], et la moitié de leur épaisseur par des assises de tissu lâche, sans chlorophylle et sans fibres. L'épiderme de cette face ne montre donc aucune cellule à fond conique. Les feuilles des *Cyperus serotinus*, *fuscus*, etc., des *Scirpus lacustris*, *littoralis*, *Holoschœnus*, etc., des *Carex extensa* et autres, n'ont aussi à

---

[1] Sur ce terme, voir: *Agropyrum de l'Hérault*, p. 320; et pl. XVI, fig. 10-14 *a*.

la face supérieure que des cellules bulliformes et point de stomates[1]. Ce sont les espèces dont les feuilles ont les faisceaux fibro-vasculaires petits et situés seulement vers la face inférieure. Les espèces qui, comme le *Cladium Mariscus*, les *Carex hordeistichos* et *hirta*, etc., ont les gros faisceaux fibro-vasculaires du milieu de l'épaisseur de la feuille reliés à chaque face par du tissu libériforme, portent, je le répète, à l'épiderme de chaque face des cellules à fond conique superposées au tissu libériforme et des stomates au-dessus du parenchyme vert. Les grandes feuilles florales (involucre de Linné et de quelques auteurs) du *Galilea mucronata*, des *Scirpus littoralis*, *Holoschœnus*, etc., ont leur face supérieure plane ou sillonnée, avec un épiderme bulliforme et dépourvu de stomates.

Les stomates manquent en effet régulièrement sur tout épiderme bulliforme; toutefois j'en ai trouvé, mais très-rarement, quelques-uns épars à la face supérieure des feuilles du *Galilea mucronata*. Ils y sont mal développés, et j'en ai même vu dont le développement s'était arrêté à deux cellules; ce qui est une preuve de plus que l'appareil stomatique est normalement constitué par quatre cellules, dans cette famille, comme dans les Joncées et les Graminées. A ce que j'ai dit ailleurs (*Arêtes des Graminées*, p. 53, pl. I, fig. 23 à 26 ; et *Bull. Soc. bot.*, tom. XVIII, pp. 235 et 236, pl. II, *fig.* 7 à 13), j'ajouterai que, indépendamment des coupes transversales, il est un moyen très-simple de constater que ces quatre cellules appartiennent au stomate. Si on enlève d'une feuille de Liliacée, d'Iridée ou de Narcissée, une lame d'épiderme, on voit que les cellules épidermiques y sont en lignes exactement parallèles. Chaque ligne, au point où se trouve un stomate, n'est interrompue que par *deux* cellules stomatiques, ce qui montre que la cellule primitive, développée en stomate, ne s'est dédoublée qu'une fois. Mais sur une semblable lame de Joncée, de Cypéracée ou de Graminée, on voit que la ligne de cellules où se trouve le stomate est interrompue par *quatre* cellules; ce qui fait voir qu'il y a eu pour le développement complet du stomate deux dédoublements successifs. Et même on peut remarquer que les cellules des deux lignes contiguës à celle qui porte le stomate ont été, pendant leur déve-

---

[1] Comparer à cette organisation celle des feuilles du *Juncus compressus* (*Bull. Soc. bot. de France*, XVIII, p. 234 et pl. II, fig. 5).

loppement, refoulées par celui des cellules stomatiques externes. Si ces deux cellules externes, au lieu d'appartenir au stomate, n'étaient que deux cellules réduites des lignes cellulaires contiguës, elles seraient la continuation de ces lignes ; tandis qu'au contraire elles sont surnuméraires, s'intercalent entre les deux cellules ostiolaires et ces lignes, qu'elles refoulent de chaque côté du stomate. Et encore on ne peut les considérer comme un dédoublement d'une des cellules des lignes contiguës au stomate, puisqu'elles ne correspondent à aucune de ces cellules et sont en alternance avec elles, tandis qu'elles répondent exactement aux cellules ostiolaires et proviennent d'une même multiplication. En traitant l'épiderme par la potasse caustique, les quatre cellules du stomate se séparent des autres, en restant unies entre elles.

Nous croyons devoir, en terminant, dire quelques mots de l'histotaxie du rhizome du *Galilea mucronata*, en faisant d'abord remarquer que c'est à tort que l'on a attribué à cette plante, comme caractère distinctif, une « souche *non tuberculeuse* » (*Fl. de Fr.*, III, p. 361). Au point du rhizome où s'élève un chaume, il existe un renflement tuberculeux tout à fait semblable à ceux du *Scirpus maritimus*, et portant, comme ces derniers, la trace de feuilles-écailles tristiques.

Si l'on fait abstraction de l'épiderme, les chaumes de cette plante consistent en un cylindre de tissu incolore, au centre duquel ne se montre aucun faisceau fibro-vasculaire. C'est seulement en se rapprochant de la périphérie, et vers le tiers extérieur du rayon, qu'on rencontre deux ou trois cercles assez réguliers de ces faisceaux, dont les plus gros sont les plus internes. Chaque faisceau est entouré d'un cylindre de cellules à chlorophylle ; entre chacun de ceux du second rang et l'épiderme s'étend une lame de tissu libériforme, très-peu large, mais pénétrant assez profondément dans le sens radial. Tous ces faisceaux sont symétriques, c'est-à-dire qu'ils présentent de chaque côté d'une masse fibreuse deux gros vaisseaux disposés parallèlement à la circonférence, et vers le centre un grand canal annulifère.

Les rhizomes ont, au contraire, deux zones très-distinctes : l'une est un cylindre central dont le tissu cellulaire est tout parsemé de nombreux faisceaux fibro-vasculaires ; l'autre, qui enveloppe la première, est composée

de tissu cellulaire absolument dénué de vaisseaux ; quelques groupes de cellules longues et étroites y sont épars sans ordre, et sous l'épiderme sont étendues quelques lames peu prodondes de tissu libériforme sous lesquelles, je le répète, reposent des cellules épidermiques à fond conique. Les deux zones sont séparées pas un cercle de fibres ou cellules longues à parois épaisses et colorées en brun très-foncé.

Ainsi, dans les chaumes, un seul cylindre de tissus où les faisceaux fibro-vasculaires sont placés vers l'extérieur ; dans les rhizomes, deux zones dont l'extérieure est dépourvue de faisceaux fibro-vasculaires, lesquels sont groupés dans la zone centrale. Mais ces derniers ne sont point symétriques comme ceux des chaumes ; ils sont cylindriques et entourés chacun d'un cylindre partiel de cellules semblables aux cellules longues et colorées qui séparent les deux zones ; au-dedans de ce cylindre et contre lui s'en appuie un autre de gros vaisseaux rayés de grandeur variable; le centre est occupé par de longues fibres.

J'ai dejà appelé l'attention sur les profondes différences de structure anatomique qui existent entre les tiges aériennes (y compris les stolons), d'une part, et les rhizomes, d'autre part (*Agropyrum de l'Hérault*, p. 331, et *Juncus à feuilles cloisonnées*, p. 135) ; mais ces différences, qui ne sont peut-être nulle part aussi prononcées que sur le *Galilea*, me paraissent importantes à rappeler, parce qu'elles permettent de distinguer sans hésitation les rhizomes des stolons, trop souvent faciles à confondre si l'on n'en regarde que les caractères extérieurs.

Montpellier, le 31 juillet 1872.

# ESSAI

SUR

# LA CONSTITUTION ET L'ORIGINE

DU

# SYSTÈME SOLAIRE,

**Par M. Édouard ROCHE.**

Mes études sur la figure des corps célestes et sur la disposition des couches de niveau dans les atmosphères qui les entourent, m'ont conduit à quelques résultats applicables au Soleil, à son atmosphère, et à la condensation progressive par suite de laquelle se sont formées, comme on sait, les diverses planètes. Je me propose de réunir ici les conséquences de mes travaux antérieurs qui se rapportent à ces questions, et de montrer en quoi elles confirment, précisent ou modifient la théorie cosmogonique de Laplace. Divers problèmes intéressant le système solaire seront abordés dans ce Mémoire ; mais, vu la difficulté du sujet, le lecteur ne s'étonnera pas de ne trouver, sur bien des points, que de simples aperçus.

## I.

### DE LA CONDENSATION DE LA NÉBULEUSE SOLAIRE.

1. Concevons, avec Laplace, l'atmosphère du Soleil primitivement étendue, en vertu d'une excessive chaleur, jusqu'au delà des limites du monde planétaire, et se contractant peu à peu par l'effet de son refroidissement. Elle forme une sorte de nébuleuse tournant autour d'un axe de rotation, et

tend à se condenser, c'est-à-dire que ses diverses parties se rapprochent progressivement du centre. En vertu d'un principe de mécanique, la somme des aires décrites autour du centre de gravité du système par le rayon vecteur de chacune de ses molécules et projetées sur le plan de l'équateur solaire, reste toujours la même. Le mouvement de rotation de la nébuleuse doit donc s'accélérer d'une manière continue, à mesure que ses dimensions et son moment d'inertie par rapport à l'axe vont en diminuant.

2. L'atmosphère d'un corps qui tourne autour d'un axe ne peut pas s'étendre, dans le plan de son équateur, au-delà d'une certaine limite qui dépend de la vitesse de rotation. Tout point appartenant à l'atmosphère et participant à son mouvement est soumis à la fois à la force centrifuge due à la rotation et à l'attraction qu'exerce sur lui la masse tout entière. La *limite équatoriale* de l'atmosphère est la distance L où la force centrifuge égale la pesanteur. Si, par exemple, cette pesanteur varie en raison inverse du carré de la distance au centre de la nébuleuse, on a $\omega^2 L = \frac{M}{L^2}$, en appelant $\omega$ la vitesse angulaire de rotation et M la masse du système.

C'est ainsi que l'atmosphère solaire ne saurait actuellement dépasser l'orbite d'une planète fictive dont la révolution s'exécuterait en 25 jours et demi, durée de la rotation du Soleil ; cela correspond à la distance 0,17, le rayon moyen de l'orbe terrestre étant pris pour unité, ou à 37 rayons solaires.

Si, par une cause quelconque, l'atmosphère vient à dépasser la limite L déterminée comme on vient de le dire, les molécules situées au-delà cesseront d'appartenir à la nébuleuse ; elles continueront à se mouvoir indépendamment de l'atmosphère, obéissant à la fois à la vitesse qu'elles possèdent et à leur gravité. Nous allons voir que cette circonstance a pu se réaliser dans la nébuleuse solaire, sous l'influence de son refroidissement progressif.

3. La condensation ayant pour effet, comme on l'a dit, de diminuer le moment d'inertie $\Sigma r^2 dm$, et d'accroître la vitesse angulaire $\omega = \frac{K}{\Sigma r^2 dm}$, la limite équatoriale L diminue elle-même peu à peu. Supposons que, à une certaine époque, l'atmosphère s'étende jusqu'à cette limite : elle aura pris

une certaine figure de révolution autour de l'axe. A mesure qu'elle se contracte, $\omega$ augmente, et la limite L se resserre. Si L diminue plus rapidement que les dimensions effectives de l'atmosphère, la limite pénètre en quelque sorte à l'intérieur de l'atmosphère : tout ce qui se trouve au-delà de cette limite abandonne réellement le Soleil, et, s'en séparant sous la forme d'un anneau équatorial, continue à circuler autour du centre avec sa vitesse actuelle, parce que sa force centrifuge est exactement balancée par la pesanteur. On a donc :

$$\frac{4\pi^2 a}{T^2} = \frac{M}{a^2},$$

$a$ désignant le rayon de cet anneau, T la durée de sa révolution.

La matière de l'anneau continuant à se refroidir, il a dû s'y former divers centres de condensation, qui eux-mêmes ont pu se réunir autour du plus puissant d'entre eux, et s'agglomérer en une masse sphéroïdale de vapeurs, circulant autour du Soleil à peu près comme l'anneau primitif. Telle est, selon Laplace, l'origine d'une planète ; et l'on voit aisément pourquoi ces corps décrivent des orbes presque circulaires et peu inclinés les uns par rapport aux autres.

4. Les excentricités étant fort petites, le rayon que nous avons appelé $a$ diffère peu du demi grand axe de l'orbite actuelle, et l'on reconnaît ainsi que la relation précédente, qui peut s'écrire

$$\frac{4\pi^2 a^3}{T^2} = M,$$

n'est autre que la troisième loi de Képler entre les temps périodiques et les grands axes. Les éléments $a$, T étant invariables, comme on sait, sont aujourd'hui ce qu'ils étaient à l'origine ; d'où cet énoncé : Le temps de révolution d'une planète représente la durée de rotation du Soleil à l'époque où s'est formé l'anneau d'où dérive cette planète. La troisième loi de Képler peut donc s'interpréter comme établissant une relation entre la position initiale de chaque planète et la rotation correspondante du Soleil. Cet accord entre une loi fondamentale du système du monde et l'hypothèse de Laplace ne constitue pas une démonstration de cette hypothèse, mais c'est une condition à laquelle toute théorie cosmogonique doit satisfaire.

En effet, dans une nébuleuse incandescente, immense amas de substances diverses, et qui affecte à raison de sa rotation une forme très-aplatie, la condensation doit produire naturellement un partage de la masse en anneaux concentriques. Mais, pour que ces anneaux soient durables, pour qu'ils ne se détruisent pas immédiatement, il faut que leur distance au centre, loin d'être arbitraire, ait un rapport déterminé avec la rotation, rapport qui est exprimé par la formule ci-dessus.

C'est en vue de satisfaire à cette condition que Laplace attribue l'origine des planètes à des anneaux abandonnés aux limites successives que nous désignons par L. Ces anneaux ont subsisté, au moins durant un certain temps, parce que chacun des points matériels qui les formaient décrivait lui-même un cercle autour du centre. Si plus tard ils se sont condensés en planètes, ces planètes à leur tour ont dû continuer à décrire des orbites presque circulaires, ainsi qu'on le constate dans notre système. Mais nous verrons qu'il a pu se former des corps planétaires, satisfaisant à la condition qui précède, un peu autrement que ne le suppose Laplace, et en particulier au dedans de l'atmosphère ou de la nébuleuse.

5. Ce n'est que dans le plan de l'équateur que les choses se passent exactement comme il est dit au n° 3. Pour savoir quel est, en dehors de ce plan, l'effet d'un accroissement de la vitesse de rotation, je considérerai une surface que j'appelle *surface limite*, parce que l'atmosphère ne saurait la dépasser : c'est le lieu des points où, par suite de la force centrifuge, une molécule atmosphérique cesse de peser vers le centre.

Je supposerai dans ce qui va suivre, pour fixer les idées et pour plus de simplicité, que les forces qui sollicitent chaque point se réduisent à une attraction dirigée vers le centre de la nébuleuse et réciproque au carré de la distance ; cela aurait lieu rigoureusement si on pouvait ne considérer dans la nébuleuse qu'un noyau central et négliger les actions réciproques des particules atmosphériques. Moyennant ces simplifications, l'équation de la surface limite s'obtient en écrivant qu'au point $m$ (*fig.* 1), la pesanteur $\frac{M}{r^2}$ est détruite par la composante de la force centrifuge suivant le rayon vecteur $r$.

La force centrifuge correspondante au parallèle dont la colatitude est $\theta$,

étant $\frac{4\pi^2 r \sin\theta}{T^2}$, on écrira $\frac{4\pi^2 r \sin^2\theta}{T^2} = \frac{M}{r^2}$ ; d'où résulte

$$\alpha r^3 \sin^2\theta = 1,$$

$\alpha$ désignant le rapport de la force centrifuge à la gravité, sous l'équateur et à une distance du centre égale à l'unité. Telle est, dans le plan XOY, la courbe génératrice de la surface limite, qui est de révolution autour de OX, axe des pôles.

6. Concevons maintenant cette courbe construite pour deux valeurs de la constante $\alpha$ répondant à deux époques consécutives du refroidissement. A chacune des limites équatoriales OA, OA′ (*fig.* 2), correspondent des figures d'équilibre AB, A′B′ de l'atmosphère. La matière comprise entre AL et A′L′ devra se séparer immédiatement du Soleil, et cesser de faire corps avec l'atmosphère, comme il a été expliqué au nº 5. Pour que le volume restant prenne la figure du sphéroïde intérieur A′B′, une autre portion de matière devra cesser d'appartenir au Soleil, ce qu'elle fera en se déversant de B′ en A′ vers l'équateur, et c'est là qu'elle sera à son tour abandonnée.

Comment s'opère ce transport du fluide excédant des pôles à l'équateur ? Cela résulte de la forme qu'affectent les surfaces de niveau dans l'atmosphère, et particulièrement de la figure de sa *surface libre*. Ici s'applique l'étude que j'ai faite, en 1851, de la théorie des atmosphères, et que j'ai développée dans mon *Mémoire* de 1854 *sur la figure des atmosphères des corps célestes* [1].

7. Le caractère d'une atmosphère est que chacune de ses molécules pèse vers l'astre qu'elle enveloppe. Si l'on néglige l'attraction du fluide sur lui-même, la surface extérieure devra être en tous ses points perpendiculaire à la résultante des deux seules forces qui sollicitent une molécule, l'action du corps central et la force centrifuge résultant du mouvement de rotation du système. En partant de là, on obtient aisément l'équation géné-

---

[1] Académie des Sciences et Lettres de Montpellier. *Procès-verbaux de la section des Sciences*, séance du 10 février 1851. — *Mémoires de la section des Sciences*, tom. II, p. 399, année 1854. Voyez aussi le *Traité élémentaire de Mécanique céleste* de M. Résal, qui a bien voulu, dans son chap. VI, résumer mes Recherches sur les atmosphères des corps célestes.

rale de l'équilibre d'une atmosphère ainsi définie. Ce qui est vrai de cette atmosphère fictive, nous le considérerons, par extension, comme applicable approximativement à la nébuleuse solaire.

Les surfaces de niveau y sont de révolution autour de l'axe de rotation, et l'équation de la courbe génératrice est

$$\frac{2}{r} + \alpha r^2 \sin^2 \theta = \text{const.};$$

$r$ et $\theta$ désignant (*fig.* 1) les coordonnées polaires d'un point, $\alpha$ est toujours le rapport de la force centrifuge à la pesanteur solaire, pour une distance du centre égale à l'unité (*Méc. cél.*, l. III, n° 47).

Appelant R, R' le rayon polaire et le rayon équatorial d'une surface de niveau quelconque, on trouve que

$$\frac{R' - R}{R} = \frac{\alpha R'^3}{2}.$$

Les couches de niveau sont donc aplaties aux pôles, et cet aplatissement va en croissant avec la distance au centre.

L'atmosphère se termine nécessairement à la plus grande des surfaces de niveau qui enveloppe le noyau, sans sortir de la surface limite définie au n° 5. Cette dernière surface fermée est ce que je nomme la *surface libre*. L'équation de la surface limite étant

$$\alpha r^3 \sin^2 \theta = 1,$$

celle de la surface libre est

$$\frac{2}{r} + \alpha r^2 \sin^2 \theta = 3\alpha^{\frac{1}{3}};$$

et ses axes principaux sont

$$R' = \alpha^{-\frac{1}{3}}, \qquad R = \frac{2}{3} R'.$$

La valeur actuelle de $\alpha = \frac{1}{R'^3}$ est 203, parce que la limite atmosphérique équatoriale est $R' = 0{,}17$, en prenant pour unité la moyenne distance de la Terre au Soleil.

8. Voici maintenant une propriété géométrique que j'ai reconnue à la sur-

face libre, et qui est un point capital de cette théorie [1]. La courbe génératrice (*fig.* 3) possède à l'équateur un point double A, où les deux tangentes font entre elles un angle de 120°. En tournant autour de OX, cette courbe engendre une surface qui offre elle-même une arête saillante tout le long de l'équateur : c'est la ligne de jonction de la partie fermée de la surface libre avec ses deux nappes illimitées.

Au-delà de cette surface, la surface de niveau qui vient immédiatement n'enveloppe pas de toute part les précédentes : elle s'ouvre à l'équateur, tangentiellement à ce plan, puis se développe en deux nappes infinies.

Ceci établi, lorsque, par l'effet du refroidissement de la nébuleuse, la vitesse de rotation s'accroît, le rapport $\alpha$ de la force centrifuge à la pesanteur augmente, la limite $OA = R'$ diminue, et la surface libre de l'atmosphère se contracte, pour ainsi dire, en restant semblable à elle-même. Par suite de cette contraction, la couche fluide qui se trouve en dehors descend des pôles vers l'équateur, en coulant le long des surfaces de niveau, et s'échappe par l'arête saillante que nous avons signalée, comme par une ouverture. Elle forme ainsi une sorte de zone équatoriale qui, dès ce moment, ne fait plus partie de l'atmosphère du Soleil.

C'est là précisément le fait que Laplace, dans la célèbre Note de l'*Exposition du système du monde*, a pris pour fondement de son hypothèse sur la formation des planètes et des satellites. Nous le retrouvons ici comme une conséquence de notre théorie géométrique des atmosphères. L'abandon successif des zones équatoriales résulte du refroidissement de la nébuleuse solaire combiné avec la forme particulière des couches de niveau qui dépassent la surface libre, et qui l'une après l'autre abandonnent l'atmosphère. Voyons maintenant ce que devient cette matière ayant subi un premier degré de condensation.

9. Considérons l'une des zones délaissées dans le plan de l'équateur. Si les divers points matériels dont elle est formée ont décrit primitivement un grand cercle, ils conserveront leur vitesse, telle que leur poids est exacte-

[1] Voyez les *Mémoires* déjà cités de 1851 et de 1854, n° 27. Voyez aussi mes *Recherches sur les atmosphères des Comètes*, n° 22, dans les *Annales de l'Observatoire de Paris*, tom. V, 1859.

ment équilibré par la force centrifuge. Ils continueront donc à circuler comme auparavant. L'ensemble de ces points constitue un cercle matériel se mouvant comme s'il était solide. Une série de cercles pareils successivement délaissés forme un anneau de largeur finie, circulant autour du centre commun, mais désormais indépendant du Soleil, c'est-à-dire étranger aux modifications ultérieures que le refroidissement apportera à la rotation solaire.

Ces anneaux nébuleux, agglomération de particules se mouvant sur des orbites à peu près circulaires, continuant à se condenser plus ou moins régulièrement, se sont rompus et finalement agglomérés, au moins partiellement, en masses sphéroïdales à l'état fluide. Telles furent, selon Laplace, les planètes à l'origine, tournant dans des orbes peu excentriques et tournant aussi sur elles-mêmes dans le sens de la révolution, en vertu de l'excès de vitesse des molécules supérieures relativement aux inférieures.

10. *Des Anneaux intérieurs à l'atmosphère.* — Il est essentiel de remarquer actuellement que tout le fluide abandonné par la nébuleuse ne se disposera pas en anneaux décrivant le cercle équatorial, et par conséquent extérieurs à l'atmosphère[1]. Il n'en sera ainsi que pour ce qui se trouvait déjà dans le voisinage immédiat de l'équateur. Mais la portion du fluide atmosphérique en excès, qui des pôles descend vers l'équateur, en s'écoulant sur la surface libre, possédait primitivement une vitesse de circulation plus petite et variable suivant la distance polaire de chaque molécule. Cette vitesse peut sans doute augmenter un peu dans le trajet du pôle à l'équateur, à cause du frottement sur des couches marchant plus vite, mais elle restera toujours inférieure à celle de la région équatoriale.

La matière qui afflue à l'équateur n'est donc pas tout entière dans les conditions voulues pour décrire autour du centre du Soleil des grands cercles concentriques. Chaque molécule commence, il est vrai, à se mouvoir tangentiellement à l'équateur, mais chacune a sa vitesse propre et va décrire une ellipse de foyer O (*fig.* 4), d'autant plus allongée que cette vitesse est plus faible.

[1] *Mémoire sur la figure des atmosphères*, 1854, n° 30.

Appelons $a$ le rayon initial OA, la vitesse de l'équateur $V = \omega a$, et la relation fondamentale du n° 3 donne $V = \sqrt{\frac{M}{a}}$.

Un point dont la vitesse tangentielle en A sera seulement $hV$, $h$ étant un coefficient moindre que l'unité, au lieu du cercle $a$ décrit une ellipse dont les éléments se déduisent des formules connues du mouvement elliptique.

La constante des aires est ici $k = ahV$ ; la constante des forces vives $b = h^2V^2 - \frac{2M}{a}$. Le demi grand axe a et l'excentricité $e$ étant donnés par les équations

$$\frac{1}{\mathrm{a}} = -\frac{b}{M}, \qquad 1 - e^2 = \frac{k^2}{\mathrm{a}M},$$

on en conclut que le grand axe

$$AA' = 2\mathrm{a} = \frac{2a}{2 - h^2};$$

la distance périhélie

$$OA' = 2\mathrm{a} - a = \frac{ah^2}{2 - h^2};$$

et l'excentricité $e = 1 - h^2$. Enfin la vitesse au périhélie A' est

$$V' = \frac{2 - h^2}{h} V,$$

par conséquent plus grande que V.

Quant à la vitesse estimée perpendiculairement au rayon, elle est, par l'équation des aires,

$$v = \frac{rd\varphi}{dt} = \frac{k}{r}.$$

Cherchons pour quelle distance $R_1$ du point O, la force centrifuge correspondante $\frac{v^2}{R_1}$ ferait équilibre à la pesanteur $\frac{M}{R_1^2}$. En tenant compte des valeurs de $k$ et de V, on trouve

$$R_1 = ah^2.$$

Il existe donc une distance $R_1$ intermédiaire entre OA et OA', telle que la vitesse de circulation de la molécule considérée soit précisément celle qui conviendrait au mouvement uniforme et circulaire.

11. Les molécules parties successivement de A avec une même vitesse tangentielle $hV$, décriront la même ellipse ; leur ensemble constitue ce que nous nommerons une *traînée elliptique*. Chaque point du cercle équatorial est l'origine d'un courant tout pareil. L'ensemble de ces traînées elliptiques peut former un *anneau intérieur*.

Supposons d'abord négligeable l'action du milieu atmosphérique dans lequel le phénomène se passe. La coexistence de cette infinité de particules, en mouvement sur des orbites elliptiques égales, mais distribuées dans tous les sens autour du foyer O, amènera finalement la destruction des vitesses suivant le rayon vecteur : elles s'annulent deux à deux, tandis que dans le sens de la rotation les vitesses se conservent. L'ensemble se transforme peu à peu en un système de cercles concentriques. Ces cercles eux-mêmes se rapprochent les uns des autres par le fait de la destruction des vitesses radiales, et tendent à se condenser en un anneau moyen de rayon $R_1 = ah^2$. Car pour une molécule dont la vitesse initiale était $hV$ à l'aphélie A, la vitesse de circulation augmente de A au périhélie A', et dans l'intervalle se trouve la position $R_1$, où la force centrifuge due à cette vitesse équilibre la gravité.

C'est donc à cette distance, et sous la forme d'un cercle de rayon $R_1$, que tendent à se réunir toutes les molécules parties avec une égale vitesse $hV$ des divers points de la circonférence OA. Le fluide qui se détache de tout le contour du cercle équatorial se sépare suivant la valeur de $h$, se dilate en quelque sorte, et se distribue en une série de cercles de plus en plus rapprochés du centre O à mesure que $h$ est plus petit, et dont chacun a sa vitesse spéciale. Leur ensemble constitue un *anneau intérieur* ; c'est un système d'une infinité de points matériels décrivant une série de cercles distincts et concentriques autour de O.

Si l'on pouvait admettre que tout le fluide qui vient s'accumuler à l'équateur possède une vitesse commune, un calcul approximatif indique que la valeur moyenne de $h$ serait à peu près 0,7, d'où $h^2 = 0,5$ ; on aurait donc $R_1 = \frac{1}{2} a$. C'est sur ce cercle que l'anneau, ne pouvant subsister en A, irait se reconstituer. En réalité, il n'en est pas ainsi, parce que tout le fluide n'a pas la même vitesse : chaque particule décrit donc son orbite

particulière, et chaque série d'égale vitesse forme un cercle particulier.

Telle a été l'origine des anneaux de Saturne, tout au moins de ceux dont le rayon est moindre que deux fois le rayon de la planète : car, la limite équatoriale de l'atmosphère de Saturne étant aujourd'hui égale à 2, il n'a pas pu y avoir d'anneau délaissé en deçà de cette distance. La théorie de Laplace, qui n'admet que des anneaux extérieurs, n'est pas applicable à ceux-là. Ils ont dû se former, comme on vient de l'expliquer, à l'intérieur de l'atmosphère.

12. D'autres cas peuvent encore se présenter. Le courant de matière qui s'écoule tout le long et dans le plan de l'équateur, entrant ainsi à l'intérieur de la nébuleuse, peut s'y dissoudre en quelque sorte et recommencer à en faire partie. Les traînées elliptiques qui y pénètrent profondément perdront bientôt leur vitesse de circulation, par l'effet de la résistance du milieu, et tomberont vers le centre. Mais celles qui s'écartent peu du cercle équatorial, c'est-à-dire pour lesquelles $h$ diffère peu de l'unité, pourront persister. Le mouvement d'ensemble ou de circulation de ces particules est en retard sur celui de l'atmosphère, mais il tend à se régulariser : d'abord, comme nous venons de le dire, par leurs réactions mutuelles qui finiront par annuler les vitesses radiales, ensuite par l'influence du milieu où elles se meuvent.

La vitesse de ce milieu diminue, en effet, à mesure qu'on se rapproche du centre ; au contraire, en vertu du principe des aires $\frac{rd\varphi}{dt} = \frac{k}{r}$, la vitesse de circulation de chaque point d'une traînée croît de l'extérieur à l'intérieur en raison inverse de la distance au centre. Il y a une distance $R_2$ où ces vitesses sont égales. Pour la calculer, remarquons que la vitesse atmosphérique à cette distance est $\frac{VR_2}{a}$, et la vitesse de circulation de la molécule considérée est $\frac{k}{R_2}$ ou $\frac{ahV}{R_2}$. En les égalant, il vient

$$R_2 = a\sqrt{h}.$$

C'est dans cette région intermédiaire que tend à se réunir la substance de nos traînées.

Pour la valeur moyenne $h = 0,7$, $R_2 = 0,84a$. Mais on n'a à consi-

dérer que des valeurs de $h$ plus grandes, répondant à des traînées peu allongées, sans quoi elles iraient se perdre dans la masse de la nébuleuse.

Aussi, ce sera toujours au voisinage du bord équatorial que s'accumuleront peu à peu les nébulosités affluant des deux pôles, formant à l'intérieur de l'atmosphère un anneau d'épaisseur croissante. Alimenté par des courants superficiels plus refroidis que le reste, cet anneau deviendra un centre de condensation aux dépens des régions voisines, jusqu'à ce que, venant à se rompre par défaut d'homogénéité, il se transforme en un ou plusieurs sphéroïdes. Nous verrons que c'est le cas de la Lune : elle s'est développée progressivement au sein même de l'atmosphère terrestre, jusqu'à ce que celle-ci, se retirant peu à peu, ait abandonné son satellite.

13. En résumé, les anneaux extérieurs, les seuls que Laplace ait considérés, se sont formés, aux limites successives L, de particules décrivant à l'origine un grand cercle équatorial, et qui ont conservé leur vitesse initiale.

Les molécules parties des divers points de l'équateur avec une vitesse tangentielle insuffisante, pénètrent à l'intérieur de la limite L en décrivant des ellipses plus ou moins allongées dont O est le foyer commun. Elles constituent des *traînées elliptiques*.

De ces traînées, les plus allongées disparaissent bientôt au sein de la nébuleuse. Celles qui s'écartent peu de la forme circulaire pourront constituer à l'intérieur et vers le bord de l'équateur une zone plus ou moins considérable. Enfin, si l'atmosphère est suffisamment raréfiée pour que son action soit négligeable, ces traînées elliptiques se convertiront peu à peu en un *anneau intérieur*, c'est-à-dire en un groupe de traînées circulaires, enveloppe des trajectoires de points décrivant uniformément des cercles concentriques.

## II.

### DE LA FORMATION DES SATELLITES.

14. Lorsqu'un anneau s'est rompu, puis transformé en une masse sphéroïdale, celle-ci, à son tour, peut engendrer une planète accompagnée de satellites. Il est facile d'abord de concevoir qu'elle a dû prendre un mouve-

ment de rotation autour d'un axe à peu près perpendiculaire au plan de l'orbite, dans le sens même de la révolution autour du Soleil. Elle est donc comparable à la nébuleuse solaire, mais sous de moindres proportions. Cette nouvelle nébuleuse, dans son refroidissement ultérieur, se condensera en un noyau central tournant dans le même sens, et abandonnera le long de son équateur des anneaux nébuleux. Ceux-ci, passant par les mêmes phases que ceux du Soleil, pourront produire des satellites.

Toutefois, dans la condensation de ces systèmes secondaires intervient une influence nouvelle: c'est l'attraction du Soleil sur la planète à l'état de vapeurs. Sous cette action, l'atmosphère planétaire s'allonge dans le sens du rayon qui joint son centre au Soleil. De cet allongement résulte une tendance de la nébuleuse à tourner constamment vers le Soleil les mêmes points de sa surface. Ainsi s'établit l'égalité entre les mouvements de rotation et de translation de la planète, égalité qui pour une raison analogue a lieu aujourd'hui chez la Lune, et qui a dû se rencontrer chez toutes les planètes dans la première phase de leur existence.

15. Tout le temps que s'est maintenue cette égalité, la nébuleuse planétaire est restée dans des conditions impropres à la formation de satellites. Sa rotation, il est vrai, tend toujours à s'accélérer par suite du refroidissement, mais l'attraction solaire sur le renflement de la nébuleuse s'y oppose. A la place de cette accélération, il se produit dans la masse des phénomènes thermiques corrélatifs de la vitesse détruite, et la rotation se maintient constante. La limite atmosphérique L reste invariable, ce qui empêche tout abandon de zones équatoriales.

La condensation continuant toujours, l'action perturbatrice du Soleil, qui est sensiblement proportionnelle au volume de la nébuleuse, diminue peu à peu, et il arrive un moment où elle est insuffisante pour maintenir l'égalité des deux mouvements. A partir de cette époque, la vitesse de rotation commence à croître, et avec elle la force centrifuge; la nébuleuse planétaire redevient assimilable à la nébuleuse solaire, et peut dès-lors abandonner des anneaux secondaires, origine des satellites de la planète.

Si l'égalité des deux mouvements s'était indéfiniment conservée, la production de ces anneaux n'aurait jamais été possible. Si donc cette égalité

existe actuellement chez tous les satellites, comme pour la Lune, en conséquence de l'allongement de ces corps vers leur planète, on en doit conclure qu'il n'y a pas de satellites de second ordre.

16. *Action du Soleil sur une nébuleuse planétaire.* — Quand une planète est à l'état nébuleux, l'action solaire détermine un allongement suivant la direction du Soleil, et il en est de même de l'action d'une planète sur une nébuleuse secondaire. Dans un *Mémoire sur la figure d'une masse fluide soumise à l'attraction d'un point éloigné*[1], j'ai montré que l'action dont il s'agit est mesurée par une certaine fonction

$$U = \frac{r^3}{\mu a^3},$$

où $\mu$ est le rapport de la masse fluide à la masse perturbatrice, $\frac{r}{a}$ le rapport des dimensions du sphéroïde comparées à la distance de l'astre troublant.

Prenons la nébuleuse dans son état initial, alors que, tournant sur elle-même en un temps égal à celui de sa révolution, elle s'étend jusqu'à la limite théorique de son atmosphère. Nous avons établi (*Rech. sur les atm. des Comètes*, n° 27) qu'alors

$$\frac{r}{a} = \sqrt[3]{\frac{\mu}{3}},$$

d'où $r^3 = \frac{1}{3}\mu a^3$, et

$$U = \frac{1}{3}.$$

Cette fonction étant constante, il s'ensuit que, dans les conditions supposées, l'action directrice de l'astre central reste toujours la même, et cela quelle que soit la nébuleuse, planète ou satellite.

A mesure que la condensation avance, les choses changent complètement. En effet, $\mu$ ne varie pas sensiblement, mais $\frac{r}{a}$ décroît très-vite, surtout s'il s'agit d'une planète; et, bien que dans ce cas $\frac{1}{\mu}$ soit très-grand, $\frac{r^3}{a^3}$ ne

[1] *Académie des Sciences et Lettres de Montpellier*, section des Sciences, tom. I, années 1849, 1850, et tom. II, 1851.

tarde pas à devenir tellement petit que U ne suffit plus pour maintenir la direction de la planète. A ce moment, la vitesse de rotation, qui jusque-là était restée égale à la vitesse de translation, commence à s'accélérer.

17. S'il s'agit au contraire d'un satellite à l'état fluide, U mettra bien plus longtemps à décroître, et il pourra même ne jamais tomber au-dessous de la limite où l'action directrice cesserait. Cela tient à ce que $\frac{r}{a}$ décroît beaucoup moins vite. On le conçoit *à priori* : à l'époque où se forme la nébuleuse satellite, elle a déjà subi, en tant que nébuleuse planétaire, une grande partie de la condensation dont elle est susceptible. En fait, un calcul direct montre que les satellites ont éprouvé depuis leur origine une bien moindre contraction que les planètes : ainsi, le rayon actuel du premier satellite de Jupiter est $\frac{1}{4}$ du rayon de son atmosphère initiale, le rayon de la Lune $\frac{1}{36}$, et celui de la Terre $\frac{1}{235}$ seulement.

Voilà comment la Lune tourne encore aujourd'hui une même face vers la Terre. Il en fut de même des planètes à l'égard du Soleil dans la première période de leur existence; mais l'égalité de leurs deux mouvements a cessé quand, par une condensation brusque de la nébuleuse planétaire ou par la diminution continue de U, l'action directrice est devenue insuffisante.

18. Dans cette seconde phase de la condensation d'une planète, il est encore nécessaire de tenir compte de l'action solaire, parce qu'elle détermine dans la masse fluide une *marée*, c'est-à-dire une déformation périodique résultant de la tendance du fluide à s'allonger suivant la direction de l'astre central. Je vais rappeler ici les points principaux de la solution que j'ai donnée de cette question [1]. Je considère une planète entourée d'une immense atmosphère, et j'admets les mêmes simplifications qu'au n° 5.

Soit d'abord la rotation de même durée que la révolution, ce qui a lieu pour toute planète au début de sa condensation. L'atmosphère est alors susceptible d'un état d'équilibre permanent dans lequel les couches de

[1] *Mém.* de 1854, n° 37. — *Recherches sur les atmosphères des Comètes*, n° 27.

niveau ne sont plus de révolution autour de l'axe de rotation, mais elles ont un centre de figure et trois axes principaux. Sensiblement sphériques vers le centre, elles s'aplatissent aux pôles à mesure qu'on s'éloigne du centre, et en même temps elles s'allongent suivant la direction du corps troublant M (*fig.* 5), c'est-à-dire du Soleil.

Appelant R le demi-axe des pôles de la *surface libre*, R′ celui qui est tourné vers le corps extérieur, R″ le troisième, on a

$$R' = a\sqrt[3]{\frac{\mu}{3}};$$

$a$ est la distance OM du Soleil, $\mu$ le rapport des masses de la planète et du Soleil, rapport qui sera toujours fort petit. R′ est la limite équatoriale de l'atmosphère dans la direction du Soleil. C'est le plus grand des trois demi-axes, R est le plus petit. Pour $\mu$ infiniment petit, $\frac{R}{R'}$ est racine de l'équation $v^3 + 9v - 6 = 0$, d'où

$$\frac{R}{R'} = 0,638, \quad \text{et} \quad \frac{R''}{R'} = \frac{2}{3}.$$

Il s'ensuit $R' = 1,567\ R$, et $R'' = 1,045\ R$, de sorte que les trois axes sont à peu près comme les nombres entiers 34, 23 et 22. L'allongement vers le Soleil et en sens opposé est donc très-sensible, tandis que l'effet de la rotation est presque négligeable. Une petite augmentation dans la masse du satellite (que les formules précédentes supposent infiniment petit) aurait pour effet de diminuer un peu le grand axe, mais surtout d'augmenter l'axe moyen.

Les sommets du grand axe de la surface libre sont des points singuliers où elle affecte une forme conique ; les plans tangents en ces points ont pour enveloppe le cône $4x^2 - 9y^2 + 3z^2 = 0$.

La discussion des surfaces de niveau extérieures à la surface libre montre que celles qui dépassent immédiatement cette surface s'ouvrent à leur rencontre avec la surface limite, y deviennent tangentes au rayon vecteur, puis s'écartent indéfiniment. Dans ce cas, s'il y a excès de fluide atmosphérique, il s'écoulera par les deux sommets opposés du grand axe, comme par deux pointes, suivant la direction du Soleil et dans la direction opposée.

Mais la limite équatoriale L est ici constante, d'après nos suppositions : le refroidissement de la nébuleuse planétaire ne saurait donc produire cet écoulement, qui pourrait au contraire résulter d'une dilatation accidentelle et extraordinaire de l'atmosphère.

19. *Évaluation de la marée solaire.* — Lorsque, par suite de la condensation de la planète, l'attraction solaire n'est plus capable de maintenir l'égalité des deux mouvements, la nébuleuse cesse de présenter constamment au Soleil les mêmes points de sa surface; la rotation s'accélère, et il n'y a plus d'équilibre possible pour la nébuleuse, plus de figure permanente pour son atmosphère, le Soleil changeant à chaque instant de position par rapport à la planète. Dès-lors, ainsi qu'on le fait pour un premier essai d'explication du phénomène des marées, nous admettrons que l'atmosphère planétaire prend à chaque instant la figure avec laquelle elle pourrait être en équilibre sous l'action du Soleil. Cette déformation continuelle qu'elle subit constitue une marée réglée sur le mouvement de l'astre troublant. A une question insoluble de dynamique nous substituerons ainsi la recherche de la figure que le fluide tend à prendre, ce qui donnera au moins une notion approximative de la figure qu'il prend effectivement.

A la faveur de ces suppositions, nous avons établi (*Mém.* de 1854, nº 41) les formules applicables à une *atmosphère planétaire* dans la seconde période de sa condensation. On peut aussi les déduire des équations générales données dans nos *Recherches sur les atmosphères des Comètes*, nos 4 et sq. Ces formules dépendent du rapport

$$\gamma = \frac{T^2}{t^2},$$

T, $t$ étant les durées de la translation et de la rotation ; ce rapport était égal à l'unité dans la première phase de la condensation, c'est le cas traité au nº 18; $\gamma$ augmente très-rapidement à mesure que la rotation s'accélère. Quant au rapport $\mu$ des masses de la planète et du Soleil, nous le supposerons encore très-petit.

20. La surface libre de l'atmosphère est toujours aplatie aux pôles et allongée vers l'astre troublant. R, R', R'' ayant la même signification que tout à l'heure, le demi grand axe R' ou la limite équatoriale est

$$R' = a\sqrt{\frac{\mu}{2+\gamma}}.$$

Les rapports des axes $\frac{R}{R'} = v$ et $\frac{R''}{R'} = w$ sont donnés par les équations:

$$v^3 + 3(2+\gamma)v - 2(2+\gamma) = 0,$$
$$(1-\gamma)w^3 + 3(2+\gamma)w - 2(2+\gamma) = 0.$$

Ces rapports sont l'un et l'autre moindres que l'unité, et $R < R'' < R'$ (*Mém.* de 1854, n° 12).

Pour $\gamma$ très-grand, les équations se réduisent à

$$v = \frac{R}{R'} = \frac{2}{3}, \qquad w = \frac{R''}{R'} = 1,$$

c'est-à-dire que, la rotation devenant plus rapide, R' diminue, R'' toujours moindre que R' s'en rapproche de plus en plus; enfin R tend vers les $\frac{2}{3}$ de R'. Ces valeurs limites pour $\gamma = \infty$ conviennent à la fois au cas d'une planète dont la rotation serait excessivement rapide, et au cas où T serait nul, c'est-à-dire où il n'y aurait pas de translation. Cela revient à dire que ce qu'on a établi touchant la figure de l'atmosphère solaire, avec toutes les conséquences qui en découlent, devient exactement applicable à une atmosphère planétaire: 1° lorsque la planète est très-éloignée du Soleil, parce que l'action perturbatrice de cet astre est négligeable; 2° lorsque la rotation de la planète est très-rapide, attendu que la force centrifuge prédomine sur l'action perturbatrice, dont l'effet devient insensible et disparaît en quelque sorte.

21. La surface limite possède encore aux sommets du grand axe deux points singuliers A, A' (*fig.* 6), où les plans tangents sont en nombre infini et ont pour enveloppe le cône

$$3(2+\gamma)y^2 - 3z^2 - (3+\gamma)x^2 = 0.$$

C'est par ces deux pointes opposées que s'échappera l'excès de fluide atmosphérique.

Dans le cas actuel, cette circonstance se présente comme une conséquence du refroidissement: car par l'accélération du mouvement de rotation le

rapport $\gamma$ augmente indéfiniment, et la limite R′ diminue. Les couches atmosphériques qui resteront au-delà de cette limite devront donc abandonner la planète.

22. *Condition nécessaire pour la production d'un anneau secondaire.* — Tant que $\gamma$ n'est pas infiniment grand (auquel cas l'assimilation de la nébuleuse planétaire à l'atmosphère du Soleil serait complète), cet abandon ne se fait plus par tout le contour équatorial de la nébuleuse, il a lieu seulement par les deux extrémités opposées A, A′ du grand axe (*fig.* 6). Or cet axe R′ varie constamment de position dans l'espace et par rapport à la planète, puisqu'il suit le Soleil dans son mouvement apparent.

Au lieu d'un anneau régulièrement disposé autour de la planète, au lieu d'anneaux semblables venant successivement se joindre aux précédents, nous avons maintenant deux émissions de matière s'effectuant à la fois par deux points opposés ; puis, à une seconde condensation, deux nouvelles émissions également opposées, mais suivant une direction différente de la précédente, et ainsi de suite. Les diverses masses ainsi délaissées l'une après l'autre dans le plan de l'équateur, ne présentent aucune condition de stabilité et de durée : les unes resteront distinctes, les autres se grouperont partiellement, mais elles ne formeront certainement pas un système comparable aux zones qui viennent se déposer régulièrement tout autour de l'équateur solaire.

En réalité, il est aisé de s'assurer que les satellites à nous connus ne se sont pas produits dans la seconde période de condensation que nous venons d'étudier. Ils appartiennent à une phase bien postérieure, où la durée de rotation de la planète se trouvait déjà tellement réduite, que l'allongement de la nébuleuse planétaire vers le Soleil était presque négligeable (nº 20).

23. Cependant, comme la distance $a$ du Soleil à la planète ne saurait être infinie par rapport à ses dimensions, on n'aura jamais exactement $R'' = R'$. On est ainsi amené à chercher quelle valeur doit avoir le rapport $\gamma = \frac{T^2}{t^2}$, pour que la différence de ces deux axes soit égale à une longueur donnée $\Omega$. On pourra par là se rendre compte du degré de petitesse où doit

descendre cette différence pour que l'atmosphère se comporte comme si les axes R', R'' de l'équateur étaient égaux : c'est alors que la planète abandonnera dans le plan de son équateur des anneaux analogues aux anneaux planétaires.

Nous venons de voir que le rapport $\frac{R''}{R'}$ tend vers l'unité pour $\gamma$ infini. Si donc on suppose $\Omega$ très-petit, $\gamma$ sera très-grand. On aura alors approximativement

$$R' = a \sqrt[3]{\frac{\mu}{\gamma}} ,$$

avec

$$\frac{R''}{R'} = w , \qquad R' - R'' = \Omega .$$

D'où l'on conclut :

$$\Omega = a \sqrt[3]{\frac{\mu}{\gamma}} \, (1 - w) ,$$

$w$ étant déterminé par la seconde équation du n° 20.

Or de cette équation on tire

$$\gamma = \frac{w^3 + 6w - 4}{w^3 - 3w + 2} ;$$

et en posant $1 - w = u$,

$$\gamma = \frac{u^3 - 3u^2 + 9u - 3}{u^3 - 3u^2} .$$

Comme, par hypothèse, $w$ diffère peu de l'unité, $u$ sera fort petit ; et dans une première approximation on écrira simplement

$$\gamma = \frac{1}{u^2} , \qquad \text{ou} \qquad u = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} .$$

Portant cette valeur de $u$ à la place de $1 - w$ dans l'expression de $\Omega$, et faisant disparaître les radicaux, il vient

$$\Omega^6 = \frac{\mu^2}{\gamma^5} a^6 .$$

Telle est l'équation qui servira à calculer approximativement $\Omega$ pour une valeur donnée de $\gamma$.

Réciproquement, si l'on donne $\Omega$, on pourra calculer $\gamma$, et par suite le

rapport $\frac{T}{t}$ qui en est la racine carrée. On a du rêste la relation

$$\left(\frac{t}{T}\right)^5 = \frac{\Omega^3}{\mu a^3} \cdot$$

24. Au même degré d'approximation, c'est-à-dire pour $\gamma$ extrêmement grand, on a donc

$$u = \frac{t}{T}\,; \quad \frac{R''}{R'} = 1 - u = \frac{T-t}{T}, \quad \Omega = uR' = \frac{t}{T}R'\,;$$

et enfin

$$\frac{R'-R''}{R'} = u = \frac{t}{T}.$$

Ce dernier rapport peut être appelé l'*allongement du sphéroïde* par suite de la marée solaire, et son expression est simplement le quotient de la durée de rotation de la planète à l'époque où on la considère divisée par la durée de sa révolution autour du Soleil.

Les formules qui précèdent, suffisamment approchées pour les autres satellites, ne le sont pas pour la Lune. Au moment de sa formation, la rotation de l'atmosphère terrestre s'effectuait en un temps peu différent de $t = 27^j,3$; d'où $\frac{T}{t} = 13,36$, et $\gamma = 178,5$. Ici $\gamma$ n'est point assez grand pour pouvoir se borner à la première approximation $\gamma = \frac{1}{u^2}$, ou $u = \frac{1}{\sqrt{\gamma}}$. Il faut résoudre l'équation du troisième degré entre $u$ et $\gamma$ du numéro précédent ; et l'on trouve

$$u = \frac{R'-R''}{R'} = 0,068,$$

au lieu de 0,075, valeur du rapport $\frac{t}{T}$.

25. Nous avons énoncé, au n° 4, ce principe : la durée de rotation du Soleil au moment de la formation d'une planète, ou tout au moins de la zone nébuleuse qui lui a donné naissance, ne différait pas sensiblement de la durée actuelle de révolution de cette planète. De même pour une nébuleuse planétaire : la limite de l'atmosphère d'une planète ayant successivement atteint les distances où se trouvent aujourd'hui ses satellites, la durée

de révolution de l'un d'eux fait connaître quelle était, au moment de sa formation, la durée de rotation de la planète.

Cette remarque, jointe aux formules précédentes, permet de calculer l'allongement vers le Soleil d'une planète quelconque, à l'origine d'un de ses satellites. Il suffit de prendre pour $t$ la durée de révolution du satellite, pour T la révolution de la planète même.

Cela étant, considérons successivement chaque planète et son satellite le plus éloigné; nous obtiendrons le tableau suivant :

| | La Terre. | Jupiter. | Saturne. | Uranus. |
|---|---|---|---|---|
| T | 365,2 | 4332 | 10759 | 30687 |
| $t$ | 27,3 | 16,7 | 79,3 | 107,7 |
| $\frac{T}{t}$ | 13,36 | 259 | 136 | 285 |
| $u$ | 0,068 | 0,0039 | 0,0074 | 0,0035 |
| R′ | 60,3 | 27,0 | 64,4 | 91,0 |
| Ω | 4,1 | 0,11 | 0,48 | 0,32 |

R′ désigne la limite supposée de l'atmosphère planétaire; nous l'avons prise égale à la distance moyenne du satellite le plus éloigné. Nous avons mis de côté Neptune, à qui l'on ne connaît qu'un satellite, mais qui en a sans doute davantage.

26. On voit d'abord que, sauf pour la Terre, le nombre $u$, qui mesure l'allongement de la planète vers le Soleil, est fort petit. A l'époque où l'atmosphère terrestre atteignait la Lune, son allongement $\frac{1}{15}$ était très-notable. Quant à Jupiter, Saturne et Uranus, au moment où commençait la formation de leurs satellites, l'allongement était mesuré par des fractions très-petites et tout à fait du même ordre : 39, 74 et 35 dix-millièmes.

D'autre part, la différence Ω des axes R′, R″, exprimée en fraction du rayon de la planète correspondante, est, pour ces trois planètes, 11, 48 et 32 centièmes, nombres qui sont aussi du même ordre de grandeur.

Enfin, ces différences elles-mêmes, exprimées au moyen d'une unité commune, le rayon terrestre, sont :

1,2 4,5 1,3

Pour la Terre c'est 4,1 ; il y a donc presque identité entre ces valeurs de Ω.

Cette coïncidence, qui serait bien singulière si elle était fortuite, met hors de doute notre assertion : il n'a pu se former de satellite autour d'une nébuleuse planétaire, tant que la différence R′—R″ de ses axes équatoriaux est restée supérieure à une certaine grandeur.

Il a fallu que l'action du Soleil fût assez réduite pour que la forme de l'atmosphère planétaire devînt comparable à celle de la nébuleuse solaire : alors seulement s'est trouvé possible l'abandon sur tout le pourtour de l'équateur, et non en deux points opposés de cet équateur, du fluide atmosphérique en excès. L'origine des satellites a été subordonnée à la formation de zones équatoriales susceptibles de se transformer ultérieurement en sphéroïdes de dimension considérable.

Mais si une différence entre R′ et R″ dépassant à peine quatre rayons terrestres semble absolument insignifiante quand il s'agit du monde de Jupiter et des autres grosses planètes, elle n'est pas négligeable relativement à l'atmosphère de la Terre, étendue même jusqu'à la Lune. Lors de la formation de ce satellite, l'action directrice du Soleil sur la nébuleuse terrestre, quoique bien diminuée, était encore sensible. C'est que la Lune est un satellite exceptionnel, présentant dans son origine des circonstances très-spéciales. Ces circonstances ont sans doute fait défaut chez les autres planètes du même groupe; c'est pourquoi Mars, Vénus et Mercure manquent de satellites. Nous verrons plus loin que cet allongement considérable de l'atmosphère terrestre a joué un rôle essentiel dans la formation de la Lune, et se rattache ainsi à certaines particularités de son mouvement.

27. Prenons maintenant la question en sens inverse, et admettons que la différence $R' - R'' = \Omega$ ait été la même pour chaque planète au moment où elle déposait son premier anneau, celui qui devait donner naissance au satellite le plus éloigné; cherchons à calculer le rayon de ce premier anneau. L'inconnue du nouveau problème est donc R′, qu'il faut exprimer en fonction de Ω. Or, lorsque $\gamma$ est déjà assez grand, ce qui peut être admis ici, on a sensiblement (n° 20)

$$R' = a\sqrt[5]{\frac{\mu}{\gamma}},$$

avec $\gamma = \frac{T^2}{t^2}$. On a trouvé, au n° 25, $\Omega^6 = \frac{\mu^2}{\gamma^5} a^6$. Éliminant $\gamma$, il vient

$$R'^5 = \mu a^3 \Omega^2.$$

Cette formule suppose les trois longueurs $R'$, $a$, $\Omega$, exprimées au moyen de la même unité, par exemple la distance de la Terre au Soleil. Attribuons à $\Omega$ la valeur 0,000187 équivalente à 4,5 rayons terrestres, ce qui est l'allongement $R'$—$R''$ de l'atmosphère de Saturne vers le Soleil, quand elle s'étendait jusqu'au dernier satellite. Exprimons de plus les distances $R'$ en fonction du rayon de la planète correspondante, nous trouvons pour les grosses planètes les valeurs suivantes de $R'$ :

| Jupiter. | Saturne. | Uranus. | Neptune. |
|---|---|---|---|
| 48,6 | 64,4 | 155 | 200 |

C'est en deçà de ces distances qu'on doit s'attendre à trouver des satellites. Ce point sera développé plus tard; dès à présent, on voit que Neptune a probablement d'autres satellites au-delà du seul qu'on lui connaisse aujourd'hui, et dont la distance est de 15 rayons seulement.

Ce que nous voulions mettre en évidence par cette discussion, c'est que l'action du Soleil sur une nébuleuse planétaire a été un obstacle à la formation des satellites, et qu'il en résulte une limite supérieure au-delà de laquelle il n'a pu s'en produire. Elle a ainsi restreint le nombre des satellites possibles, et a pu même empêcher certaines planètes d'en acquérir.

## III.

### CONDITIONS D'EXISTENCE D'UNE PLANÈTE A L'ÉTAT FLUIDE.

28. Laplace a expliqué comment des zones concentriques de matière nébuleuse, déposées les unes à la suite des autres dans le plan de l'équateur solaire, au lieu de se conserver indéfiniment, se sont transformées en une nébulosité sphéroïdale destinée à devenir plus tard une planète. Il aurait fallu, pour assurer leur durée sous forme annulaire, une régularité et une

homogénéité de constitution impossibles à réaliser physiquement. On comprend au contraire qu'il s'y soit rencontré des centres de condensation autour desquels la matière environnante s'est réunie ; leur masse a été ainsi divisée en fragments continuant à se mouvoir individuellement à peu près comme avant d'être séparés. Suivant des routes peu différentes, ces fragments ont pu se rejoindre et finalement se confondre en une masse unique circulant autour du Soleil suivant la circonférence de l'anneau primitif. En outre, elle tourne sur elle-même dans le même sens, parce que les molécules les plus éloignées du Soleil ont une vitesse absolue supérieure à celle des molécules les plus voisines.

Mais, pour que cette agglomération, que nous appelons une nébuleuse planétaire, puisse subsister, il ne suffit pas que, par un concours de circonstances convenables telles que celles que nous venons d'énumérer, la matière dispersée dans un anneau se trouve réunie et condensée en une même région. Pour que cette agglomération soit durable, elle doit satisfaire à certaines conditions d'existence ; sans quoi, au lieu de constituer un astre permanent, aussitôt formée, elle tendra à se dissoudre en fragments qui, se condensant séparément, continueront à suivre autour du Soleil leur route primitive, mais sous forme de poussière incohérente. C'est ce qui arrive pour les comètes : une grande partie du fluide émis par ces astres sous l'influence du Soleil, et particulièrement au voisinage du périhélie, se trouve à jamais perdu pour la comète, une fois hors de sa sphère d'attraction[1]. Il est à croire qu'il en fut ainsi à l'origine pour une portion considérable des nébulosités successivement échappées à l'atmosphère du Soleil. Elles subsistent encore à l'état d'astéroïdes infiniment petits, et, n'ayant pas formé d'astre proprement dit, ne deviennent visibles que lorsqu'elles se présentent sous une grande épaisseur, comme la lumière zodiacale.

29. Amené par ces considérations à rechercher les circonstances propres au maintien d'une planète fluide, sans que l'action perturbatrice du Soleil

---

[1] Voir mes *Réflexions sur la théorie des phénomènes cométaires*, 1860; et *Nouvelles Recherches sur la figure des atmosphères des corps célestes*, 1862, dans les Mémoires de l'Académie de Montpellier, tom. IV et V.

en vienne détruire la stabilité, je dois rappeler l'étude que j'ai faite des figures d'équilibre d'une masse fluide soumise à diverses conditions [1].

A l'origine d'une nébulosité planétaire, ce n'est pas à un noyau enveloppé d'une atmosphère qu'il est exact de l'assimiler, mais plutôt à une masse fluide sensiblement homogène. On pourra donc lui appliquer approximativement ce que j'ai trouvé pour les conditions d'existence d'un sphéroïde fluide, homogène, tournant sur lui-même, dont les molécules s'attirent mutuellement, et sollicité de plus par l'action du Soleil, c'est-à-dire d'un corps troublant fort éloigné.

Même en négligeant cette dernière action, l'équilibre sous forme ellipsoïdale n'est pas toujours possible, du moins quand la vitesse angulaire est donnée *à priori* : cette vitesse ne peut pas dépasser une certaine limite qui dépend de la densité du fluide.

Dans mon *Mémoire sur la figure d'une masse fluide soumise à l'attraction d'un point éloigné*, j'ai traité en détail cette question, en tenant compte de l'action perturbatrice qu'un astre extérieur situé à grande distance dans le plan de l'équateur exerce sur le fluide. J'ai examiné séparément les divers cas qui peuvent se présenter : notamment celui où la rotation est nulle, c'est le cas d'un astre marchant en ligne droite vers le Soleil ; et celui où la rotation de la masse fluide est égale à sa translation, ce qui se rencontre chez la Lune et probablement aussi chez d'autres satellites.

J'ai appelé l'attention sur une condition qui, dans ces deux cas, est indispensable à l'existence du fluide sous la forme permanente d'un ellipsoïde, c'est que le rapport

$$U = \frac{M}{\rho a^3}$$

soit inférieur à une certaine limite dont j'ai donné la valeur numérique. M est ici la masse du corps troublant, $a$ la distance des deux astres, et $\rho$ la densité du fluide. Ce rapport est le même qu'on a considéré, au n° 16, comme mesurant l'influence d'un astre extérieur sur une nébuleuse, pour l'allonger dans le sens du rayon vecteur et la maintenir dans cette direction.

---

[1] *Mémoires de l'Académie de Montpellier* ; ann. 1849, 1850 et 1851. — *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, tom. XXVIII, pag. 762 ; tom. XXXI, pag. 515.

On devait le prévoir ; et l'on peut aussi écrire $U = \frac{Mr^3}{ma^3}$, en appelant $m$ et $r$ la masse et le rayon moyen du sphéroïde, d'où $m$ proportionnel à $\rho r^3$.

Bien qu'il ne soit pas impossible que des figures non elliptiques conviennent à l'équilibre, on comprend cependant qu'une condition analogue aux précédentes soit nécessaire dans tous les cas ; et cette condition sera une relation entre la densité du fluide, sa vitesse de rotation, la distance et la masse du corps extérieur, qui est le Soleil à l'égard d'une planète, la planète s'il s'agit d'un satellite.

30. Ceci admis, faisons l'application à notre système. La fonction $\frac{M}{\rho a^3}$ a varié à partir de la formation de la planète la plus éloignée, car $a$ diminue et $\rho$ va en augmentant, suivant toute probabilité. Il est à remarquer que le produit $\rho a^3$ resterait sensiblement constant si la nébuleuse solaire se conservait homogène pendant la contraction du système, parce que $\rho$ varierait alors en raison inverse du volume.

Mais dès qu'un noyau s'est formé au centre de la nébulosité solaire, la condensation s'opère autour de ce centre, et l'accroissement de $\rho$ à la périphérie est moins rapide ; de sorte que, $a$ diminuant peu à peu, le produit $\rho a^3$ diminue aussi à la surface extérieure de la nébuleuse. Ainsi, il arrivera que, pour une zone abandonnée et pour la nébuleuse planétaire qui en dérive, U sera une fonction croissante qui pourra atteindre et dépasser la limite où l'équilibre cesse d'exister. A partir de là, l'existence de la planète sous forme ellipsoïdale, et probablement sous toute autre figure, devient impossible.

On doit présumer que cela s'est produit après la formation de la planète Jupiter. Le rapport $\frac{M}{\rho a^3}$ ayant alors atteint la limite dont nous parlons, et $a$ continuant à décroître, il est arrivé que, à la distance intermédiaire entre Jupiter et Mars, où se serait formée une nouvelle planète, ce rapport s'est trouvé trop grand pour qu'elle pût subsister sous forme permanente. Dès-lors la substance de l'anneau correspondant, au lieu de s'agglomérer en un grand sphéroïde, a dû se résoudre en nébulosités partielles se mouvant et se condensant isolément.

Par les progrès de la condensation, ces nébulosités ont acquis plus tard une densité suffisante pour que la fonction U redevînt inférieure à la limite voulue; elles ont pris alors une figure d'équilibre et sont devenues de véritables planètes, mais en conservant désormais leur individualité. Telle est l'origine probable du groupe nombreux d'astéroïdes qui occupe cette région de l'espace. On peut, à ce point de vue, les considérer comme les débris d'une planète primitive, mais cette planète n'a existé, pour ainsi dire, que virtuellement, s'étant spontanément décomposée à l'instant même où elle tendait à se former.

Si après la région des astéroïdes apparaissent de nouvelles planètes, Mars, la Terre, Vénus et Mercure, c'est qu'il est alors survenu dans la nébulosité solaire un changement de nature, entraînant un accroissement de la densité suffisant pour que, le rapport U retombant au-dessous de la limite, l'équilibre permanent d'un sphéroïde fluide redevînt possible.

31. Les planètes télescopiques comprises entre Mars et Jupiter sont d'une nature analogue aux planètes supérieures, ou forment la transition aux suivantes; mais immédiatement après s'est présentée à la limite de l'atmosphère solaire une matière nouvelle. Il y a donc lieu de considérer plusieurs périodes dans la condensation du Soleil, et le groupe de planètes qui commence à Mars se distingue nettement des autres.

Cette distinction est confirmée par le fait que, à partir de Mars, la densité moyenne actuelle des planètes est quatre à cinq fois plus grande que celle des planètes supérieures. Cela indique une différence essentielle de composition chimique; il faut toutefois remarquer que la densité actuelle ne doit pas être confondue avec la valeur de $\rho$ du rapport U, laquelle est la densité de la zone nébuleuse au moment où elle cherchait à se constituer en planète.

Quant à l'atmosphère même du Soleil, on est conduit à la regarder comme formée primitivement d'une série de couches de nature diverse, se terminant à des distances différentes du centre, et que la limite L, en diminuant, a successivement atteintes; ces couches ont contribué l'une après l'autre à la formation des anneaux planétaires. L'un de ces changements s'est manifesté après Jupiter et avant Mars. S'il a eu lieu progressivement, cette circonstance

a encore contribué à empêcher la formation dans cet intervalle d'une grosse planète ; car, de la diversité de composition des anneaux successifs, a dû résulter leur inégale condensation, et par suite une difficulté plus grande de se réunir en un unique anneau.

Ces considérations se représenteront dans l'étude de l'anneau de Saturne, qui n'est lui aussi qu'une zone d'astéroïdes très-nombreux et très-voisins : il s'est formé dans une région où, par le trop grand rapprochement de la planète, un satellite fluide ne pouvait exister. Passons maintenant à un autre ordre d'idées qui conduit aux mêmes conclusions, savoir : la division des planètes en groupes bien séparés, caractérisés, lors de leur formation, par la différence des densités initiales.

## IV

### DE LA ROTATION DES PLANÈTES.

32. On sait que la durée de rotation de Jupiter et celle de Saturne diffèrent peu, et sont au-dessous d'un demi-jour, tandis que les planètes plus voisines du Soleil tournent sur elles-mêmes dans l'intervalle d'un jour à fort peu près. Nous allons chercher si cette coïncidence n'aurait pas une signification se rattachant à l'origine de ces corps.

Soit une planète à l'époque où, sa rotation étant égale à sa translation, l'influence solaire devient insuffisante pour maintenir cette égalité. A partir de ce moment, par suite de la contraction, la durée de rotation va continuellement en diminuant. Au début, la condensation n'est pas encore assez avancée pour qu'on ne puisse considérer le fluide comme sensiblement homogène, sauf vers le centre, et même négliger le noyau central dans le calcul approché de la masse et du moment d'inertie. La vitesse angulaire $\omega_1$ de rotation est encore presque égale à la vitesse angulaire de révolution de l'anneau qui lui a donné naissance, égale aussi à la vitesse angulaire de rotation du Soleil au moment de l'abandon de cet anneau. Désignant par $a$ la distance au Soleil de la planète en question, la troisième loi de Képler donne $\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{h^2}{a^3}$, $h$ étant un coefficient constant pour toutes les planètes. D'où :

$$\omega_1 = h a^{-\frac{3}{2}}.$$

Quant à la densité $\rho_1$ de la planète à la même époque, elle dépend de la densité de l'anneau qui l'a formée ; celle-ci, à son tour, de celle de l'atmosphère du Soleil à sa périphérie, au moment de l'abandon de l'anneau, laquelle, toutes choses égales d'ailleurs, varie à peu près en raison inverse du volume de l'atmosphère solaire : c'est donc $\frac{H}{a^3}$. Pour tenir compte du commencement de condensation qu'elle a subi, nous écrirons

$$\rho_1 = \frac{\alpha H}{a^3},$$

$\alpha$ est un coefficient indépendant de $a$, mais qui variera si la nature du fluide délaissé vient à changer.

53. La nébuleuse planétaire a la forme d'un sphéroïde dont les axes sont R, R', R'', et que nous assimilerons à un ellipsoïde dans les calculs qui suivent. Son volume est donc $\frac{4}{3}\pi RR'R''$, et son moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation R est

$$Q_1 = M\frac{R'^2 + R''^2}{5} = \frac{4}{15}\pi\rho_1 RR'R''(R'^2 + R''^2).$$

Enfin, il résulte des formules du n° 18 qu'à l'époque initiale que nous considérons, et où l'on avait $t = T$, ou $\gamma = 1$, les rapports des axes étaient

$$R = 0,638\,R', \qquad R'' = \frac{2}{3}R'.$$

Soient, à l'époque actuelle, $\omega_0$, $Q_0$, $r_0$, $\rho_0$, la vitesse angulaire de rotation, le moment d'inertie, le rayon moyen et la densité moyenne de la même planète. Admettons que la masse n'ait pas changé, ce qui suppose que les satellites ne font en somme qu'une minime fraction de la planète. Il en résulte la condition :

$$\rho_1 RR'R'' = \rho_0 r_0^3. \qquad (a)$$

La somme des aires décrites dans le plan de l'équateur n'a pas non plus varié notablement durant la condensation. On a donc

$$\omega_1 Q_1 = \omega_0 Q_0,$$

et $Q_0 = \frac{8\pi}{15} \rho_0 r_0^5$. Substituant les expressions des moments, il vient :

$$\omega_1 \rho_1 RR'R'' (R'^2 + R''^2) = 2\omega_0 \rho_0 r_0^5 ,$$

et divisant par l'équation $(a)$ ,

$$\omega_1 (R'^2 + R''^2) = 2\omega_0 r_0^2 . \qquad (b)$$

Ces relations peuvent s'écrire :

$$\frac{\rho_0^2}{\rho_1^2} = \frac{(RR'R'')^2}{r_0^6} , \quad (a') \qquad \frac{\omega_0^3}{\omega_1^3} = \frac{(R'^2 + R''^2)^3}{8 r_0^6} . \quad (b')$$

Mais, par les expressions de R et de R″ en R′, on a :

$$RR'R'' = \frac{2}{3} . 0{,}638 \ R'^3 , \qquad R'^2 + R''^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 R'^2 .$$

Ainsi RR′R″ est proportionnel à $R'^3$, $R'^2 + R''^2$ proportionnel à $R'^2$. Les seconds membres de $(a')$ et $(b')$ étant l'un et l'autre proportionnels à $R'^6$, on élimine le rapport $\frac{R'^6}{r_0^6}$ , et l'on a

$$\frac{\omega_0^3}{\omega_1^3} = k^3 \frac{\rho_0^2}{\rho_1^2} ,$$

$k$ désignant un coefficient constant. De là,

$$\omega_0 = k \omega_1 \frac{\rho_0^{\frac{2}{3}}}{\rho_1^{\frac{2}{3}}} .$$

Portons dans cette équation finale les valeurs de $\omega_1$ et de $\rho_1$ admises au nº précédent, il vient

$$\omega_0 = \frac{kh}{(\alpha H)^{\frac{2}{3}}} \rho_0^{\frac{2}{3}} a^{\frac{1}{2}} . \qquad (A)$$

Ce sera la vitesse angulaire de la planète.

34. En supposant $\alpha$ et H constants, la vitesse de rotation d'une planète serait proportionnelle à la racine carrée de sa distance au Soleil et à la puissance $\frac{2}{3}$ de sa densité actuelle. Si les densités $\rho_0$ étaient uniformes, $\omega_0$ croîtrait assez rapidement avec $a$. Mais la densité, décroissant à mesure qu'on

s'éloigne du Soleil, agit en sens inverse de la distance, ce qui tend à atténuer la variation de $\omega_0$.

A cause des suppositions que nous avons été obligé de faire pour arriver à la formule (A), nous devons la considérer simplement comme indiquant une relation à vérifier. Cette vérification nous édifiera sur la valeur de ces hypothèses. Pour comparer plus nettement à l'observation la loi qu'exprime la formule, nous y introduirons la durée $t$ de la rotation actuelle à la place de $\omega_0 = \frac{2\pi}{t}$. Résolvant ensuite par rapport à la densité $\rho_0$, et désignant par $c$ une nouvelle constante, on a

$$\rho_0 = \frac{c\alpha H}{(at^2)^{\frac{3}{4}}}. \qquad \text{(B)}$$

Tout se réduit donc à reconnaître si les densités actuelles des planètes varient en raison inverse de la puissance $\frac{3}{4}$ des produits $at^2$.

35. Or, si l'on détermine la constante de manière à ce que la formule donne, pour la Terre, $t = 1$, $a = 1$, $\rho_0 = 1$, on obtient les résultats suivants :

| | Mercure. | Vénus. | Terre. | Mars. | Jupiter. | Saturne. | Uranus. | Neptune. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a =$ | 0,387 | 0,723 | 1,00 | 1,52 | 5,20 | 9,54 | 19,2 | 30,0 |
| $t =$ | 1,0 | 0,975 | 0,997 | 1,027 | 0,414 | 0,428 | 0,6? | 0,7? |
| $\rho_0 =$ | 2,03 | 1,32 | 1,00 | 0,70 | 1,09 | 0,66 | 0,23 | 0,13 |

Pour Uranus et Neptune, dont la rotation n'est pas connue, nous avons attribué à $t$ les valeurs hypothétiques $0^j,6$ et $0^j,7$, d'après des considérations que l'on trouvera plus loin.

Examinons ce tableau. Nous voyons d'abord, en mettant provisoirement de côté Jupiter et Saturne, que les valeurs de $\rho_0$ sont admissibles, c'est-à-dire qu'elles ne diffèrent guère des densités réelles ; les différences sont de l'ordre des erreurs que comportent ces densités elles-mêmes, vu l'incertitude des masses et celle des diamètres.

Quant à Jupiter et Saturne, les valeurs trouvées, étant divisées par 5, donnent 0,22 et 0,13, qui sont les densités effectives de ces astres. Cela

revient à dire que, dans la formule (B) qui sert à calculer $\rho_0$, il faut, pour ces deux planètes, attribuer au coefficient $\alpha$H une valeur cinq fois moindre que lorsqu'il s'agit des autres. Or, nous avons défini le coefficient $\alpha$H comme dépendant essentiellement de la nature des substances qui constituaient l'anneau correspondant à chaque planète et du mode de condensation. On est donc encore ramené à cette conclusion : Les planètes inférieures à Jupiter constituent un groupe caractérisé par une densité plus grande ; Jupiter et Saturne forment un autre groupe qui se distingue, non-seulement par sa densité actuelle beaucoup plus faible (ce qui lui est commun avec Uranus et Neptune), mais par une valeur de $\alpha$H cinq fois moindre. Par conséquent, les anneaux dont ils dérivent étaient d'une nature spéciale et notamment d'une moindre densité que les autres anneaux.

36. L'intervalle entre Jupiter et Mars correspond à une modification essentielle de l'atmosphère primitive du Soleil, à un changement dans la nature physique du fluide abandonné par elle en ces régions. Et, comme cette région est précisément celle des astéroïdes, il est naturel d'y rattacher la cause qui a déterminé la formation de ce nombre immense de petits astres, au lieu d'une grosse et unique planète. Nous avons expliqué en effet que le rapport $\frac{M}{\rho a^3}$ s'est trouvé augmenté, en dessous de Jupiter, de manière à rendre impossible l'existence d'une planète sous une figure stable (n° 30). Mais, arrivé à la distance de Mars, le changement en question, consistant en un accroissement de $\rho$, a ramené ce rapport à une valeur assez petite pour que l'équilibre d'une planète fluide redevînt possible.

Remarquons aussi que ce changement de nature des zones abandonnées par le Soleil, s'il n'a pas eu lieu brusquement mais par degrés, a concouru au même résultat, en facilitant la séparation en plusieurs anneaux distincts d'une zone qui, homogène, se serait condensée autour d'un centre unique.

Concluons enfin que, si les durées de rotation des diverses planètes les classent naturellement en deux groupes, étant d'un jour environ pour les petites, d'un demi-jour pour les grosses, cette relation n'est point due au hasard : elle est liée aux densités actuelles de ces corps, mais elle dépend aussi de la densité initiale et de la condensation qu'ils ont subie. Elle

fournit une indication précieuse sur la nature de la nébulosité solaire à ses limites successives, au moment de l'abandon des diverses zones planétaires[1].

## V.

### LOI DES DISTANCES DES PLANÈTES.

37. On n'a pas encore rendu raison de la relation assez régulière qui existe entre les intervalles planétaires. La loi de Bode représentait ces intervalles d'une manière suffisamment exacte avant la découverte de Neptune, dont la distance s'est trouvée beaucoup moindre qu'on ne le prévoyait. J'ai cherché [2] si l'on pourrait modifier la loi de Bode de manière à rétablir l'accord, et j'ai trouvé qu'en effet on peut représenter par une formule peu compliquée, sinon la distance moyenne des planètes, au moins des nombres compris, pour chacune d'elles, entre la plus petite et la plus grande distance au Soleil ; et c'est tout ce que l'on peut désirer. Saigey avait déjà remarqué que ce sont les distances aphélies que la loi de Bode représente le mieux. Quant à l'anomalie offerte par Neptune, nous en indiquerons tout à l'heure une raison plausible.

Ces formules, n'étant qu'empiriques, sont plus curieuses qu'utiles ; elles peuvent cependant conduire à une remarque essentielle. Écrivons d'abord la loi de Bode sous la forme algébrique :

$$4 + 3 \,.\, 2^{n-1}.$$

Pour $n = 1$, on a la distance 7 de Vénus ; pour $n = 2$, la distance 10 de la Terre, etc. Le premier terme 4 est la distance de Mercure. Dans la loi que j'ai proposée, la même forme est conservée, mais généralisée, en prenant :

$$A + Ba^n + B'a^{2n} + \dots, \qquad (1)$$

où $a = 2$ quand il s'agit des planètes.

Ce mode de développement en exponentielles convient aussi, comme on le verra, à la représentation des distances des satellites; il nous paraît signifier

---

[1] Voir *Moniteur scientifique* de Quesneville, 1er juin 1870, pag. 557.

[2] *Note sur la loi de Bode*. Académie des Sciences et Lettres de Montpellier; Procès-verbaux de la section des Sciences, séance du 13 juin 1853.

que *les distances interplanétaires correspondent à des époques équidistantes* dans la durée de la condensation du Soleil.

38. Si l'on appelle $y$ le rayon équatorial de la nébuleuse solaire, ce rayon, variable avec le temps $t$, sera représenté, en vertu de la loi du refroidissement, par une expression telle que :

$$y = a + be^{-rt} + b'e^{-r't} + \ldots . \qquad (2)$$

Attribuer à $n$ une suite de valeurs entières dans (1) revient à exprimer que le rayon $y$ occupe successivement les états de grandeur qui correspondent à une suite de valeurs équidistantes de $t$ dans la formule (2), c'est-à-dire à des époques également espacées.

C'est encore par des expressions analogues que sont représentées la vitesse angulaire $\omega$, et la limite théorique L de l'atmosphère, qui lui est liée par la relation $\omega^2 L^3 =$ const. La marche de la fonction L sera donc :

$$L = \alpha + \beta e^{-st} + \beta' e^{-s't} + \ldots . \qquad (3)$$

Or la condition indispensable pour la production d'un anneau planétaire, c'est que $y$, rayon effectif de la nébuleuse, dépasse la limite théorique L, car alors la couche intermédiaire cesse immédiatement d'appartenir à l'atmosphère. L'abandon des zones équatoriales continue tant que, $y$ et L décroissant simultanément, l'inégalité $y > L$ reste satisfaite. Si $y$ devient égal à L, et puis inférieur, le phénomène cesse, et l'abandon des anneaux est interrompu tant que $y < L$. De sorte que

$$y = L \qquad (4)$$

est en quelque sorte l'équation dont les racines représentent les distances planétaires : ces racines sont les valeurs de $t$ répondant à chaque planète.

En fait, la loi des distances des planètes est donnée assez exactement par l'expression (1), en prenant une ou au plus deux exponentielles. Les développements de $y$ et de L peuvent approximativement être réduits à leurs deux premiers termes : cela revient à dire que les variations de ces éléments décroissent en progression géométrique, quand le temps croît en progression arithmétique.

L'équation (4) se réduit alors à

$$a + be^{-rt} = \alpha + \beta e^{-st} . \qquad (5)$$

La forme de cette équation ne se prête pas à donner pour $t$ une suite de racines correspondant à la série des distances planétaires, du moins tant que l'on considère les coefficients $a, b, \alpha, \beta$ comme des constantes. Mais en réalité ces coefficients varient, ils peuvent même être considérés comme des fonctions périodiques du temps. Dès-lors on reconnaît que l'équation (5) peut bien avoir un nombre illimité de racines, et ces racines elles-mêmes jouir du même caractère de périodicité que les coefficients dont elles dépendent. Nous allons chercher comment on se rend compte *à priori* de l'existence d'une périodicité plus ou moins régulière de L, d'où résultent pour la différence $y - \mathrm{L}$ des valeurs alternativement positives et négatives.

39. *De la périodicité dans l'abandon des anneaux planétaires.* — Si la nébuleuse se condensait d'une manière parfaitement régulière, le décroissement de $y$ et de L serait continu, et de plus L serait constamment inférieur à $y$. Supposons en effet une masse homogène se contractant régulièrement, de telle sorte que, son rayon $y$ diminuant, la densité $\rho = \frac{\mathrm{H}}{y^3}$ croit en raison inverse du volume. Son moment d'inertie est proportionnel à $\rho y^5$; et la vitesse angulaire qui varie en sens opposé est inversement proportionnelle à $y^2$. Quant à L, l'équation $\omega^2 \mathrm{L}^3 = \mathrm{M}$ devient

$$\mathrm{L}^3 = ky^4 .$$

Admettons qu'à un certain moment l'atmosphère s'étende jusqu'à sa limite, et soit alors $y = \mathrm{L} = \mathrm{L}_1$ ; il s'ensuit $1 = k\mathrm{L}_1$ , et par conséquent

$$\mathrm{L}^3 = \frac{1}{\mathrm{L}_1} y^4 .$$

Si donc, à partir de ce moment, $y$ diminue un peu, on aura $\frac{y}{\mathrm{L}_1} < 1$, et L deviendra inférieur à $y$. Ainsi, dans une masse qui se refroidit en restant constamment homogène, $y$ surpasse toujours L, et il y a à chaque instant une zone abandonnée.

Dès-lors, ces zones se suivant sans interruption, il n'y a pas de raison

pour qu'elles se séparent d'elles-mêmes et se disposent en groupes principaux destinés à engendrer de grosses planètes. Il est plus probable qu'elles se résoudront définitivement en astéroïdes.

Ces conditions de régularité ont pu exister aux dernières époques de la condensation du Soleil, après la formation de Mercure; mais, puisqu'elles sont incompatibles avec la production des grosses planètes, elles n'ont pas été généralement réalisées.

40. Outre la contraction régulière qu'une masse nébuleuse éprouve par le refroidissement, il faut encore tenir compte de la condensation par dépôt ou précipitation. Admettons que la condensation commence vers les régions centrales: c'est alors L qui diminue plus rapidement que $y$. Car le résultat du refroidissement des couches internes est un rapprochement vers le centre des parties les plus denses, qui diminue le moment d'inertie du système, augmente la vitesse de rotation, et diminue la limite théorique L, sans influer notablement sur le rayon effectif $y$. A ce moment, $y$—L est positif, une couche superficielle se sépare du Soleil et s'écoule vers l'équateur; la disparition de cette couche favorise le refroidissement des couches sous-jacentes, les dimensions réelles de l'atmosphère diminuent, et $y$ décroît plus rapidement que L, qui est à peine influencé par la disparition de ces couches extérieures d'une densité presque nulle. Ainsi, le refroidissement superficiel peut rendre $y$ inférieur à L.

De la sorte, à une période où $y$ surpasse L en succède une autre où, à l'inverse, L surpassant $y$, le dépôt des zones équatoriales s'arrête immédiatement. Ces alternatives de condensation, s'effectuant d'abord vers le centre, puis à la périphérie, et ainsi de suite, feront prédominer tour à tour la variation de $y$ et celle de L. Chaque fois que $y$ surpassera L, l'abandon d'un anneau équatorial se produira.

Mais ces alternatives deviendront bien plus marquées et plus considérables si nous tenons compte du rôle que jouent, dans la condensation, les courants intérieurs ou traînées elliptiques dont nous avons indiqué l'origine et signalé l'importance.

41. Lorsqu'une couche nébuleuse se déverse à l'équateur, une partie

seulement subsiste sous forme d'anneau et continue à décrire le cercle équatorial ; le reste, par insuffisance de vitesse, rentre dans l'atmosphère, et y pénètre plus ou moins profondément. Par ce rapprochement du centre, le moment d'inertie du système, et par suite L, diminuent. Nous trouvons donc encore que la contraction de la nébuleuse détermine le décroissement de L, à la fois parce que les dimensions réelles diminuent, et parce que la densité augmente dans les régions centrales.

Mais, tandis que le décroissement de $y$ est sensiblement continu, L au contraire varie brusquement et par saccades (*fig.* 7) ; et, bien que, en moyenne, L reste inférieur à $y$, comme il oscille autour de sa valeur moyenne, il peut dépasser $y$, et la différence $y - L$ devenir négative, d'où interruption dans la formation des anneaux de Laplace.

Cela tient à ce que, lorsqu'une condensation s'effectue dans les profondeurs de la nébuleuse, l'accroissement correspondant de $\omega$ se manifeste d'abord sur la région centrale ; et, à cause de l'immensité de la masse, il est très-difficile à l'accélération de se communiquer de couche en couche jusqu'à la surface. L reste donc sensiblement constant, alors que $y$ ne cesse de décroître. Il arrive un moment où L surpasse $y$, et le dépôt des zones équatoriales s'arrête quelque temps, jusqu'à ce que, la vitesse angulaire de la couche superficielle s'étant mise d'accord avec celle des couches inférieures, L diminue brusquement et $y - L$ redevienne positif.

Le même effet tend à se produire par suite du développement de chaleur résultant des pertes de vitesse subies par les traînées elliptiques qui pénètrent à l'intérieur de la nébuleuse. Nous reviendrons plus loin sur les phénomènes thermiques dont la nébuleuse est alors le siége ; il suffit de voir que cette production de chaleur dans la partie centrale aura pour effet un transport, du dedans au dehors, de matières qui en s'élevant perdent de leur vitesse angulaire. Ainsi, pendant que la vitesse s'accélère vers le centre du Soleil, elle diminue ou tout au moins n'augmente pas à la superficie : donc L reste constant à la limite de la nébuleuse. Il en sera ainsi tant que la communication du mouvement, s'effectuant de proche en proche, ne sera pas arrivée jusqu'aux dernières couches ; ou bien jusqu'à ce que les couches supérieures, en se contractant, viennent à rencontrer des couches marchant plus vite, et, se mêlant avec elles, prennent une vitesse commune.

Si l'on réfléchit au degré de petitesse de la densité dans une nébuleuse dilatée au point de s'étendre jusqu'à la distance des diverses planètes, densité comparable par sa ténuité à celle des queues de comètes, on comprendra la peine qu'a cette masse à tourner tout entière d'un mouvement commun, et l'impossibilité pour une accélération de ce mouvement de se transmettre d'un bout à l'autre. Par ces considérations, on voit bien que L ne saurait décroître d'une manière continue.

42. Telle me paraît être l'origine des alternatives qui, en se reproduisant, déterminent la périodicité de L, et celle de $y$ — L. Cette périodicité n'est pas une loi absolument générale, puisque le Soleil a cessé d'y satisfaire en deçà de Mercure, et que les petites planètes, Mars, la Terre, Vénus et Mercure, n'en ont joui à aucune époque. Il est probable que, chez ces planètes, $y$ a constamment surpassé L, et que dans tout le cours de leur condensation l'abandon des zones équatoriales a été continu, ce qui a mis obstacle à la formation de satellites considérables. Et nous n'exceptons pas la Terre : car son satellite a une origine distincte, ayant pris naissance dans le sein même de la nébuleuse terrestre, et non par la réunion et la condensation d'anneaux déjà abandonnés.

La périodicité de L, quelle qu'en soit la cause, s'est donc manifestée pendant une partie notable de la condensation du Soleil et des grosses planètes. Combinée avec le décroissement continuel et en progression géométrique des dimensions de la nébuleuse solaire, elle explique la loi des distances planétaires. La diminution de $y$, conformément aux lois du refroidissement, a introduit la forme exponentielle qui caractérise la loi de Bode et les formules analogues pour les satellites. Ces diverses formules indiquent l'existence de corps planétaires aux distances qui correspondent à des valeurs entières de l'indice $n$ ; et comme cet indice correspond au temps $t$ dans la loi du décroissement de $y$, nous sommes autorisé à penser que l'abandon des anneaux planétaires s'est produit à des intervalles de temps égaux : les distances planétaires répondent à des époques équidistantes dans l'histoire du refroidissement de la nébuleuse.

43. Nous avons dit, en commençant ce chapitre, que la loi de Bode

n'est guère en défaut que pour les deux planètes extrêmes dans l'ordre de formation, Mercure et Neptune. Encore peut-on trouver, pour cette dernière, une explication tirée du rapport simple qui existe entre le temps périodique de cette planète et celui d'Uranus, qui en est la moitié. On va voir, dans l'étude des satellites, que ces rapports simples ont toujours eu une tendance à se produire. On dirait qu'ils ont aidé à la formation des astres entre lesquels de pareilles relations existaient à peu près, ou étaient susceptibles de se réaliser. Il est donc naturel de supposer que la zone qui devait donner naissance à Neptune, et celle d'Uranus, ayant coexisté, se sont influencées et troublées mutuellement; et ces anneaux seuls ont subsisté dont les vitesses angulaires respectives étaient sensiblement comme 1 : 2. Ce rapport établi peu à peu entre les anneaux persiste aujourd'hui entre les durées de révolution des planètes qui en sont issues.

44. *Distances des satellites à leur planète.* — Lorsqu'on examine attentivement le tableau de ces distances, on y reconnait une régularité qui permet de les lier entre elles à l'aide de progressions analogues à celles des planètes. Ainsi, pour Jupiter, la formule

$$3 + 3.2^{n-1}$$

donne, pour $n = 1, 2, 3, 4$, les nombres 6, 9, 15, 27. Ce sont les distances des satellites de Jupiter, sauf des différences insignifiantes dans ce genre de recherches.

45. Il est plus difficile de reconnaître une loi chez les satellites de Saturne. En voici pourtant une que j'ai indiquée en 1847, dans un Mémoire présénté à l'Académie des Sciences [1]. Elle consiste à remplacer dans la formule des planètes les puissances successives de 2 par celles de $\sqrt{2}$. Si l'on prend

$$d = 1,5 + 1,4\,(\sqrt{2})^n\ ,$$

on trouve, pour les diverses valeurs de $n$,

---

[1] *Note sur la loi de Bode.* 1853. — *Note sur la distance des satellites.* (Académie des Sciences et Lettres de Montpellier; Procès-verbaux de la section des Sciences, séance du 13 juillet 1854.)

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n =$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| $d =$ | 3,5 | 4,3 | 5,4 | 7,1 | 9,4 | 12,6 | 17,2 | 23,8 | 33 | 46 | 64,5 |
| | 3,5 | 4,3 | 5,3 | 6,8 | 9,5 | » | » | 22,8 | 27 | » | 64,4 |

Comparant ces nombres aux distances des satellites, qui sont écrites au-dessous, nous remarquons que les distances des sept satellites anciennement connus sont très-convenablement représentées ; seulement il y a des lacunes, c'est-à-dire des termes de la série auxquels ne correspond aucun astre visible. Quant à l'anneau de Saturne, on observe qu'il occupe l'intervalle compris entre $n = 0$, qui donne 2,9, et $n = -\infty$, d'où 1,5.

Depuis l'époque où j'indiquai cette loi, un huitième satellite, découvert par M. Bond et M. Lassell, est venu remplir une des lacunes ; mais sa distance 27 s'écarte assez de la distance calculée 33. Il se peut que les autres lacunes soient occupées par des satellites encore à découvrir, ou que leur petitesse nous dérobera toujours.

Mais voici une remarque qui peut rendre compte de l'absence de quelques termes dans la série des satellites ou de leur écart par rapport à la position normale. Les satellites observés sont précisément ceux dont les durées de révolution présentent des relations simples. Ainsi, la période du troisième satellite est double de celle du premier, et la période du quatrième double de celle du deuxième. La période du huitième est quintuple de celle du sixième , et la période du septième (découvert en 1848) est aussi quintuple de celle du cinquième.

46. Les anneaux, ou l'ensemble des courants elliptiques qui constituent une zone, forment un système instable qui tend, ou vers la destruction ou vers un arrangement différent, lequel peut être un nouvel anneau ou bien un sphéroïde planétaire. Les seuls arrangements présentant des garanties de durée paraissent être ceux qui réalisent les rapports numériques dont il s'agit. Ceux-là subsisteront, et vers eux s'accumulera la substance de ceux qui disparaissent : d'où production d'astres à masse considérable dans ces régions privilégiées. C'est aussi à peu près de cette manière que Laplace explique l'établissement du rapport simple qui existe entre les moyens mouvements des satellites de Jupiter.

Les mêmes raisonnements justifient notre supposition (n° 43) que la place de Neptune, bien en deçà de celle que lui assignerait la loi de Bode, tient à ce que la condensation des anneaux correspondants à Neptune et à Uranus s'est opérée de façon à réaliser entre leurs révolutions le rapport de 1 à 2. Loin d'être un effet du hasard, c'est ce rapport qui a fixé les positions respectives des deux astres. Sous leur influence réciproque, les anneaux dont les révolutions n'étaient pas en rapport simple se sont détruits ou modifiés, et les autres se sont respectivement groupés aux distances moyennes 192 et 300, qui répondent à des périodes de 84 et 168 ans. Tous les groupes de satellites offrent des relations de ce genre, qu'on doit regarder comme liées aux conditions d'existence de ces astres et ayant même favorisé leur développement.

47. Si l'on voulait pousser plus loin la recherche des analogies numériques dans le système solaire, on remarquerait que, en comptant la distance de chaque planète à partir de Mercure, ce qui revient à supprimer le premier terme de la formule, les intervalles planétaires sont représentés par

$$3.2^{n-1}$$

qui représente aussi les distances des satellites de Jupiter au plus récent d'entre eux.

Pour le système Saturnien, les distances au centre sont exprimées approximativement par

$$1 + (\sqrt{2})^{n+1},$$

le rayon de la planète étant pris pour unité. Ce qui est digne d'attention, c'est le facteur $\sqrt{2}$, raison de la progression des satellites de Saturne, au lieu de 2, raison de la progression planétaire et de celle du système de Jupiter. Nous n'insisterons pas sur ces particularités, qui pourraient cependant se rattacher à quelque loi physique encore ignorée.

48. *De l'intervalle occupé par les satellites.* — Les formules que nous venons d'indiquer sont utilisées surtout comme procédé mnémonique; elles ont l'inconvénient de donner un nombre illimité de termes, et de ne pas indiquer lequel de ces termes répond au premier satellite, lequel au der-

nier. J'ai cherché [1] s'il n'existait pas pour chaque planète quelque loi relative à l'intervalle qu'occupent les satellites; en d'autres termes, si la distance du satellite le plus voisin et celle du plus éloigné ne sont pas en relation avec les éléments de leur planète.

Pour ce qui est d'une *limite supérieure* de ces distances, nous avons indiqué (n° 22) le principe qui peut servir à la poser. L'atmosphère d'une planète, dans son état initial, sous l'action de la force centrifuge et de l'attraction solaire, prend la figure d'un sphéroïde allongé suivant la direction du Soleil. La différence $R' - R''$ des deux axes équatoriaux dépend de divers éléments, mais elle diminue à mesure que la rotation devient plus rapide. Ayant calculé (n° 25), pour les diverses planètes, ce qu'était cette différence au moment où la nébulosité planétaire s'étendait jusqu'à l'orbe du satellite le plus éloigné, nous avons trouvé que ces valeurs de $\Omega$ sont fort petites; et, par une coïncidence remarquable, elles sont presque égales ou du moins du même ordre de grandeur. J'en ai conclu qu'il n'a pu se former de satellites tant que $\Omega$ est resté supérieur à une certaine quantité.

49. Cette induction étant admise, on aura une limite supérieure de la distance des satellites en cherchant la valeur de $R'$ qui rend $\Omega$ égal à la plus grande valeur que nous avons trouvée pour cette différence, celle qui convient à Saturne : c'est 4,5 rayons terrestres.

Le calcul a été fait au n° 27. Pour les petites planètes, ces valeurs de $R'$ sont :

| Mercure. | Vénus. | La Terre. | Mars. |
|---|---|---|---|
| 55 | 53 | 64 | 98 |

Voici, pour les grosses planètes, ces distances limites comparées à la position des satellites les plus éloignés :

| Jupiter. | Saturne. | Uranus. | Neptune. |
|---|---|---|---|
| 49 | 64,4 | 155 | 200 |
| 27 | 64,4 | 91 | 15 |

Pour Saturne, les deux nombres coïncident, comme cela devait être. Pour

[1] *Note sur la distance des satellites.* 1854.

Jupiter et Uranus, la différence atteint à peine l'intervalle de deux satellites consécutifs. Mais, pour Neptune, l'espace où l'on peut espérer de lui découvrir des satellites est fort considérable.

50. On obtient une *limite inférieure* de la distance des satellites en remarquant que le Soleil ne possède pas de planète, ni aucune planète de satellites, en deçà de la limite actuelle de l'atmosphère théorique, c'est-à-dire de la distance X, où la force centrifuge équilibre aujourd'hui la gravité. Pour le Soleil, c'est 0,17 ; or la planète la plus voisine, Mercure, est à la distance plus que double 0,39.

Quant aux planètes qui ont des satellites, la 3e loi de Képler fait connaître immédiatement la distance où devrait se trouver un satellite pour que sa révolution égalât la durée actuelle de rotation de la planète, savoir $0^j,997$ pour la Terre, $0^j,413$ pour Jupiter, $0^j,437$ pour Saturne. Exprimant ensuite ces distances en rayons de la planète, on trouve pour X :

| La Terre. | Jupiter. | Saturne. |
|---|---|---|
| 6,6 | 2,29 | 1,99 |

Ces nombres sont trop inférieurs aux distances des satellites pour constituer une limite utile à considérer.

Substituons à ces nombres leurs carrés $X^2$, nous obtiendrons des résultats beaucoup moins différents de la distance du satellite le plus voisin. Les voici, mis en regard :

| | | |
|---|---|---|
| 44 | 5,26 | 3,96 |
| 60 | 6,05 | 3,35 |

Ce sont ces carrés que nous adopterons comme représentant empiriquement la limite inférieure des distances des satellites.

Ces limites inférieures, calculées pour toutes les planètes et comparées aux limites supérieures obtenues dans les nos précédents, fournissent le tableau suivant, pour les petites planètes :

| Mercure. | Vénus. | La Terre. | Mars. |
|---|---|---|---|
| 51 | 40 | 44 | 44 |
| 55 | 53 | 64 | 98 |

et pour les grosses planètes :

| Jupiter. | Saturne. | Uranus. | Neptune. |
|---|---|---|---|
| 5,3 | 3,9 | » | » |
| 48,6 | 64,4 | 155 | 200 |

Tels sont les intervalles que les satellites ont pu occuper. Leur examen suggérerait diverses remarques sur lesquelles nous n'insisterons pas ; il nous suffit d'avoir signalé cet ordre d'idées faciles à développer.

51. La limite inférieure dont nous venons de parler n'a pu être calculée pour Uranus et Neptune, la durée de leur rotation n'étant pas connue. Mais on peut traiter la question en sens inverse, et admettre *à priori*, par analogie avec Jupiter et Saturne, que $X^2$ diffère peu de la distance du satellite le plus voisin. X une fois connu, la durée de rotation s'ensuivra.

Considérons d'abord Uranus. Le premier satellite (reconnu par Lassell) est à la distance de 7,44 rayons de la planète, avec une période de $2^j,52$. Nous poserons donc $X^2 = 7,44$, d'où $X = 2,73$ ; on en conclut $t = 0^j,6$ pour la rotation d'Uranus.

Quant à Neptune, on ne lui connaît positivement qu'un satellite, dont la période est $5^j,9$, et la distance 13,1 rayons ; ce dernier nombre est du reste peu précis, à raison de l'incertitude du diamètre de la planète. Posons $X^2 = 13,1$, d'où $X = 3,6$, et $t = 0^j,7$. La durée de rotation de Neptune serait donc de $0^j,7$. De ces considérations empiriques, mais assez plausibles, il résulte que les quatre grosses planètes tournent sur elles-mêmes à peu près dans le même temps, et que ce temps diffère peu d'un demi-jour.

## VI.

### DE L'ORIGINE DE LA LUNE.

52. Parmi les planètes inférieures à Jupiter, la Terre seule possède un satellite. Les analogies développées au chapitre précédent semblent indiquer pourquoi les circonstances propres à la production de ces astres secondaires ne se sont pas rencontrées chez les petites planètes : l'intervalle qu'ils pourraient occuper, tel qu'on l'a calculé au n° 50, est en effet bien restreint.

S'il s'en est formé, c'est dans des conditions autres que celles qui ont donné aux grosses planètes de nombreux satellites; aussi la Lune se présente-t-elle à divers points de vue comme un satellite exceptionnel. Elle se distingue par la grandeur de ses dimensions et de sa masse comparées à celles de la Terre, par l'excentricité de son orbite, surtout par sa distance à la Terre. Saturne et peut-être Uranus en ont un aussi éloigné, comparativement au rayon de la planète, mais c'est alors le dernier d'une série de satellites. Ici le satellite est unique : si la Terre en a d'autres, ils sont très-petits, et appartiennent à un anneau secondaire formé de ces corps dont les débris, tombant quelquefois sur notre globe, prennent le nom d'aérolithes.

La grande distance de la Lune (60 rayons terrestres) a été considérée par quelques personnes comme une objection à la théorie de Laplace. Car la première condition imposée par cette théorie, c'est qu'à une certaine époque la nébuleuse terrestre se soit étendue au-delà de la Lune. L'atmosphère de la Terre a dû atteindre cette distance au moment où sa durée de rotation était de $27^j,5$, durée de la révolution lunaire. Ayant alors abandonné la Lune, elle s'est contractée peu à peu, en même temps que la durée de la rotation diminuait jusqu'à devenir égale à un jour.

Or, si l'on veut calculer la plus grande distance où ait jamais atteint l'atmosphère terrestre, et si l'on procède comme l'a fait Laplace (*Système du monde*, liv. IV, chap. X) dans une question analogue (quand il cherche la limite de l'atmosphère lunaire), on trouve que cette distance serait les trois quarts seulement de la distance de la Terre à la Lune. Il serait donc faux que l'atmosphère de la Terre se fût jamais étendue jusqu'à la Lune. Voici comment j'ai levé cette difficulté [1].

53. « La limite de l'atmosphère de la Lune, dit Laplace, est au point où la force centrifuge due au mouvement de rotation, jointe à la force attractive de la Terre, est en équilibre avec l'attraction du satellite. » Mais il y a une précaution à prendre qui a échappé à Laplace : il faut dans ce calcul distinguer entre la pesanteur *absolue* vers la Lune, et la pesanteur *relative*. L'at-

---

[1] *Note sur la théorie des atmosphères.* 1851. — *Mémoire sur la figure des atmosphères des corps célestes*, n° 45. 1854.

mosphère lunaire se termine forcément à la distance où la pesanteur vers la Lune est égale à zéro, puisqu'au-delà toute molécule atmosphérique, au lieu de peser vers la Lune, pèse vers la Terre, et doit ainsi s'écarter du satellite et cesser de lui appartenir. Seulement, c'est ici une pesanteur relative, je veux dire qui résulte de la différence entre l'action de la Terre sur la molécule et son action sur le centre de la Lune : en effet, la différence de ces attractions détermine réellement la tendance de la molécule vers le centre, tandis que leur partie commune imprime au système un mouvement commun, sans modifier en rien la forme de l'atmosphère.

Telle est la vraie manière d'opérer : on trouve ainsi que la limite de l'atmosphère lunaire à l'équateur est à un sixième environ de la distance de la Lune à la Terre, tandis que la marche suivie par Laplace lui donne un dixième seulement.

54. De même, en appliquant notre remarque à l'atmosphère de la Terre, limitée par l'attraction du Soleil et par la force centrifuge, on est conduit à poser l'équation

$$\frac{m}{D^2} = \frac{M}{(a-D)^2} - \frac{M}{a^2} + \frac{4\pi^2 D}{t^2}\,; \qquad (1)$$

en appelant $m$, M les masses de la Terre et du Soleil, $a$ leur distance, D la distance limite demandée, $t$ la durée de la rotation de l'atmosphère terrestre à l'époque pour laquelle on calcule D. Laplace néglige à tort le terme $-\frac{M}{a^2}$, et il écrit simplement

$$\frac{m}{D^2} = \frac{M}{(a-D)^2} + \frac{4\pi^2 D}{t^2}\,. \qquad (2)$$

Partons de l'équation exacte, et posons, comme nous l'avons fait au nº 20,

$$m = \mu M\,, \qquad T^2 = \gamma t^2\,,$$

T étant la durée de révolution de $m$ autour de M. A cause de

$$\frac{4\pi^2 a^3}{T^2} = M + m\,,$$

l'équation se ramène aisément à

$$\frac{(2a-D)\,D^3}{a^2(a-D)^2} = \mu - \gamma(1+\mu)\,\frac{D^3}{a^3}\,.$$

Comme $\frac{D}{a}$ sera toujours fort petit, on peut réduire le premier membre à $\frac{2D^3}{a^3}$ ; d'où résulte

$$D = a \sqrt[3]{\frac{\mu}{2+\gamma(1+\mu)}}, \qquad (3)$$

et plus simplement, à cause de la petitesse de $\mu$,

$$D = a \sqrt[3]{\frac{\mu}{2+\gamma}}. \qquad (4)$$

Cette formule détermine, pour toute valeur de $\gamma$, la limite d'une atmosphère, dans le sens du corps troublant : c'est ce que plus haut (n° 20) nous avons appelé R'.

55. Si la vitesse de rotation d'une planète, caractérisée par les valeurs de $\mu$ et $a$, a augmenté par degrés depuis zéro jusqu'à sa valeur actuelle, $\gamma$ a augmenté en même temps, et D a diminué, depuis

$$D = a \sqrt[3]{\frac{\mu}{2}}, \qquad (5)$$

qui répond à $\gamma = 0$. C'est la plus grande distance à laquelle on puisse admettre que l'atmosphère d'une planète se soit jamais étendue.

Lorsque la rotation était égale à la translation, ce qui a eu lieu probablement à l'origine de la nébuleuse planétaire, on avait $\gamma = 1$, et

$$D = a \sqrt[3]{\frac{\mu}{3}}. \qquad (6)$$

Appliquons cette dernière formule à la Terre, pour laquelle $\frac{1}{\mu} = 325\,000$, $a = 23\,300$ : nous trouvons D = 237 rayons terrestres, ou quatre fois la distance de la Terre à la Lune. L'atmosphère terrestre englobait alors l'orbite lunaire et s'étendait bien au-delà.

Les formules du n° 18, qui se rapportent à l'hypothèse $\gamma = 1$, indiquent qu'à ce moment l'atmosphère de la Terre avait les dimensions suivantes :

$$R' = 237, \qquad R'' = 158, \qquad R = 151;$$

ou, en prenant pour unité la distance de la Lune,

$$R' = 3,95\,, \qquad R'' = 2,63\,, \qquad R = 2,52\,.$$

Quant à l'équation inexacte (2), transformée de la même manière, elle devient

$$\frac{D^2}{(a-D)^2} = \mu - \gamma(1+\mu)\,\frac{D^3}{a^3}\,,$$

qu'on peut réduire à

$$\frac{D}{a} = \sqrt{\mu - (2+\gamma)\mu\sqrt{\mu}}\,, \qquad (7)$$

et même approximativement à

$$D = a\sqrt{\mu}\,. \qquad (8)$$

Dans le cas de la Terre, elle donne $D = 41$, ou les deux tiers seulement de la distance lunaire. La nébuleuse terrestre n'aurait donc jamais pu s'étendre à la Lune : ce satellite échapperait d'une manière absolue à l'hypothèse de Laplace sur la formation des satellites aux dépens de leur planète.

56. En substituant à cette équation incorrecte la considération de la pesanteur relative, nous reconnaissons au contraire que notre planète a pu envelopper la Lune dans son atmosphère, et toute difficulté disparaît. Depuis l'époque où la rotation de la Terre s'exécutait en un temps égal à sa révolution, cette rotation s'est accélérée par degrés. Au moment où elle s'est trouvée égale à $t = 27^j,3$, d'où $\frac{T}{t} = 13,36$ et $\gamma = 178,5$, on avait $D = 60$ rayons. C'est vers cette distance que s'est formée la Lune. L'atmosphère terrestre présentait alors la forme d'un sphéroïde à axes inégaux : le plus grand, dirigé vers le Soleil, était environ

$$R' = 60.$$

L'axe moyen perpendiculaire à celui-ci, calculé au moyen de l'équation en $w'$ du n° 20, qui donne $w = 0,932$, était

$$R'' = 56.$$

Enfin l'équation en $v$ du même n° donne $v = 0,666$ ; d'où l'axe des pôles

$$R = 40.$$

Cela veut dire que, tandis que la Terre tournait sur elle-même en $27^{j},3$, son atmosphère était très-aplatie vers les pôles; mais elle était de plus soumise à une marée ayant pour effet de l'allonger constamment dans le sens du diamètre dirigé vers le Soleil, et de la rétrécir dans le sens perpendiculaire. La période de cette marée est $13^{j},7$; sa grandeur, mesurée par la différence $R' - R''$, est de quatre rayons terrestres, soit un dixième du rayon polaire. Sous l'influence de cette énorme marée, non-seulement la nébuleuse terrestre ne saurait être assimilée à un sphéroïde de révolution, mais elle se trouve, surtout à l'équateur, dans un état continuel de déformation.

57. On se demande comment une atmosphère ainsi troublée a pu donner naissance à la Lune. Dans les circonstances que nous venons de décrire, on ne saurait concevoir un dépôt régulier d'anneaux circulaires suivant le plan de l'équateur terrestre, soit au dehors, soit au dedans de l'atmosphère. Nous avons déjà signalé au n° 22 cette difficulté, et reconnu l'impossibilité de grands anneaux autour d'une nébuleuse où la marée solaire n'est pas devenue à peu près insensible, parce que l'écoulement du fluide en excès, loin de s'opérer sur tout le contour de l'équateur, n'a lieu que par les deux sommets du grand axe.

S'il y a du fluide abandonné, il se distribuera en amas distincts et isolés, pouvant ultérieurement se transformer en astéroïdes, petits satellites de la Terre irrégulièrement dispersés, destinés à nous rester inconnus si des perturbations exceptionnelles ne les amènent à rencontrer la Terre sous forme d'aérolithes.

D'autres parties du fluide délaissé par l'atmosphère y rentreront, parce que leur vitesse est insuffisante comme émanant des régions polaires. Ou bien ces nébulosités iront se perdre et se dissoudre à l'intérieur de la nébuleuse, ou bien, s'accumulant en divers points, elles s'y condenseront en noyaux discontinus, pour être abandonnés plus tard, lors du retrait de l'atmosphère qui les enveloppe.

58. *Formation de la Lune à l'intérieur de la nébuleuse terrestre.* — Il a pu arriver aussi exceptionnellement, et telle est l'origine probable de la Lune, qu'un amas de vapeurs déjà refroidies s'étant formé au dedans

de la nébuleuse terrestre, dans la région équatoriale et à une certaine profondeur, cet amas soit devenu un centre de condensation autour duquel se sont groupés d'autres amas semblables. De cette agglomération est résultée, dans l'atmosphère même de la Terre, une nouvelle nébuleuse, origine de la Lune.

Cette nébuleuse a nécessairement participé, dès le début, à la circulation du fluide atmosphérique dans lequel elle nageait, pour ainsi dire; elle a dû prendre et conserver aussi un mouvement de rotation, égal à son mouvement de translation, autour d'un axe parallèle à l'axe de rotation de l'atmosphère.

Le noyau lunaire grossit peu à peu par la condensation des matières voisines, et par cela même il tend à devenir indépendant du fluide atmosphérique qui l'enveloppe et l'entraîne avec lui : car sa densité augmente, et son adhésion au fluide environnant diminue de plus en plus. Pendant ce temps, le système entier continue à se contracter ; et lorsque dans son mouvement de retrait la limite théorique L arrive au noyau, celui-ci se détache de l'atmosphère au lieu de la suivre, et continue désormais son mouvement en toute liberté.

Il est facile de prévoir à quel moment de la révolution lunaire s'effectuera cette séparation du noyau et de l'atmosphère. Ce sera lors d'une syzygie: car le satellite S est alors le plus possible dans la direction OY du Soleil (*fig.* 8), et le grand axe $OA = R'$ de la nébuleuse terrestre coïncide lui-même avec cette direction, de sorte que la Lune est plongée dans le ménisque dû à la marée solaire. Supposons qu'à cet instant la limite atmosphérique L soit en A, et par conséquent atteigne presque en S ; comme le système entier tourne autour de l'axe terrestre O (perpendiculaire au plan de la figure), au bout de peu de temps il arrivera que, la direction OS' de la Lune ayant changé, le rayon atmosphérique OA' correspondant à cette nouvelle direction sera moindre que OA et pourra même être inférieur à OS. Puisque le noyau lunaire n'a plus avec le fluide assez d'adhérence pour être obligé de le suivre, il restera en dehors de l'atmosphère, et sa rupture avec elle sera accomplie.

Ainsi se trouve rattachée la formation de la Lune aux deux points sur lesquels nous insistons particulièrement: 1° écoulement à l'intérieur de

l'atmosphère d'une partie du fluide qu'elle délaisse, et possibilité d'une condensation s'effectuant dans cette atmosphère ; 2° influence du Soleil sur la nébuleuse planétaire, déterminant une marée ou allongement de la surface suivant le rayon solaire.

59. Ces déductions de notre théorie sont d'accord avec les conclusions d'un savant Mémoire [1] publié en 1869 par M. Charles Simon. L'auteur s'est proposé de déterminer les conditions initiales auxquelles la Lune a dû satisfaire pour que son mouvement de rotation devînt tel que nous l'observons. Ce mouvement présente deux particularités bien remarquables : la vitesse de rotation est constamment égale à la moyenne vitesse de révolution, et en outre le nœud ascendant de l'équateur coïncide avec le nœud descendant de l'orbite. Ces deux lois ont dû être réalisées dans l'état initial, mais elles doivent de plus être permanentes, c'est-à-dire qu'une fois établies il faut qu'elles se maintiennent indéfiniment.

La première loi exige seulement que cette égalité des deux mouvements ait eu lieu à l'origine, et pour cela que le grand axe du sphéroïde lunaire fût alors dirigé vers la Terre. Or, cet allongement du sphéroïde est une conséquence naturelle de sa fluidité ; de là une tendance du satellite à tourner constamment les mêmes points de sa surface vers le centre de la planète. Le renflement une fois établi, l'action de la Terre a produit une légère oscillation du grand axe, et finalement l'égalité absolue des deux mouvements.

La seconde loi, plus difficile à réaliser, exige que, au moment où les nœuds ont commencé à coïncider, l'inclinaison de l'orbite ait satisfait à une certaine équation, sans quoi cette inclinaison et la direction des nœuds subiraient aujourd'hui une oscillation que les observations n'indiquent pas.

60. Après avoir défini les conditions nécessaires pour assurer les deux lois de la rotation lunaire, M. Simon cherche comment elles ont pu être satisfaites, et il trouve qu'elles l'ont été complètement si les choses se sont passées de la manière suivante.

---

[1] *Mémoire sur la rotation de la Lune.* (*Annales scientifiques de l'École normale*, tom. VI.)

Dans la nébuleuse terrestre, à une époque où l'inclinaison de son équateur sur le plan de l'écliptique était fort petite, un noyau s'est formé au voisinage de l'équateur (*fig.* 9), mais un peu en dehors des deux tropiques *tt, t't'*. Il est resté quelque temps plongé dans l'atmosphère, entraîné par elle et la suivant dans tous ses mouvements. A mesure que, par l'agglomération dont il a été le centre, et par sa condensation croissante, ce noyau a augmenté de masse et de densité, sa cohésion avec le fluide enveloppant a diminué, si bien qu'il lui est devenu comme étranger. Et ce fluide continuant à se contracter, il s'en est détaché, a cessé de le suivre, et a commencé à décrire autour du foyer O une orbite indépendante, déterminée par sa gravité et par la vitesse qu'il possédait au moment de la séparation.

Or, pour que, à ce moment, la coïncidence des nœuds ait été réalisée, et en même temps l'équation de condition qui devait en assurer le maintien, il suffit, d'après M. Simon, que la rupture ait eu lieu lorsque le Soleil se trouvait aussi près que possible du zénith ou du nadir de la Lune, c'est-à-dire au moment de l'une des syzygies et dans le voisinage de l'un des solstices : le noyau lunaire étant par exemple en S (*fig.* 9), et le Soleil sur la droite YY', d'un côté ou de l'autre indifféremment. C'est juste le moment où la Lune se trouvait le plus rapprochée du ménisque de la marée solaire, et où notre théorie (n° 58) faisait prévoir qu'en effet la Lune abandonnerait l'atmosphère terrestre.

Nous n'insisterons pas davantage, renvoyant pour plus de détails au beau travail de M. Ch. Simon, que nous aurons encore occasion de rappeler. Le point essentiel était de montrer comment l'étude directe du mouvement de la Lune, abstraction faite de tout système cosmogonique, amène nécessairement à rattacher l'origine de ce satellite à l'hypothèse de Laplace, et n'y introduit d'autres modifications que celles que nous avons nous-même proposées : condensation à l'intérieur de la nébuleuse, et influence de la marée solaire.

61. *De l'excentricité de l'orbe lunaire.* — Reprenons la *fig.* 8, qui représente l'équateur de la nébuleuse terrestre. Puisque le demi-grand axe OA a été supposé égal à la limite théorique L, l'orbite que la Lune S se met à décrire autour de la Terre, au moment de sa séparation, sera à peu près,

mais non pas exactement, circulaire. Son excentricité résulte de cette circonstance que, au point A la force centrifuge, jointe à l'attraction solaire, équilibre la pesanteur vers le centre O. Au point S, *à fortiori*, la force centrifuge est moindre que la pesanteur, de sorte que S (ou plus exactement le point où la Lune abandonnera l'atmosphère) sera l'*apogée lunaire*. A partir de ce point, le satellite devenu libre se rapproche de la planète.

Nous conclurons de là que la séparation de la Lune avec la nébuleuse terrestre s'est accomplie lorsque OS égalait environ 63 rayons, et non pas 60, comme nous l'avions admis jusqu'ici, en nombre rond. Supposons d'abord que le point de départ de la Lune soit en A (*fig.* 8), de sorte que $OA = OS = 63$. Ce point correspondant à l'apogée, le demi-grand axe sera moindre ; cherchons quelle sera l'excentricité. Si l'on calcule, pour cette position, l'influence du Soleil sur la Lune, et si on la compare à l'attraction terrestre, on trouve qu'elle en est $\frac{1}{80}$ à peu près. Donc, au moment où la Lune s'est trouvée libre, le carré de sa vitesse était les $\frac{79}{80}$ de ce qu'il aurait dû être pour lui faire décrire un cercle autour de O. D'après la théorie du n° 10, cette orbite sera une ellipse de foyer O, l'apogée en A, et l'excentricité $e = 1 - h^2 = \frac{1}{80}$.

Ne supposons plus maintenant que le point de départ S de la Lune se confonde avec le point A ; et, par exemple, OS étant toujours égal à 63, admettons que la limite $OA = L = 64$. A cette distance correspond une durée de révolution égale à $29^j,9$, d'où $\gamma = \frac{T^2}{t^2} = 149$. Les formules du n° 20 donnent alors $v = 0,666$, $w = 0,921$, d'où, en nombres entiers,

$$R' = 64, \qquad R'' = 59, \qquad R = 43.$$

Tels étaient les axes du sphéroïde ou de l'atmosphère terrestre lorsque la Lune, placée en S, s'en est détachée.

La limite théorique de l'atmosphère étant en A, la vitesse en ce point est $\sqrt{\frac{M}{64}}$. Jusqu'au moment de la séparation, la Lune participe au mouvement commun de rotation, dont la vitesse en S est $\frac{63}{64}\sqrt{\frac{M}{64}}$. D'ailleurs, pour

que S décrive un cercle autour de O, il faudrait que sa vitesse initiale fût $\sqrt{\frac{M}{63}}$. La vitesse effective est donc insuffisante : son rapport à la précédente est

$$h = \frac{63\sqrt{63}}{64\sqrt{64}}, \quad \text{d'où} \quad h^2 = 0{,}954;$$

$e = 1 - h^2 = 0{,}046$. Le satellite décrira une ellipse ayant son apogée en S et une excentricité de $\frac{1}{22}$.

Ce nombre diffère peu de l'excentricité réelle, qui est $\frac{1}{18}$, et il serait facile de choisir la position initiale du point S, de manière à la retrouver exactement. Mais, comme cet élément de l'orbite a pu varier depuis l'origine, il serait illusoire de rechercher ici une plus grande concordance entre la théorie et les données de l'observation. En effet, bien que sortie de la nébuleuse, la Lune a encore traversé plusieurs fois des portions du fluide atmosphérique dont la résistance a eu pour résultat d'augmenter la vitesse et de diminuer le grand axe. Contentons-nous d'avoir montré la cause de la grande excentricité de l'ellipse lunaire : elle tient à ce que le satellite s'est formé à l'intérieur du ménisque résultant de la marée solaire, un peu en deçà de la limite L, et à ce que son point de départ S a coïncidé avec l'apogée de l'orbite.

## VII.

### DE L'ANNEAU DE SATURNE.

62. Ce corps, unique dans le système solaire, est considéré par Laplace comme une preuve encore subsistante, un témoin des phases par lesquelles ont passé les zones délaissées par le Soleil, avant de se transformer en planètes. Plusieurs questions d'un haut intérêt se posent d'elles-mêmes à l'occasion de ce singulier appendice de la planète Saturne.

Pourquoi la nébulosité qui a formé l'anneau ne s'est-elle pas agglomérée en un sphéroïde pareil à tous les satellites ? — Quelle est la constitution de l'anneau, l'état de la matière qui le compose ? — Comment expliquer la

distance si faible qui le sépare de Saturne, anomalie sans exemple chez les autres planètes ?— Enfin, quelle est l'origine de l'anneau?

63. *De l'impossibilité d'un satellite à la distance où est l'anneau.* — Cette impossibilité résulte des considérations indiquées au chap. III de cet Essai, pour expliquer l'absence d'une grosse planète dans la région qui sépare Mars de Jupiter. Il n'est pas toujours possible à un fluide homogène de se maintenir en équilibre sous la forme d'un ellipsoïde. En particulier, s'il s'agit d'un satellite, c'est-à-dire d'une masse circulant autour d'un corps central, en un temps égal à celui de sa rotation autour d'un axe perpendiculaire au plan de l'orbite, il se présente un problème intéressant, traité dans mon *Mémoire sur la figure d'une masse fluide soumise à l'attraction d'un point éloigné* [1].

Parmi les figures qui dans ces conditions peuvent convenir à l'équilibre, il en est deux qui sont allongées suivant le rayon vecteur de la planète, et deux autres allongées suivant une perpendiculaire à ce rayon, menée dans le plan de l'orbite ; l'équilibre de ces dernières ne saurait être qu'instable, et nous n'en dirons rien ici. Lorsque la vitesse angulaire de la masse fluide est inférieure à une certaine limite, l'un des deux premiers ellipsoïdes diffère peu d'une sphère, l'autre est une sorte d'aiguille allongée vers la planète. La vitesse augmentant, ces figures se rapprochent : l'aplatissement de la première croît, l'allongement de la seconde diminue. Elles coïncident quand la vitesse atteint la limite dont on vient de parler ; au-delà, ces figures n'existent plus.

Si le satellite est très-petit relativement à sa planète, la condition pour l'existence des figures stables s'écrit :

$$\frac{\omega^2}{2\pi\rho} < 0,046,$$

$\omega$ désignant la vitesse angulaire, $\rho$ la densité du fluide. Mais, de l'égalité entre les deux mouvements de rotation et de translation sur une ellipse d'axe $2a$, il résulte :

[1] *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, séance du 18 juin 1849.

$$\omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{M(1+\mu)}{a^3},$$

$\mu$ étant la masse du satellite comparée à celle M de la planète. Et comme ce rapport $\mu$ est très-petit,

$$\frac{M}{2\pi\rho a^3} < 0,046,$$

Remplaçons M par $\frac{4}{3}\pi r^3 \delta$, $r$ et $\delta$ étant le rayon et la densité moyenne de la planète, l'inégalité devient

$$\frac{a}{r} > 2,44 \sqrt[3]{\frac{\delta}{\rho}}.$$

Si, pour fixer les idées, on suppose les deux astres de même densité, $\delta = \rho$, et la condition d'existence du satellite est simplement

$$a > 2,44\, r.$$

De là, cette conclusion remarquable : à une distance de la planète plus petite que deux fois et demie son rayon, un satellite de même densité, à l'état fluide, ne saurait se maintenir sous forme elliptique.

64. Après avoir établi ce théorème dans le Mémoire déjà cité de 1849, n° 23, je fais observer que cette distance limite 2,44 est à peine supérieure au rayon externe de l'anneau, exprimé en rayons de la planète. Ce qui démontre que la matière circulant autour de Saturne, dans la région de l'anneau, n'a pu s'agglomérer en un corps unique.

Au contraire, à la distance 3,35, tant soit peu au-dessus de la limite, apparaît un premier satellite. Son aplatissement, déduit de la théorie développée dans mon Mémoire, serait $\frac{1}{33}$ dans l'hypothèse de l'homogénéité, et l'allongement vers Saturne $\frac{1}{7}$. Ces chiffres supposent le satellite très-petit et de même densité que la planète ; si ces conditions n'étaient pas remplies, ils subiraient quelques modifications que mes formules permettent de calculer.

M. Daniel Vaughan (de Cincinnati) s'est aussi occupé des conditions nécessaires à l'existence de corps circulant autour des grosses planètes. Ses

recherches l'ont conduit, comme moi, à cette conséquence que la moindre distance à laquelle une lune puisse conserver sa figure d'équilibre, malgré l'attraction du corps central, est deux fois et demie le rayon de ce dernier multiplié par la racine cubique du rapport de la densité de la planète à celle du satellite. Ce sont là précisément mes résultats de 1849. Le travail de M. Vaughan est bien postérieur, ayant paru dans le *Philosophical Magazine*, décembre 1860 ; mais je dois le citer comme venant confirmer mes propres conclusions.

Il est donc certain que les anneaux de Saturne se trouvent, par rapport à leur planète, à une distance où des satellites ordinaires ne sauraient subsister, à moins d'avoir une densité beaucoup plus grande que celle de l'astre. Si l'on admet qu'un satellite se soit formé vers la distance 2 de Saturne, comme il n'a pu subsister sous forme ellipsoïdale, ni probablement sous aucune autre figure stable, il a dû immédiatement se résoudre en fragments de plus en plus petits, et reconstituer ainsi l'anneau primitif. En un mot, la forme annulaire du système est une conséquence nécessaire de la position qu'il occupe. Telle est la réponse à la première question que nous nous étions posée.

65. *De la constitution de l'anneau de Saturne.* — Ces considérations conduisent naturellement à découvrir quel est l'état physique de la substance des anneaux. On ne peut faire à cet égard que trois hypothèses. Ou bien ces anneaux sont formés d'astéroïdes très-nombreux circulant autour de la planète : ce seraient les débris du satellite hypothétique ou virtuel dont nous parlions tout à l'heure, lequel n'a pu subsister, si même il a jamais existé. Cette supposition est la plus en harmonie avec les résultats de notre analyse. — Ou bien ces anneaux sont fluides. — Ou enfin chacun d'eux se meut tout d'une pièce, d'un mouvement angulaire commun, à la manière d'un système solide.

Dans l'hypothèse de la fluidité, il faut nécessairement admettre, comme je l'ai fait remarquer [1], que l'anneau entier se compose d'un nombre indéfini d'anneaux élémentaires circulant chacun autour de Saturne avec une

[1] *Nouvelles Recherches sur la figure des atmosphères des corps célestes*, n° 10, 1862.

vitesse qui croît, conformément à la troisième loi de Képler, à mesure qu'on se rapproche de la planète: le temps de révolution à la distance 2 serait $0^j,437$ (durée de la rotation de Saturne); à la distance 1,5, il ne sera plus que $0^j,283$, etc. Il paraît bien difficile de concevoir l'existence permanente de ces anneaux concentriques *en nombre infini*, si on les suppose liquides ou gazeux.

66. Si l'on veut, au contraire, que le système soit formé d'un nombre *limité* d'anneaux se mouvant avec une vitesse commune, il faut nécessairement qu'ils soient solides; sans cela, les parties inégalement éloignées du centre prendraient des vitesses angulaires différentes. Les anneaux ne peuvent être ramenés à un mouvement d'ensemble que par une intime liaison des diverses parties, l'anneau interne qui va trop lentement étant retenu par l'anneau extérieur, et inversement. Quant aux molécules non adhérentes à la partie solide, mais simplement posées sur l'anneau, elles ne sauraient s'y maintenir en équilibre *par la seule influence de la pesanteur vers la planète et de la force centrifuge* [1]. Telles sont les conséquences de l'hypothèse de la solidité.

Dans cette hypothèse, il faut donc nécessairement tenir compte d'une nouvelle force, la *cohésion* de l'anneau. C'est ce que j'ai indiqué dans les deux Mémoires cités; mais je n'ai pas cherché alors à apprécier la grandeur de cette cohésion, nécessaire pour faire marcher d'ensemble des points qui naturellement auraient des vitesses distinctes.

Ce calcul a été fait par M. Hirn, dans ses belles recherches sur les anneaux de Saturne; et par là il a mis en pleine évidence l'impossibilité d'une cohésion capable d'empêcher l'anneau de se désagréger et de résister aux causes incessantes de destruction qui le menacent. Car il ne suffit pas qu'à un moment donné l'anneau satisfasse aux conditions indispensables pour l'équilibre, il faut qu'il puisse *durer*; or, les influences auxquelles il est soumis (actions de la planète, du Soleil, des autres anneaux) sont telles que la stabilité d'un pareil système est très-difficile à assurer. En particulier, s'il s'agit d'un anneau solide, M. Hirn trouve qu'aucun corps, si rigide ou tenace

[1] *Note sur la loi de Bode*, 1853, pag. 7. — *Nouvelles Recherches*, pag. 12.

qu'on puisse le supposer, ne résisterait sans se rompre aux efforts qu'il a à supporter [1]. L'anneau n'est donc pas solide ni formé d'anneaux élémentaires solides.

67. Laplace, recherchant les conditions de stabilité d'un anneau, était arrivé à cette conclusion qu'un système d'anneaux solides ne peut se maintenir autour de Saturne s'ils sont parfaitement uniformes. Il est nécessaire pour leur équilibre qu'ils présentent en quelque point une épaisseur ou une densité un peu plus grande ; en un mot, qu'ils soient lestés. Mais cette condition est-elle suffisante, et quel devrait être ce lest, suivant la vitesse et la nature de l'anneau? Ces questions ont été abordées plusieurs fois, sans recevoir de solution définitive jusqu'à ces derniers temps.

Ainsi, selon G. Bond, un anneau fluide ne serait pas nécessairement instable : il pourrait se subdiviser en anneaux d'inégale vitesse, et ces divisions seraient variables et passagères. — M. Peirce pense qu'une planète ne saurait être environnée d'anneaux sans être munie d'un nombre suffisant de satellites disposés pour les soutenir ; de sorte que Saturne devrait la conservation de son anneau à son riche cortége de satellites.

M. Clerk-Maxwell (*Monthly notices*, 1859), après une étude attentive du lest nécessaire à la stabilité, conclut à l'impossibilité d'un anneau solide. Il assimile ceux de Saturne à des cordons de perles disposées circulairement et affectées de vagues régulières, soit dans le sens du rayon, soit dans le sens transversal. Chaque cercle serait formé de particules indépendantes, en nombre indéfini, et tournant autour de la planète avec des vitesses différentes, selon leurs distances respectives.

Telles sont aussi les conclusions de M. Hirn, dans son Mémoire de 1872, où sont approfondies les diverses questions se rapportant à la stabilité de l'anneau. Non-seulement il y discute complètement, au point de vue mécanique, toutes les hypothèses sur la nature et les conditions d'existence du système saturnien; mais, empruntant aux théories modernes de la thermodynamique des notions que nul, mieux que lui, ne saurait appliquer, il étudie

[1] Hirn; *Mémoire sur les conditions d'équilibre et sur la nature probable des anneaux de Saturne*, 1872. — *Le monde de Saturne, ses conditions d'existence et de durée*. 1872.

les réactions calorifiques engendrées dans les anneaux fluides, origine des anneaux actuels. Enfin, il montre comment, moyennant certaines hypothèses sur sa nature chimique, l'anneau primitivement gazeux a pu se transformer plus tard, par voie de refroidissement, en une infinité de corpuscules distincts, à peu près uniformément répartis, et qui continuent à circuler autour de Saturne.

Ce que l'on aperçoit, c'est l'enveloppe des mouvements de ces points éclairés par le Soleil; mais un anneau n'est, à vrai dire, ni solide, ni liquide, ni gazeux, ni même de forme invariable. Il peut se dilater, se rétrécir, s'allonger, selon les changements de direction relative de ces astéroïdes très-petits, mais très-nombreux. Rigides et immuables au premier aperçu, il suit de la constitution de ces anneaux qu'ils doivent sans cesse varier de forme et d'épaisseur apparente.

68. On voit que les idées qui ont prévalu aujourd'hui concordent bien avec le résultat de mes propres études sur ce sujet. Ce résultat, tel que je l'énonçais en 1849, bien avant les travaux de M. Maxwell et de M. Hirn, c'est la non-possibilité de l'existence permanente d'un satellite à la place de l'anneau. Si, par impossible, ce satellite a existé, il s'est dissous immédiatement en parcelles séparées par des intervalles plus ou moins grands mais probablement d'un ordre supérieur à leurs dimensions. Au lieu d'un corps continu, ce n'est plus qu'un nuage, un tourbillon de poussière ; mais l'apparence est toujours celle d'un véritable anneau.

Tandis que l'anneau principal est aussi lumineux que la planète, l'anneau interne, qui n'est connu que depuis peu d'années, est très-pâle et presque transparent. Du reste, il n'offre pas trace de réfraction, et sa pâleur tient sans doute à la plus grande rareté des corpuscules dont il est formé. Il n'est même pas impossible que les anneaux extérieurs jouissent, eux aussi, d'un certain degré de transparence. A l'appui de cette opinion, M. Faye a rappelé qu'en 1848 et 1849, époque d'une disparition de l'anneau, alors que son plan passait entre la Terre et le Soleil, l'anneau restait visible, pour de puissants instruments, par sa face non éclairée. Peut-être laissait-il passer quelques traces de lumière à travers les intervalles de ses éléments discontinus.

69. *De la distance où s'est formé l'anneau.* — J'ai signalé depuis longtemps[1] ce fait remarquable : l'anneau se trouve en partie au dehors et en partie au dedans de la limite équatoriale de l'atmosphère de Saturne, c'est-à-dire de la distance où a lieu, en ce moment, l'équilibre entre la pesanteur vers la planète et la force centrifuge due à sa rotation actuelle, dont la durée est de $0^j,437$. Cette distance est de deux rayons de la planète, ce qui correspond à peu près au milieu de l'anneau principal, à la ligne de séparation. L'anneau extérieur s'étend de la distance 2,4 ou 2,3 à 2; l'anneau intérieur, de 1,9 à 1,6 ou 1,5; enfin, entre 1,5 et 1,3 est le nouvel anneau, celui qui est pâle et transparent.

Ces anneaux étant distincts et indépendants, chacun tourne sans doute avec la vitesse qui convient à sa distance: ceux qui sont au-delà de la distance 2, en un temps plus long que $0^j,437$; ceux en deçà, en un temps plus court. Si tous les anneaux avaient la même vitesse angulaire, il faudrait qu'ils fussent solides, sans quoi, ainsi que nous le rappelions au n° 66, les parties non adhérentes de l'anneau ne sauraient se maintenir en équilibre sous la seule influence de la force centrifuge et de la pesanteur. Étant admise la constitution de l'anneau telle qu'on vient de l'exposer (n° 68), les divers points qui le composent ont, chacun, son orbite particulière, sa vitesse, sa durée de révolution; mais leur existence au dedans de la limite atmosphérique est une anomalie qu'il faut expliquer.

70. Dans les idées de Laplace, tout anneau se forme à la distance L, et reste en dehors de l'atmosphère, tandis que celle-ci se contracte. Il y a donc ici une dérogation au système qui doit être modifié de façon à rendre compte de l'existence d'anneaux à l'intérieur de la limite atmosphérique. Deux explications se présentent naturellement : ou ces anneaux se sont réellement formés dans la région qu'ils occupent aujourd'hui, ou bien, s'étant formés à l'extérieur, ils ont diminué de rayon jusqu'à pénétrer au dedans de l'atmosphère de Saturne.

Cette dernière explication n'est pas inadmissible : on conçoit qu'une

---

[1] *Note sur la loi de Bode*, 1853, pag. 6.— *Mémoire sur la figure des corps célestes*, 1854, n° 30.

zone abandonnée, si elle est à l'état fluide, puisse éprouver en se refroidissant un resserrement dans toutes ses dimensions qui la rapproche de la planète, comme ferait un anneau solide dont le rayon diminuerait d'une manière continue.

L'autre explication est également acceptable : on a vu (n° 11) que la production d'anneaux intérieurs, loin d'être incompatible avec la théorie cosmogonique, en est une conséquence directe. Nous avons exposé en détail comment, lorsque la limite théorique L décroît plus rapidement que la limite réelle de la nébuleuse, une partie du fluide qui s'en sépare afflue vers l'équateur avec une vitesse insuffisante ; au lieu de se mouvoir circulairement, elle pénètre dans l'atmosphère, et s'y décompose en traînées elliptiques.

Le mouvement de ces traînées à travers un milieu résistant tend à s'éteindre ou à s'égaliser avec celui du milieu. Leur persistance est donc peu probable, à moins que l'atmosphère ne soit très-rare par rapport aux traînées elles-mêmes. Si cette dernière condition est remplie, elles pourront se transformer en une série d'anneaux intérieurs, circulant chacun avec sa vitesse propre autour de la planète.

Enfin, au lieu de s'agglomérer en masses sphéroïdales, ces anneaux seront amenés par la condensation à se résoudre en une infinité de particules très-petites, parce que l'équation nécessaire à l'équilibre permanent d'un sphéroïde fluide ne s'est pas trouvée satisfaite au voisinage immédiat de Saturne, comme on l'a expliqué au n° 64.

71. *Hypothèse sur l'origine des anneaux.* — Les considérations précédentes s'appliquent parfaitement au système saturnien, si l'on admet que, à mesure que les traînées pénètrent dans l'atmosphère, celle-ci disparaît peu à peu, de sorte que leur mouvement s'exécute dans un vide à peu près parfait. Je vais montrer que cela aura lieu nécessairement pour une atmosphère analogue à celle de la Terre, c'est-à-dire jouissant des propriétés ordinaires de nos gaz.

La masse gazeuse qui enveloppe un astre tend à se disperser, en vertu de la répulsion mutuelle des molécules ; la pesanteur seule contrarie cette tendance. A la limite physique d'une atmosphère, il y a équilibre entre le

poids d'une molécule et la répulsion des molécules inférieures ; telle est la condition qui détermine la hauteur H de l'atmosphère. Cette hauteur ne dépend pas de la quantité totale de gaz : elle ne change pas (pourvu que la température reste constante), par suite d'une accumulation ou d'une diminution du fluide. Elle résulte uniquement de l'élasticité du gaz, élasticité qui dépend des variations de pesanteur et de température, et de la nature du gaz, mais nullement de son abondance ou de sa rareté. L'atmosphère s'arrête là où le gaz ne tend pas à se dilater davantage, soit qu'il ait perdu tout ressort, soit que ce ressort soit équilibré par la pesanteur.

Quand une atmosphère est formée de divers gaz, on doit la considérer comme la superposition des atmosphères dues à chacun d'eux : chaque atmosphère se comporte comme si elle était seule, et sa limite de hauteur est réglée d'après son élasticité propre et sa température. Par conséquent, les éléments gazeux disparaîtront l'un après l'autre, à mesure que la limite théorique L s'abaissera au-dessous de la hauteur H correspondante à chacun de ces gaz.

72. Ces principes admis, concevons autour de Saturne, à une certaine époque, une atmosphère dont la hauteur H, telle que nous venons de la définir, soit supérieure à deux rayons de la planète, égale par exemple à 2,4. Lorsque, dans sa diminution continue, la limite L vient à atteindre cette distance 2,4, et tombe ensuite au-dessous, une couche se détache de l'atmosphère, se déverse à l'équateur, y dépose un anneau circulaire, et rentre en partie dans l'atmosphère ayant subi une première condensation.

Par là, l'atmosphère primitive a perdu de sa substance et diminué de densité; mais, H restant le même, d'après le principe précédent, elle tend à s'élever à la même hauteur, et dépasse L. La couche qui s'est détachée est ainsi remplacée par une autre, laquelle s'écoule à son tour et va former une nouvelle série de traînées. Cela continue tant que toute la partie de l'atmosphère à laquelle convient la hauteur H n'est pas épuisée. Elle s'échappe peu à peu tout entière, se transforme en courants elliptiques, et laisse après elle un vide plus ou moins complet dans lequel se meuvent ces courants.

Rien ne s'oppose dès-lors à la transmutation ultérieure des traînées en anneaux intérieurs, lesquels pourront subsister quelque temps à l'état fluide;

ils acquerront une existence durable s'ils viennent à se condenser en particules solides, isolées et indépendantes. N'est-ce pas là l'image de ce que nous voyons autour de Saturne, dont les anneaux sont partiellement en deçà de la limite théorique L, mais bien au-delà de la limite actuelle de l'atmosphère ?

73. Si nous voulons poursuivre encore les conséquences de cette explication, nous considérerons une molécule abandonnée par l'atmosphère de Saturne à la distance $a$, et arrivant à l'équateur avec une vitesse $h$V, inférieure à celle qui lui permettrait de décrire le cercle équatorial. La théorie exposée au nº 10 indique que cette molécule décrira une ellipse (*fig.4*) dont la distance périhélie

$$OA' = \frac{ah^2}{2 - h^2}.$$

Si de tout le contour de l'équateur partent des files de molécules analogues, leur ensemble tendra à se concentrer suivant le cercle de rayon

$$R_1 = ah^2 .$$

Les deux parties de l'anneau principal se ressemblent assez pour qu'on doive leur attribuer une origine identique : l'une et l'autre se sont formées au dedans de l'atmosphère. L'anneau extérieur a donc commencé à se déposer lorsque l'atmosphère s'étendait à la distance $a = 2{,}4$ . Et, comme il finit à la distance 2, en posant $R_1 = ah^2 = 2$, d'où $h^2 = 0{,}83$, et $h = 0{,}9$, on obtient la plus petite valeur de $h$ pour laquelle des anneaux se soient formés. La série des anneaux élémentaires qui s'étendent entre les distances 2,4 et 2 correspond ainsi aux traînées elliptiques parties des divers points du cercle OA $= 2{,}4$ avec des vitesses décroissantes de V à 0,9V.

Arrivons maintenant à l'époque où la limite L s'est arrêtée à la distance 2, qu'elle n'a pas dépassée. Pour la même valeur $h = 0{,}9$, on a $ah^2 = 1{,}6$. Ainsi, l'anneau intérieur, compris de 2 à 1,6, répond aux traînées elliptiques issues de la distance 2, avec des vitesses variant aussi de V à 0,9V, et des excentricités $e$ décroissantes de 0 à 0,2 .

Les traînées correspondantes à des vitesses décroissantes de 0,9V à 0,8V ont donné des anneaux situés de 1,6 à 1,3 ; c'est la position de l'anneau

translucide, qui résulte par conséquent de traînées beaucoup plus allongées que les précédentes, $e$ variant de 0,2 à 0,35.

Pour la valeur $h = 0,8$, on a une traînée dont la distance périhélie OA′ égale exactement le rayon. Pour des valeurs plus petites, elles rencontreraient la planète. Ainsi, il ne peut exister d'anneau en deçà de la distance $R_1 = 1,5$, correspondant à la vitesse initiale 0,8V.

Les traînées d'excentricité supérieure à 0,35 sont allées tomber sur Saturne. Or, la vitesse V′ au périhélie est (n° 10)

$$V' = \frac{2 - h^2}{h} V ;$$

et V, qui répond à la distance $L = 2$, est double de la vitesse actuelle $v$ à l'équateur. Les traînées correspondantes à $h < 0,8$ ont donc une vitesse supérieure à 1,7V ou à $3,4v$ ; elles produisent, en tombant sur la planète, un courant équatorial circulant dans le même sens qu'elle, mais beaucoup plus vite.

En résumé, l'anneau de Saturne s'est formé lorsque la hauteur de l'atmosphère, désignée par H au n° 72, étant égale à 2,4, la limite théorique L a diminué de 2,4 à 2. Tant que l'atmosphère a conservé une densité sensible, ces seules traînées ont pu se maintenir qui, répondant à $h$ très-voisin de l'unité, ne pénétraient qu'à une minime profondeur : tel est le cas de l'anneau principal. Plus tard, l'atmosphère étant presque entièrement dissipée, des traînées plus elliptiques ont pu subsister : c'est l'origine de l'anneau transparent. Plus allongées encore, elles ont atteint la planète.

74. Sans prolonger la discussion de cette hypothèse, on voit qu'elle s'adapte bien aux particularités du monde de Saturne. Nous admettrons donc comme vraisemblable que c'est dans le sein même de son atmosphère que se sont établis et régularisés ces courants de particules matérielles, vrai tourbillon de poussière cosmique qui s'offre à nous sous l'aspect d'un anneau.

Étendue jusqu'à la hauteur extrême H que son élasticité comporte, l'atmosphère, à un certain moment, est atteinte par sa limite théorique L. A partir de là, la couche fluide qui dépasse cette limite s'écoule vers

l'équateur et rentre dans l'atmosphère ; et comme H reste constant, une nouvelle couche la remplace et suit le même chemin, jusqu'à ce que tout le fluide ait ainsi abandonné l'atmosphère. Cette première condensation le transforme en traînées matérielles parcourant des ellipses de foyer commun, situées toutes à l'intérieur du cercle équatorial de rayon L.

Ces traînées, se mouvant dans un milieu qui se raréfie de plus en plus, pourront subsister assez longtemps pour subir une dernière modification qui les convertira en anneaux. Pendant ce temps, l'atmosphère qui les enveloppait d'abord s'est dissipée en partie ou s'est finalement déposée sur la planète. Mais sa limite théorique est encore aujourd'hui de deux rayons ; et si, par impossible, il s'opérait un développement suffisant de l'atmosphère saturnienne, elle pourrait atteindre de nouveau la division principale des anneaux, embrassant l'anneau sombre et une moitié de l'anneau brillant.

## VIII.

### DE LA LUMIÈRE ZODIACALE.

75. « Si dans les zones abandonnées par l'atmosphère du Soleil il s'est trouvé, dit Laplace, des molécules trop volatiles pour s'unir entre elles ou aux planètes, elles doivent, en continuant de circuler autour de cet astre, offrir toutes les apparences de la lumière zodiacale. » La ressemblance de cette lumière avec les anneaux de Saturne est manifeste, particulièrement avec l'anneau interne : l'une et l'autre sont à la fois éclairés et translucides. Leur constitution est certainement identique ; on se les représente comme l'enveloppe apparente des orbites d'une infinité de molécules, suivant une route commune à peu près circulaire, et qui nous réfléchissent les rayons du Soleil.

Toutefois la lumière zodiacale a une forme lenticulaire, tandis que les anneaux saturniens sont couchés dans un même plan avec une précision à peu près absolue, et ont une épaisseur presque inappréciable. Cette différence n'est pas cependant essentielle, et peut s'expliquer par la disposition relative des orbites dans l'anneau solaire.

Imaginons, par exemple, que les courants circulaires qui forment le système de Saturne prennent par rapport à l'équateur une inclinaison crois-

sante, à partir de zéro, en se rapprochant de la planète, ces cercles étant d'ailleurs tournés suivant toutes les directions possibles ; l'ensemble de ces cercles en nombre infini, entourant la planète, formera une sorte de lentille. En faisant tourner la *fig.* 10 autour de l'axe OX des pôles, on aura une idée de la surface enveloppe de ces courants de plus en plus inclinés ; cette surface reproduit à peu près l'aspect de la lumière zodiacale.

Voyons si ces diverses conditions ont pu être réalisées autour du Soleil. Et d'abord on ne saurait mettre en doute l'existence autour de cet astre de courants formés de particules matérielles. Les traînées nébuleuses, abandonnées successivement par son atmosphère, ne se sont pas condensées en totalité autour des centres planétaires : il a dû en subsister un grand nombre qui par leur nature ou leur isolement sont restées indépendantes.

76. Quant à l'obliquité de plus en plus grande à laquelle leur ensemble doit son apparence lenticulaire, c'est la conséquence d'une proposition établie par M. Ch. Simon dans le Mémoire déjà cité sur la rotation de la Lune. D'après ce savant, l'effet de la condensation sur une masse planétaire à l'état fluide, comme fut la Terre, ne change pas l'inclinaison de son équateur sur l'écliptique. Il en est autrement s'il s'agit d'une zone de vapeur, d'un anneau isolé, troublé par le Soleil. En se refroidissant, il se contracte comme ferait un cercle solide, et de plus son inclinaison s'accroît avec le temps.

De ces deux résultats de son analyse, M. Simon tire une explication de la grande inclinaison de l'équateur terrestre sur l'écliptique, alors qu'à l'origine cette obliquité n'a pu être que très-faible. Si elle a augmenté depuis, c'est par la précipitation d'une série d'anneaux dont le rayon a progressivement diminué par le refroidissement jusqu'à tomber à la surface terrestre, et dont en même temps l'inclinaison est devenue considérable.

Revenons maintenant aux courants dont l'existence autour du Soleil n'est pas contestable. Chacun d'eux diminue de rayon et tend à augmenter d'inclinaison, tant qu'il n'est pas arrivé à se condenser en parcelles solides. A ce moment, leur état est définitivement fixé ; rayon et inclinaison ne changent plus, du moins par la cause en question.

Si les anneaux de Saturne se sont maintenus sensiblement dans un même plan, c'est grâce à l'aplatissement de la planète et à l'influence des satellites ;

là est la source de la stabilité du système. L'analyse démontre que le renflement équatorial agit sur les anneaux, comme sur les huit satellites, pour les ramener peu à peu dans des plans presque identiques, pourvu qu'à l'origine les angles formés par les orbites n'aient pas été très-différents; et les satellites réagissent sur les anneaux d'une manière analogue.

De même pour les anneaux déposés dans le plan de l'équateur solaire ou aux environs, qui n'ont pas été absorbés par les nébuleuses planétaires ; s'ils ont subsisté à l'état fluide, ils ont subi l'influence de la nébuleuse solaire, alors considérablement aplatie. Mais lorsque l'atmosphère du Soleil s'est définitivement condensée, et que la plus grande partie de sa masse s'est déposée sur le noyau central, celui-ci, qui est sphérique, n'a plus maintenu dans leur plan primitif les anneaux fluides encore persistants. Depuis lors, ceux qui ont continué à se contracter ont acquis des inclinaisons progressivement croissantes, jusqu'au moment où ils se sont finalement résolus en particules solides.

Ce sont ces traînées de grains de sable éclairés par le Soleil, dont l'ensemble, se projetant sur le ciel, produit la clarté diffuse de la lumière zodiacale. Ses variations d'intensité et d'étendue correspondent aux changements de position des traînées et aux diverses manières dont elles se présentent à nos regards.

## IX.

### DE LA TERRE.

77. *Sa constitution intérieure.* — Ce serait ici le lieu d'étudier l'état actuel des planètes, tel qu'il résulte des circonstances de leur formation et des diverses phases qu'elles ont eu à traverser. Nous nous bornerons à parler de la Terre ; et même pour cette planète, plus directement soumise que les autres à nos investigations, nos connaissances sont fort imparfaites.

Elle a été primitivement à l'état de nébuleuse, c'est-à-dire entièrement fluide. Par l'effet du refroidissement et de la pression des couches superposées, elle s'est condensée d'abord vers le centre, et ce noyau n'a pas cessé de s'accroître. La surface externe, étant exposée à un rayonnement plus actif, s'est refroidie rapidement et recouverte d'une croûte solide. Entre

cette croûte et le noyau est une couche très-chaude en fusion. Mais cette couche liquide n'a qu'une faible épaisseur : sans cela il s'y produirait des marées considérables. A raison de sa masse même, aux phases principales de la Lune, elle déterminerait des bouleversements dont les tremblements de terre les plus violents ne sauraient nous donner une idée.

Ainsi, la stabilité relative de l'écorce terrestre est une présomption en faveur de l'état solide de la partie intérieure du globe. Une mince couche fluide les sépare, et son influence sur l'enveloppe externe permet de rendre compte d'une série de phénomènes, tels que les effets mécaniques des volcans, que les géologues ne sauraient expliquer autrement.

78. Quand nous disons que le noyau central du globe est solide, nous n'entendons pas l'assimiler en tous points aux solides que nous avons sous les yeux, ne pouvant nous faire une idée de l'état de la matière soumise simultanément à une température excessivement élevée et à une énorme pression. Tout ce qu'on peut affirmer de cette matière, c'est qu'elle possède une rigidité comparable et même supérieure à celle de nos corps solides, et qu'elle n'a rien de la fluidité et de l'élasticité des liquides. De même, pour la couche qui est au-dessous de l'écorce extérieure, on ne saurait dire quel est son état de liquidité ou de viscosité.

On doit donc se borner à affirmer que le noyau terrestre se comporte comme un solide, relativement aux phénomènes de la précession, de la nutation et des marées ; et que, si une couche fluide entoure ce noyau, elle est assez peu épaisse pour que son intervention dans ces phénomènes astronomiques soit insensible. Mais son action, soit mécanique, soit thermique, sur la croûte superficielle, est capable de produire les divers phénomènes pour l'explication desquels les géologues ont imaginé l'hypothèse du feu central. La profondeur de cette couche, en d'autres termes la distance où les matériaux terrestres sont en fusion, ne paraît pas être bien considérable : on l'estime de 20 à 40 kilomètres, mais elle ne saurait être déterminée d'une manière précise ; car s'il est incontesté que la température croît à mesure que l'on s'enfonce, la loi de cet accroissement est tout à fait incertaine.

79. *Loi de la densité à l'intérieur de la Terre.* — Un élément de la constitution physique du globe qui nous est beaucoup mieux connu, c'est la loi

suivant laquelle augmente la densité des couches, de la surface au centre. La Terre n'est pas homogène : sa densité moyenne est environ 5,5 ; or la densité des continents ne dépasse pas 2,6. Il faut donc que le poids spécifique des couches intérieures soit beaucoup plus grand : il doit aller en croissant vers le centre, et d'une manière à peu près régulière. En effet, lors de la fluidité du globe, les couches de nature diverse se sont disposées par ordre de densité. De plus, cette densité, pour des substances identiques, dépend de la pression : à des pressions décroissantes du centre à la surface doivent correspondre des densités décroissantes aussi, suivant une loi sensiblement continue.

Cette continuité étant admise, au moins comme approximative, il existe certaines conditions astronomiques auxquelles la loi de la densité doit satisfaire, de sorte que, si la forme mathématique de cette loi était connue, les constantes ou coefficients de la formule pourraient être déterminés. Ces conditions sont l'aplatissement terrestre et la précession des équinoxes ; car la figure de la Terre est liée à la nature des couches dont elle est composée, et il en est de même de la précession, dont la grandeur dépend des moments d'inertie du sphéroïde terrestre.

Pour découvrir quelle est cette loi, en tenant compte seulement de la compression exercée sur chaque couche par le poids des couches supérieures, on observera que, s'il s'agissait d'un gaz, la densité croîtrait proportionnellement à la pression : la dérivée de la pression par rapport à la densité serait constante. Quant aux liquides et aux solides, ils résistent d'autant plus à la compression qu'ils sont déjà plus comprimés : le rapport de l'accroissement de la pression à l'accroissement de la densité n'est plus constant, il augmente avec la densité.

L'hypothèse la plus simple que l'on puisse faire consiste à admettre que la dérivée $\frac{d\Pi}{d\rho}$ est proportionnelle à la pression $\Pi$. On obtient ainsi une loi de densité, imaginée d'abord par Legendre, étudiée par Laplace, et qui satisfait assez bien aux données de l'expérience. Cette loi ne saurait être absolument rigoureuse que si la Terre était formée d'une substance unique, chimiquement homogène, mais comprimée sous son propre poids. Ces suppositions ne paraissent pas s'écarter beaucoup de la réalité.

80. J'ai proposé[1] de modifier l'hypothèse de Legendre par l'introduction d'un terme proportionnel au carré de la densité, de sorte que

$$\frac{d\Pi}{d\rho} = m\rho + n\rho^2 \; ;$$

ce qui a pour résultat de rendre encore plus rapide la diminution de la compressibilité quand la pression augmente. J'ai été ainsi conduit à une loi beaucoup plus simple que celle de Legendre : la diminution de la densité est proportionnelle au carré de la distance au centre. Les conséquences de cette loi s'accordent bien mieux encore que l'hypothèse de Legendre avec les observations, ainsi qu'on va le voir.

La formule des densités qui résulte de mes suppositions est

$$\rho = \rho_0(1 - \beta a^2),$$

où $\beta$ est une constante, $\rho_0$ la densité centrale, $\rho$ la densité à la distance $a$ du centre. Le coefficient indéterminé $\beta$ se calcule au moyen d'une équation très-importante fournie par la théorie de la précession.

Cette équation est une relation entre deux intégrales

$$\int_0^1 \rho a^2 da \, , \qquad \int_0^1 \rho a^4 da \, ,$$

qui résultent de la distribution de la matière à l'intérieur du globe, depuis le centre $a = 0$ jusqu'à la surface $a = 1$. Il résulte de données astronomiques dépendant à la fois de la précession et de l'aplatissement terrestre, que leur rapport est égal à 2,02. Ainsi

$$\int_0^1 \rho a^2 da = 2{,}02 \int_0^1 \rho a^4 da \, .$$

Remplaçant $\rho$ par la valeur ci-dessus, on trouve $\beta = 0{,}8$. Donc

$$\rho = \rho_0(1 - 0{,}8a^2).$$

Appelant D la densité moyenne de la Terre, on a

---

[1] Journal *l'Institut*, 14 juin 1848. — *Mémoire sur la loi de la densité à l'intérieur de la Terre*. 1848. — Voyez aussi le *Traité élémentaire de Mécanique céleste* de M. Résal, chap. IV où se trouvent analysées mes recherches sur ce sujet.

$$D = 3\int_0^1 \rho a^2 da = 0,52\rho_0.$$

D'où, au centre, $\rho_0 = 1,925D$ ; et à la surface, $\delta = \frac{1}{5}\rho_0 = 0,385D$. La densité des couches centrales est donc cinq fois plus grande que celle des couches superficielles, et presque double de la densité moyenne.

La courbe de la *fig.* 11 représente notre loi de densité, c'est une parabole. A la distance $a = 0,775$, $\rho$ est égale à D.

En adoptant la valeur D=5,5, il s'ensuit

$$\rho_0 = 10,6 \quad \text{et} \quad \delta = 2,1.$$

Ainsi, la densité centrale n'est pas aussi grande qu'on pourrait le croire. Mais de là on ne saurait conclure quels sont les corps qui constituent le noyau : il faudrait pour cela tenir compte de la pression que ces corps y supportent, et de la température à laquelle ils sont soumis. Or, l'ignorance où nous sommes sur ces deux points essentiels empêche de rien affirmer sur la nature des substances qui occupent ces régions.

81. *Variation de la pesanteur à l'intérieur du globe.* — L'augmentation de densité de la surface au centre entraîne des conséquences intéressantes et propres à soumettre nos formules au contrôle de l'observation. Si la Terre était une sphère homogène, la pesanteur irait en diminuant quand on descend au-dessous de sa surface, et elle varierait proportionnellement à la distance au centre. En la supposant formée de couches concentriques de densité croissante, il doit en être autrement ; et l'on conçoit aisément que la pesanteur puisse augmenter jusqu'à une certaine profondeur ; car si d'une part un point intérieur n'est plus soumis à l'action des couches qui l'enveloppent, d'autre part il se trouve plus rapproché des couches centrales, et à cause de l'excès de densité de ces couches, le dernier effet peut l'emporter sur le premier.

Saigey, dans sa *Physique du globe* (1842), après avoir exposé l'hypothèse de Legendre, en fait l'application au calcul de la pesanteur à diverses profondeurs au-dessous de la surface. Il trouve ainsi que cette pesanteur, au lieu de diminuer, doit aller en croissant jusqu'à une distance du centre

égale aux 84 centièmes du rayon. Là elle atteindrait un maximum, puis décroîtrait jusqu'au centre, où elle est forcément nulle. Saigey proposait de vérifier ces résultats en faisant osciller un pendule à secondes au fond d'une mine.

Cette observation a été faite depuis lors, en 1854, par M. Airy, dans la mine de charbon de Harton (Northumberland), à la profondeur $h = 385$ mètres. Il a constaté un accroissement de la gravité égal à $\frac{1}{19190}$ de la gravité à la surface. Le rapport de la profondeur au rayon terrestre est ici $\frac{h}{R} = \frac{1}{16535}$. Or, l'hypothèse de Legendre conduit à la formule

$$\frac{P - p}{p} = 0,626\frac{h}{R}.$$

D'où il suivrait que, dans les conditions où M. Airy a observé, l'accroissement de la pesanteur aurait dû être seulement

$$\frac{P - p}{p} = \frac{1}{26400},$$

nombre beaucoup plus petit que le résultat de l'expérience. Nous allons voir que ce résultat est au contraire pleinement d'accord avec nos formules[1].

82. Il est aisé de voir que l'attraction P d'une sphère sur un point placé à la distance $a$ est

$$P = \frac{4\pi}{a^2}\int_0^a \rho a^2 da.$$

A la surface de la Terre, où $a = 1$,

$$p = 4\pi\int_0^1 \rho a^2 da.$$

Substituant pour $\rho$ l'expression que nous avons adoptée, il vient

$$P = 4\pi\rho_0\left(\frac{a}{3} - \frac{4}{5}\frac{a^3}{5}\right), \qquad p = 4\pi\rho_0\left(\frac{1}{3} - \frac{4}{5}\frac{1}{5}\right).$$

---

[1] *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, tom. XXXIX, pag. 1101, 1215. — *Note sur la variation de la pesanteur à l'intérieur de la Terre*. 1855.

Éliminant $\rho_0'$, on a enfin

$$P = \frac{25}{13}p\left(a - \frac{12}{25}a^3\right).$$

C'est la loi de la pesanteur à l'intérieur de la Terre, telle que je l'ai donnée dans mon Mémoire de 1848.

Cette loi est représentée par la *fig.* 12. On reconnait que P augmente depuis $a = 1$ jusqu'à la profondeur $a = \frac{5}{6}$, où elle atteint son maximum $1,068p$, c'est-à-dire qu'elle y est plus grande qu'à la surface de plus de $\frac{1}{15}$. Elle décroît ensuite, reprend la valeur $p$ pour $a = 0,655$ ; puis diminue rapidement, et à peu près proportionnellement à $a$, jusqu'au centre, où elle s'annule.

Pour une faible variation de profondeur, on a $\frac{\delta P}{P} = -\frac{11}{13}\delta a$, ou bien

$$\frac{P - p}{p} = \frac{11}{13}\frac{h}{R}.$$

Dans l'expérience de M. Airy, où $\frac{h}{R} = \frac{1}{16535}$, on doit avoir

$$\frac{P - p}{p} = \frac{1}{19530}.$$

La différence entre ce nombre et la fraction observée $\frac{1}{19190}$ est évidemment inférieure à l'erreur possible de l'observation, où il s'agit de constater sur une durée de 24 heures une variation de deux secondes et un quart environ.

Ainsi, l'expérience de M. Airy a vérifié d'une manière inespérée ma formule de la variation de la pesanteur ; elle confirme en même temps la loi très-simple de densité (n° 80) que j'ai proposé de substituer à celle de Legendre et Laplace. Les données qui en découlent sur l'état des couches centrales ont acquis par cela même un plus haut degré de vraisemblance. Leur densité ne dépasse certainement pas 11 à 12 fois celle de l'eau ; et encore cette forte densité est-elle due en partie à la compression que ces couches supportent, aussi bien qu'à la nature propre des matériaux qui les constituent.

83. *Des causes qui ont pu modifier les climats terrestres.* — En remontant dans le passé, l'étude de la Terre oblige à admettre que, à des époques relativement peu anciennes, elle s'est trouvée dans des conditions tout autres qu'aujourd'hui. Les divers âges géologiques sont probablement liés aux grandes inégalités des éléments de l'orbite terrestre. Bornons-nous aux variations de l'excentricité : leur l'influence sur les climats est manifeste et peut devenir très-considérable, surtout en se combinant avec le déplacement relatif du périgée et des équinoxes, qui dans une période de 21,000 ans transporte de l'hiver à l'été, et ramène de l'été à l'hiver, le moment du plus grand rapprochement du Soleil. L'unité de temps en rapport avec les durées qui séparent les maxima et minima consécutifs de l'excentricité est d'environ 25,000 ans : telle est aussi, en quelque sorte, l'unité de mesure des périodes géologiques.

En dehors de ces inégalités séculaires, il y a encore à tenir compte des modifications essentielles que la Terre a subies depuis son origine, en vertu des mêmes causes cosmogoniques qui avaient présidé à sa formation. Ainsi, l'on s'est souvent demandé si l'inclinaison de l'équateur terrestre sur l'écliptique n'avait pas varié. Les recherches déjà citées de M. Simon rendent cette variation probable, et elles en indiquent la cause dans la précipitation à la surface de la Terre d'anneaux formés à l'intérieur de son atmosphère pendant qu'elle se condensait. Par suite de leur contraction (n° 76), ces anneaux, d'abord équatoriaux, se sont de plus en plus inclinés sur l'écliptique. Chaque fois que l'un d'eux est tombé sur notre globe, l'inclinaison de celui-ci et sa vitesse angulaire en ont reçu une légère augmentation ; et cette action, souvent renouvelée, a pu à la longue produire un résultat appréciable. Il est superflu d'ajouter que le déplacement de l'axe de rotation d'une masse fluide recouverte d'une croûte élastique entraîne une déformation immédiate du sphéroïde.

84. Mais là n'est pas le plus important des effets que l'on est en droit d'attribuer à ces anneaux ou courants elliptiques qui, dans les derniers temps de la condensation de la Terre, sont venus se précipiter à sa surface, comme nous l'avons expliqué pour Saturne (n° 73). La chute de ces traînées a

développé une quantité de chaleur proportionnée à l'intensité du choc et du frottement dû à leur excès de vitesse.

C'est donc une nouvelle source calorifique qui, dans notre théorie, vient à intervalles irréguliers réchauffer la Terre, interrompre ou ralentir son refroidissement progressif, et qu'il faut joindre à la chaleur solaire et à la chaleur centrale quand on essaie d'expliquer les changements thermiques qui distinguent les divers âges du globe. La cause nouvelle que nous signalons ici n'est pas d'ailleurs caractérisée par des effets lents et continus : elle se manifeste brusquement, avec violence, par de vrais cataclysmes. De plus, elle est extérieure, tandis que c'est du dedans au dehors que se propage la chaleur dégagée à chaque progrès nouveau de la solidification du noyau.

En résumé, autour de la Terre primitive, comme autour des autres planètes, se sont déposés des anneaux plus ou moins instables, se sont établis des courants plus ou moins excentriques, groupés dans le plan de l'équateur, et formés aux dépens de l'atmosphère elle-même. Ces traînées nébuleuses sont successivement venues tomber à sa surface, lui apportant, avec un bouleversement géologique, de la chaleur et des éléments nouveaux.

85. Tandis que la Terre éprouvait ces modifications, le Soleil se transformait de son côté. Avant d'arriver à son état actuel d'étoile ou de soleil proprement dit, lorsqu'il n'était encore qu'une immense nébuleuse, son influence sur les planètes différait de ce qu'elle est aujourd'hui. Remontons par la pensée à l'époque où l'atmosphère solaire atteignait la limite théorique actuelle 0,17. Elle offrait l'apparence d'une nébuleuse très-aplatie, dont le grand axe vu de la Terre dépassait 19°, ou 36 fois le diamètre actuel; le petit axe en était les deux tiers, soit 13°. Quel que fût alors son éclat, il n'en était pas moins pour la Terre une source de chaleur. Peu à peu, cette immense enveloppe de vapeurs se condensant, la nébuleuse a diminué de dimension, jusqu'au jour où, dépouillant son dernier voile, le Soleil apparut dans toute sa splendeur.

Tant que le disque lumineux et calorifique a conservé les grandes proportions que nous venons d'indiquer, son action directe pouvait s'exercer sur les zones polaires, qui maintenant en restent privées durant des mois

entiers. Ainsi, certains climats terrestres ont grandement perdu, sous le rapport de l'uniformité, au régime actuel, c'est-à-dire à la substitution d'un soleil de petit diamètre à une nébuleuse de grande dimension.

Il est donc permis de se demander, avec M. Blandet[1], s'il n'y a pas une corrélation entre la diminution du diamètre solaire et les changements dont notre globe porte la trace. La haute température qui a régné jadis dans des contrées actuellement tempérées ou glaciales, et qu'on a attribuée à l'influence prépondérante de la chaleur centrale, serait due aussi à ce que les régions polaires jouissaient alors de la vue d'une partie au moins de la grande nébuleuse. Il est vrai que le voile nuageux qui recouvrait le Soleil en diminuait la radiation; mais, de son côté, l'atmosphère terrestre, probablement plus lourde et plus épaisse, retenait mieux les rayons solaires, et uniformisait la répartition de la chaleur sur toute la surface.

Quoi qu'il en soit, la Terre, comme tout le système solaire, a conservé l'empreinte des modifications que subissent les nébuleuses en voie de refroidissement. On y reconnait les phases successives de la condensation d'une atmosphère, sa résolution en anneaux extérieurs ou intérieurs, et les effets des traînées elliptiques destinées à retomber sur le noyau central et à lui restituer en partie la chaleur qu'il perd incessamment.

## X.

### DU SOLEIL.

86. La haute température du Soleil, son aspect, les phénomènes dont il est le théâtre, suggèrent de prime abord l'idée qu'il est liquide, au moins à la surface. Mais cet astre étant formé de substances analogues aux matériaux de notre globe, comme le montre l'analyse spectrale, il en résulte une contradiction manifeste avec un élément essentiel de la constitution du Soleil, sa densité moyenne. Cette densité est parfaitement connue : elle ne dépend pas de la parallaxe solaire, attendu que la masse et le volume varient l'un et l'autre en raison inverse du cube de cette parallaxe. Il est

[1] *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, tom. LVII, pag. 79.

donc certain que le Soleil a une densité moyenne égale à un quart de celle de la Terre, soit 1,4 comparée à l'eau.

On ne saurait contester cependant que les substances les plus lourdes doivent occuper le centre du système solaire; et l'on constate en effet un accroissement général de la densité, des planètes les plus éloignées aux plus centrales. L'existence d'un Soleil à l'état liquide et à peu près homogène, ayant une densité à peine supérieure à celle de l'eau, est inconcevable, même s'il n'est constitué que par les éléments terrestres. D'autre part, si l'on établit une comparaison avec la Terre, où la densité centrale atteint cinq fois celle de la surface, on se demande quelle peut être la densité superficielle du Soleil, avec une moyenne densité de 1,4 seulement.

Imaginons à l'intérieur du Soleil un noyau dont la densité croisse du dehors au dedans, à peu près comme dans notre globe, depuis 3 jusqu'à 12; attribuons à ce noyau la masse tout entière de l'astre, de telle sorte que la densité moyenne rapportée au volume apparent du Soleil soit 1,4; nous trouverons que le rayon de ce noyau est les trois cinquièmes du rayon apparent. Le volume excédant aurait une masse et une densité négligeables par rapport au noyau. De cette manière, on se rendrait compte de la très-faible densité moyenne du Soleil ainsi constitué: un noyau central n'occupant qu'un cinquième du volume total, une atmosphère de vapeur dont la surface plus ou moins définie limite le disque solaire, et dont le mouvement de rotation peut différer de celui du noyau.

87. Selon M. Faye, la masse entière du Soleil est gazeuse, et à une température tellement élevée que tous les corps y sont non-seulement en vapeurs, mais dans cet état où les combinaisons chimiques deviennent impossibles. A la surface refroidie par le rayonnement, la température s'abaisse assez pour que la combinaison puisse avoir lieu. Ce sont les produits nuageux de ces combinaisons qui, en se condensant, acquièrent un pouvoir rayonnant que n'ont pas les gaz, et deviennent source de lumière et de chaleur. Ces nuages, en vertu de leur densité supérieure, tombent vers le centre, ils atteignent des couches où la température est plus élevée, s'évaporent et retournent à l'état de gaz simples. De ces déplacements résultent dans l'atmosphère solaire des courants en rapport avec la différence de

température des diverses régions. Par l'effet de ces courants, la masse du Soleil est continuellement mélangée, et contribue tout entière à alimenter le rayonnement calorifique qui émane de sa surface.

La nébuleuse solaire, qui s'étendait primitivement bien au-delà de Neptune, est maintenant réduite à de beaucoup moindres proportions. Toutefois son volume égal à treize cent mille fois celui de la Terre, sa densité supérieure à celle de l'eau, sa température élevée, en font un immense réservoir de chaleur qui n'a pas sensiblement diminué depuis nombre de siècles, malgré ses pertes incessantes, et qui suffira longtemps encore à réchauffer notre système planétaire. Cette conservation, au moins apparente, de la température solaire serait inconcevable si la radiation s'opérait aux dépens des couches superficielles seulement, ou bien si elle provenait d'une combustion ou de toute autre action chimique. Elle est au contraire très-naturelle, dans la théorie qu'on vient de rappeler, si le Soleil est le résultat de la condensation d'une nébuleuse.

88. *Origine de la chaleur solaire.* — Ceci nous ramène à la nébuleuse incandescente d'où, suivant Laplace, tout notre monde est sorti. Sa chaleur initiale, c'est la chaleur dégagée dans l'agglomération en un même corps des divers éléments qui sont venus le constituer. Tombés ensemble de distances très-grandes, réunis sous l'influence de leur mutuelle gravitation, le mouvement perdu dans la collision s'est transformé en une somme de chaleur équivalente.

Comme conséquence de cet énorme développement de chaleur vers le centre de l'agglomération, il a dû s'opérer une réduction en vapeurs de toute la masse qui s'est immédiatement convertie en une immense atmosphère : c'est la nébuleuse de Laplace. Elle tourne sur elle-même, comme le système primitif dont elle est émanée ; seulement la vitesse angulaire, au lieu d'être constante, diminue à mesure qu'on s'éloigne du centre, conforformément au principe des aires; ce qui, pour le dire en passant, explique la forme spirale ou annulaire de certaines nébuleuses.

Dans sa condensation ultérieure, la nébuleuse a reproduit les divers phénomènes décrits plus haut : ainsi, elle a abandonné successivement une série d'anneaux dont chacun a retenu une portion correspondante de la

chaleur totale. Il semble donc que le Soleil a dû perdre, depuis le commencement de la condensation, une fraction considérable de sa chaleur primitive. On peut s'étonner que ce qui reste suffise pour entretenir son rayonnement actuel, sans diminution sensible.

Cette difficulté disparaît par la considération des courants intérieurs qui, selon notre théorie, venaient reconstituer l'atmosphère solaire, à mesure qu'elle se contractait. Les anneaux extérieurs de Laplace ne représentent alors qu'une minime fraction de la masse entière. Les traînées elliptiques, en se détachant du Soleil, ne l'abandonnent pas définitivement; la plupart se réunissent finalement à lui, et par leur chute lui apportent une somme de chaleur destinée à compenser ses pertes, réintégrant ainsi dans sa masse une grande partie de la force vive que la nébuleuse contenait virtuellement.

89. Quant à l'importance de la chaleur développée par la concentration en un seul noyau des molécules constituant la nébuleuse primitive, on ne saurait douter qu'elle ait suffi à approvisionner le Soleil pour bien des milliers de siècles. On calcule, en effet, que la planète Jupiter, venant à tomber sur le Soleil, produirait une quantité de chaleur susceptible d'alimenter pendant 16,000 ans sa radiation, telle qu'elle a été mesurée par Pouillet. La moitié de la masse de la nébuleuse solaire, supposée à la distance de Jupiter, pour fixer les idées, donnerait, en se réunissant au centre, une quantité de chaleur représentée approximativement par 8,000,000 d'années. On conçoit donc qu'il ait pu s'y accumuler assez de chaleur pour entretenir la température dont il jouit depuis tant de siècles.

Le Soleil, tout en se condensant, s'est donc réchauffé dans les régions centrales, en recueillant toute l'énergie possédée par les masses qui y sont retombées successivement. Lorsque la chute des traînées elliptiques a cessé, la chaleur solaire a atteint sa valeur définitive. A partir de ce moment, ce n'est plus qu'une masse incandescente en voie de refroidissement, un réservoir de chaleur qui s'épuise, parce que ses pertes ne se réparent pas. La diminution de la température solaire est donc certaine : si lente qu'elle soit, elle finira par devenir sensible. S. W. Thomson estime qu'il s'écoulera plusieurs millions d'années avant que le Soleil cesse d'être pour les planètes une source de chaleur.

90. *De la rotation du Soleil.* — On peut se demander si la constitution actuelle du Soleil conserve encore des traces des phases qu'il a traversées à l'état de nébuleuse : car, pas plus du Soleil que de tout autre astre, on ne saurait dire qu'il soit parvenu à un état définitif, sans rapport avec ses variations antérieures. Malheureusement, cette constitution physique est imparfaitement connue sur les points les plus essentiels. Les idées émises au n° 86 sur la densité et l'état physique des couches centrales, dans l'hypothèse liquide, doivent être présentées comme de simples conjectures, du moment qu'il s'agit d'une masse gazeuze, au sein de laquelle agissent en sens opposé une température et une pression incalculables. Il est pourtant vraisemblable que, même à l'état gazeux, le Soleil possède un noyau où est concentrée la majeure partie de sa substance, et qu'enveloppe une série de couches atmosphériques beaucoup moins denses. Au delà est l'atmosphère coronale décrite par M. Janssen, que sillonnent des anneaux ou des traînées variables de forme et d'éclat.

On ne saurait émettre que des suppositions sur les conditions mécaniques d'un pareil système. Rien n'oblige à croire que la masse entière se soit contractée d'une seule pièce, que la photosphère ait un mouvement identique à celui des couches qu'elle recouvre, et que ces couches elles-mêmes partagent exactement le mouvement de rotation du noyau.

C'est même le contraire qui semble indiqué par la loi de rotation résultant de l'observation des taches, notamment de la série due à M. Carrington, et dont la formule analytique, déduite par M. Faye, peut s'écrire :

$$\omega = 700' + 157' \cos^2 \lambda,$$

$\omega$ désignant la vitesse angulaire à la latitude $\lambda$. Cette vitesse, loin d'être constante, croît du pôle à l'équateur d'une quantité proportionnelle au carré du cosinus de la latitude. Il faut bien remarquer que $\omega$ a été conclu du mouvement apparent des taches à la surface; mais on ne saurait affirmer que ce mouvement appartienne réellement et en totalité au Soleil. Le déplacement des taches pourrait être lié à leur origine et aux lois encore incertaines de leur formation.

La masse solaire est incessamment traversée, d'après la théorie de M. Faye, par des courants ascendants partis d'une grande profondeur et dans

toutes les directions, qui viennent continuellement ralentir la vitesse superficielle. Ces courants supposent des contre-courants descendants, et cette circulation, apportant à la surface la chaleur du centre, entretient la photosphère et le flux de chaleur qui s'en échappe régulièrement. L'intérieur du Soleil est ainsi dans un état d'agitation perpétuelle.

Quelles que soient la nature et la cause des taches, elles ont certainement une intime relation avec ces courants; et la loi de leurs déplacements dépend de la vitesse et de la direction suivant laquelle les courants, partis des régions centrales, arrivent à la surface. Tant que cette question de dynamique des fluides ne sera pas résolue, tant qu'on n'aura pas la formule analytique de ces mouvements ascendants et descendants qui traversent et mélangent les couches gazeuses du globe solaire, on ne pourra dire positivement si l'expression de $\omega$, citée plus haut, se rapporte à la photosphère.

**91.** S'il vient à être établi que ce singulier mode de rotation est inhérent au Soleil même, c'est-à-dire que les régions équatoriales de la photosphère tournent plus vite que les autres régions, il y aura lieu d'en chercher la cause dans la condensation de la nébuleuse solaire, et il sera naturel de la rattacher aux dernières transformations que le Soleil a subies.

Reportons-nous à l'époque où son atmosphère dépassait la limite $L = 0,17$ qui convient à la rotation actuelle : sa forme était alors lenticulaire, très-aplatie aux pôles. Un moment est venu où, par l'effet d'une dernière condensation, cette atmosphère s'est en grande partie précipitée, laissant à découvert le globe sphérique du Soleil actuel. Une couche s'est alors déposée, s'étendant sur tout le sphéroïde, mais très-inégalement : son épaisseur croissant du pôle à l'équateur, puisqu'il en était ainsi de l'épaisseur de l'atmosphère elle-même. Il en résulte aussi que la vitesse de rotation croît pareillement du pôle à l'équateur. Car toute particule matérielle qui par le fait de la condensation tombe sur le Soleil, et par conséquent se rapproche de l'axe de rotation, acquiert dans sa chute un excédant de vitesse, en vertu du principe des aires, et d'autant plus qu'elle tombe de plus haut. C'est donc vers l'équateur que la couche déposée tend à tourner le plus vite : la différence dépend encore de l'épaisseur de l'atmosphère primitive, épaisseur plus grande à l'équateur qu'aux pôles.

Un effet tout semblable vient s'ajouter au précédent, par suite de la chute des traînées elliptiques qui pénètrent dans l'atmosphère aux environs de l'équateur. Les unes sont d'abord très-allongées; les autres, à cause des frottements et résistances, acquièrent progressivement une ellipticité assez grande pour atteindre le noyau solaire.

Considérons, pour préciser, une traînée partie de la distance aphélie $a = L = 0,17$, avec une vitesse $hV$, et allant raser le Soleil, dont le rayon exprimé au moyen de la même unité est $r = 0,0047$. Appelant $v_0$ la vitesse équatoriale actuelle, on a

$$V = v_0 \frac{a}{r};$$

et par les formules du n° 10,

$$\frac{ah^2}{2 - h^2} = r, \qquad V' = \frac{2 - h^2}{h} V;$$

$V'$ est la vitesse au périhélie, c'est-à-dire à la distance $r$, au contact du Soleil. De ces relations on tire :

$$h^2 = \frac{2r}{a + r}, \qquad V' = \frac{ah}{r} V = \frac{a^2 h}{r^2} v_0 .$$

Introduisant à la place des données leurs valeurs numériques, nous trouvons $h^2 = 0,054$ ; d'où $h = 0,23$, et $V' = 8V = 304 v_0$. Ainsi, toute traînée dont l'excentricité sera 0,95 ira toucher le Soleil à son périhélie. Sa vitesse sera alors huit fois plus grande qu'à l'aphélie, et trois cents fois plus grande que celle du Soleil même.

On voit par là qu'une traînée qui vient à rencontrer le Soleil lui apporte, dans le sens de sa rotation, un excès considérable de vitesse. S'il s'agissait d'une masse cohérente, ne pouvant se mouvoir que d'une pièce, cet excès de vitesse n'accélérerait qu'insensiblement la rotation du système ; mais les diverses couches pouvant se déplacer les unes par rapport aux autres, et n'ayant entre elles que peu de cohésion, la vitesse apportée par la traînée se communique simplement à la couche où elle va se mêler. D'ailleurs tous ces courants ne s'écartent guère du plan de l'équateur : ce sont donc les régions équatoriales qui acquerront ainsi la plus grande accélération, et $\omega$ décroîtra au contraire vers les pôles.

92. Dans l'hypothèse qu'on vient de développer, le mouvement de rotation décelé par les taches appartiendrait à une couche superficielle, et cette couche résulterait de la précipitation d'une partie de l'atmosphère primitive. Sa vitesse, variable avec la latitude, tiendrait à la fois de son origine et de la chute des zones équatoriales qui lui sont arrivées successivement par un mécanisme semblable à celui que nous avons déjà décrit pour Saturne et pour la Terre (nos 74 et 84). C'est donc à la dernière transformation de la nébuleuse solaire que se rattacherait la loi de la rotation actuelle.

En venant s'unir au Soleil, ces traînées, grâce à leur excès de vitesse, lui apportent encore de la chaleur : tout le mouvement qui disparaît par suite du choc se transforme en une quantité de chaleur équivalente à la force vive perdue. Il y a là une source calorifique produisant son effet principal à l'équateur, de sorte que les deux calottes polaires ont dû être moins chaudes que le reste du disque.

Les différences de vitesse entre des couches, soit voisines, soit superposées, tendent naturellement à disparaître, et le mouvement à s'égaliser. Cependant l'accroissement de vitesse angulaire, du pôle à l'équateur, subsiste aujourd'hui, malgré les résistances et frottements entre les couches au contact, qui concourent à éteindre ces différences. Il en faut conclure : — ou bien que cette accélération ne remonte pas à une époque éloignée, c'est-à-dire que la condensation dont elle résulte n'est pas de date très-ancienne ; — ou bien que ce régime s'est régularisé peu à peu en se mettant d'accord avec les courants qui aboutissent à la surface, qu'il s'est équilibré en quelque sorte avec la circulation interne de la masse solaire, dont la loi nous est encore inconnue. C'est cette loi qu'il importe de découvrir ; sans elle, on ne peut que hasarder des conjectures sur ces diverses questions.

93. *Des cyclones solaires.* — On sait que M. Faye explique les taches solaires par des mouvements tournants ou cyclones, dus au mode de rotation de la photosphère ; ces cyclones ont pour origine la différence de vitesse sur deux parallèles voisins. Nous n'avons pas l'intention d'aborder ici la théorie des taches, ni de discuter les effets possibles de ces cyclones, mais seulement de montrer comment, étant admis le mode de rotation formulé ci-dessus, on en conclut la loi suivant laquelle le mouvement

tourbillonnaire varie de l'équateur aux pôles, augmentant d'abord jusqu'à une certaine latitude, pour décroître ensuite rapidement.

Soit, en général, la vitesse angulaire de rotation

$$\omega = A + B \cos^2 \lambda .$$

La vitesse absolue à cette latitude s'obtient en multipliant $\omega$ par le rayon du parallèle, ou simplement par $\cos \lambda$, le rayon du Soleil étant pris pour unité. C'est donc

$$v = A \cos \lambda + B \cos^3 \lambda .$$

De la différence qui existe entre les vitesses de deux parallèles contigus, sur une sphère tournant à la manière d'un solide, il ne saurait résulter de tourbillon. Or, le terme $A \cos \lambda$ représente un déplacement commun, une rotation autour des pôles. On peut donc en faire complètement abstraction, et tout se passera comme si une sphère solide, tournant d'un mouvement uniforme $v = A \cos \lambda$, était recouverte d'un fluide possédant le mouvement relatif $v = B \cos^3 \lambda$. C'est de ce seul terme qu'il y a à tenir compte.

94. Considérons deux points M, M', correspondants aux latitudes $\lambda$, $\lambda - \Delta\lambda$. Quand on passe du premier au second, $v$ augmente de

$$3B\Delta\lambda \sin \lambda \cos^2 \lambda . \qquad (1)$$

Tel est l'excédant de vitesse de M' sur M, déduction faite de la différence qui existerait naturellement dans une rotation ordinaire. Cet excédant est constamment positif ; il s'annule à l'équateur, et aussi au pôle. Sa dérivée est

$$3B\Delta\lambda . \cos \lambda (\cos^2 \lambda - 2 \sin^2 \lambda) ,$$

qui est nulle au pôle, nulle aussi pour $\tang^2 \lambda = \frac{1}{2}$ : c'est donc vers $\lambda = 35^\circ$ que la différence de vitesse de deux parallèles voisins atteint son maximum.

Ces différences de vitesse engendrent, à la surface du Soleil, des mouvements gyratoires ; nous ne chercherons pas à apprécier quelle en est l'importance. M. Faye y a trouvé la cause des taches que l'on observe principalement dans deux zones de part et d'autre de l'équateur, et des pores que l'on constate sur tout le disque, et qui ne seraient que des taches beaucoup plus petites, plus difficiles à apercevoir.

Si la fonction (1) est réellement l'expression analytique de la cause générale de ces phénomènes, sa marche devra s'accorder avec la loi de la distribution des taches. L'une et l'autre ont effectivement un minimum au pôle, un autre à l'équateur ; mais la zone où les taches se montrent plus ordinairement est comprise entre 10° et 30°, tandis que la fonction (1) a son maximum vers 35°. D'autre part, le décroissement vers les pôles est très-lent pour la fonction, tandis qu'au-delà de 50° de latitude on ne voit point de taches proprement dites. On pourrait cependant rendre l'accord plus satisfaisant en modifiant un peu cet essai d'explication.

95. A la considération de la vitesse relative sur deux parallèles voisins, substituons la force vive $mv^2$ correspondante à cette vitesse relative. La masse d'un élément superficiel sera supposée proportionnelle à l'épaisseur $e$ de la couche en mouvement. Cette épaisseur elle-même diminue de l'équateur au pôle, par la raison énoncée au n° 91 ; et l'on doit présumer que son expression en fonction de la latitude est analogue à celle de $\omega$, soit

$$e = a + b \cos^2 \lambda .$$

D'après cela, la vitesse à considérer étant $v = B \cos^3 \lambda$, sa variation de $\lambda$ à $\lambda - \Delta\lambda$ est $3B\Delta\lambda \sin \lambda \cos^2 \lambda$, et la force vive en question est

$$9B^2\Delta\lambda^2 \sin^2 \lambda \cos^4 \lambda (a + b \cos^2 \lambda) . \qquad (2)$$

Cette nouvelle fonction est nulle encore au pôle et à l'équateur.

Son maximum est donné par l'équation.

$$\sin \lambda \cos^3 \lambda \, [4b \cos^4 \lambda + 3\,(a - b) \cos^2 \lambda - 2a] = 0 ,$$

qui s'annule à l'équateur et au pôle. L'autre racine dépend des valeurs de $a$ et $b$. En particulier, pour $b = 0$,

$$3 \cos^2 \lambda - 2 = 0 , \qquad \cos^2 \lambda = \frac{2}{3}, \qquad \lambda = 35^\circ \; 16' .$$

C'est le résultat de tout à l'heure, ainsi que cela devait être. Si $a = b$,

$$2 \cos^4 \lambda - 1 = 0 , \qquad \cos^4 \lambda = \frac{1}{2}, \qquad \lambda = 32^\circ \; 46' .$$

Enfin, dans le cas extrême $a = 0$,

$$4 \cos^2 \lambda - 3 = 0\,, \qquad \cos^2 \lambda = \frac{3}{4}, \qquad \lambda = 30^\circ\,.$$

On voit donc que, lorsque le rapport $\frac{b}{a}$ augmente, le maximum marche vers l'équateur. Telle est l'influence de l'épaisseur $e$ de la couche superficielle.

Quand le coefficient B vient à diminuer, la vitesse équatoriale se ralentit, la différence des vitesses d'un parallèle à l'autre se régularise; la fonction(2) diminue, et le phénomène des cyclones, qu'on suppose lié à cette différence, perd de son intensité. Si en même temps l'épaisseur $e$ de la couche superficielle varie, par exemple par un accroissement de $b$, cette épaisseur diminue vers les pôles ; et il suit de ce qu'on vient de voir que la région du maximum des cyclones se rapproche alors de l'équateur. Voyons s'il n'existe pas quelque cause capable de produire à la fois ces deux effets.

Si l'on cherche cette cause dans le Soleil, on imaginera que le noyau central a une rotation particulière, plus rapide que celle de la photosphère, peut-être autour d'un axe différent, et tend à l'entraîner. De cette transmission du mouvement du noyau aux couches qui l'entourent et frottent sur lui, pourrait résulter une accélération de la région équatoriale de ces couches [1].

96. Il est plus difficile de comprendre qu'il y ait en dehors du Soleil des forces en état de modifier son mouvement. Toutefois, si la rotation appartient à une mince couche, glissant au-dessus de la surface solaire en vertu d'une impulsion primitive, elle peut obéir à des actions extérieures, comme notre océan à l'attraction de la Lune.

Les planètes, et généralement toute la matière disséminée dans le système, constituent une zone voisine du plan de l'équateur solaire, mais dont la masse, irrégulièrement répartie, change sans cesse de disposition. Tournant moins vite que le Soleil, ces divers corps impriment à son atmosphère un mouvement d'entraînement rétrograde. Car la marée due à chacun d'eux détermine, suivant sa direction, un renflement ou accumulation de fluide qui,

---

[1] Ém. Gautier ; *Archives de Genève*, avril 1864.

entraîné par la rotation solaire, disparaît peu à peu pour se reformer immédiatement en arrière. De là, un déplacement continu et progressif qui ralentit, surtout à l'équateur, la marche du courant superficiel.

L'influence de cette sorte d'anneau équatorial qui environne le Soleil tend à atténuer la vitesse relative $v = B \cos^5 \lambda$ de la photosphère par rapport au noyau, et par suite à uniformiser du pôle à l'équateur la vitesse angulaire. Ainsi, B diminue, et d'autant plus que cette influence est plus grande : donc aussi l'activité du mouvement tourbillonnaire faiblit. En outre, l'attraction d'un anneau extérieur a naturellement pour effet (à peu près comme la force centrifuge) d'accroître vers l'équateur l'épaisseur de la couche, ou d'augmenter le coefficient $b$ ; et l'on a vu que cette augmentation a pour conséquence de rapprocher de l'équateur la région des cyclones. A l'inverse, si l'action extérieure devient plus petite, B augmente, $b$ diminue; les mouvements gyratoires se développent, et leur maximum d'intensité s'écarte de l'équateur. Telle serait en gros la marche des phénomènes correspondants à l'inégale rotation du Soleil, due aux actions perturbatrices dont nous parlons. Comme elles varient sans cesse, suivant la position et la distance des planètes, il en résulte dans $\omega$ des inégalités périodiques fort compliquées, dont les plus importantes pourront seules se dégager du mouvement général.

Si l'on veut poursuivre jusqu'au bout ces déductions d'une hypothèse déjà bien hasardée, on remarquera que le courant solaire superficiel, en frottant sur la couche sous-jacente, doit donner lieu à des phénomènes électriques très-intenses: le magnétisme du Soleil, ses changements qui se reflètent sur la Terre, ses relations avec les taches, dépendraient surtout de la loi de rotation ; les inégalités de celle-ci produisant des variations correspondantes dans chacune des manifestations de l'énergie solaire.

Ainsi s'explique la liaison que l'on a constatée entre ces phénomènes : leur source commune résiderait dans la couche superficielle dont le mode actuel de rotation dénote l'origine, et qui ne remonte pas probablement à une époque fort éloignée.

97. L'idée préconçue de la stabilité du système du monde a conduit à exagérer la durée des phases par lesquelles il a passé, et à considérer son état présent comme permanent et définitif. Mais les observations précises en

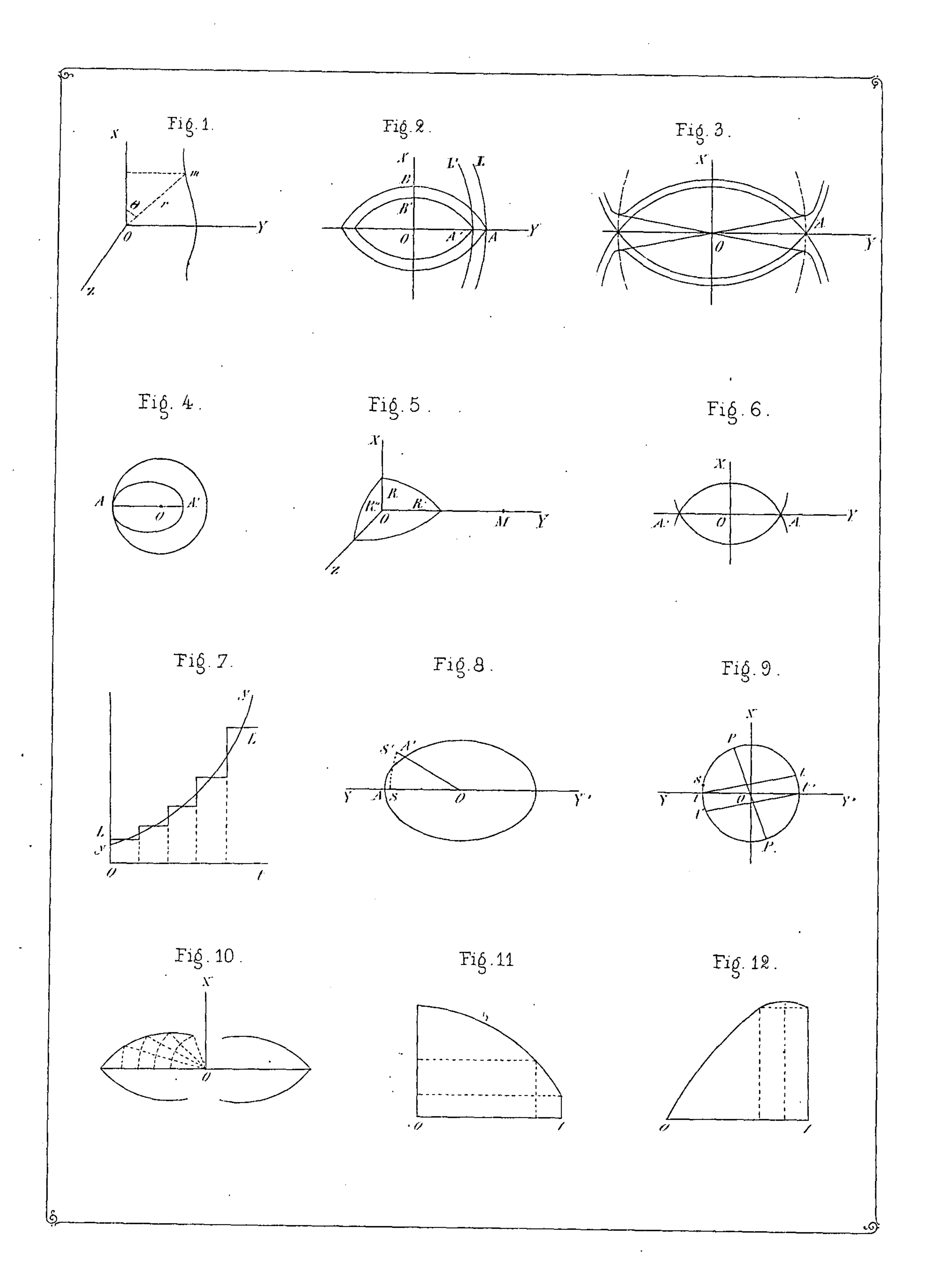
astronomie sont très-peu anciennes, et sous nos yeux mêmes sont survenus des changements qui prouvent bien que cette stabilité n'est qu'apparente. Pour se faire une idée du temps écoulé depuis que le Soleil a commencé à se refroidir, on n'a d'autres données que les considérations du n° 89 sur la chaleur totale qui s'est accumulée dans la masse solaire à l'origine; sachant d'ailleurs ce qu'elle perd annuellement par sa radiation actuelle, on obtiendra une limite de la durée de son refroidissement, que l'on peut estimer approximativement à cent millions d'années. Cette durée comprend les diverses phases que le Soleil a traversées et la période de la formation des planètes. Pour ces dernières, si l'on admet (n° 42) qu'elles se sont formées dans l'ordre de leur distance et à des intervalles de temps égaux, on pourra marquer leur place dans l'histoire de la nébuleuse solaire.

Ces questions se rattachent intimement, comme on voit, à notre étude sur les atmosphères et les lois de leur condensation. Mais ce premier aperçu a besoin d'être approfondi et développé, surtout par l'application de l'analyse mathématique. Peu de travaux ont été jusqu'ici effectués dans cette voie, nous avons eu occasion de les citer. Quant à nos propres recherches sur ce sujet, nous sommes loin de nous dissimuler combien elles laissent à désirer.

Laplace lui-même, avant d'aborder l'exposition de son hypothèse cosmogonique, s'excuse presque en disant qu'il la présente « avec la défiance que doit inspirer tout ce qui n'est point un résultat de l'observation et du calcul ». Cette réserve, exagérée sans doute chez l'illustre auteur, s'impose comme un devoir quand, après Laplace, on ose aborder un sujet aussi ardu. Mais, si imparfait que soit cet essai, il en suscitera peut-être un plus complet, en appelant l'attention sur ces grands problèmes cosmogoniques. Puisse-t-il ainsi avancer le jour où il sera donné à l'homme de connaître l'histoire de ce monde où il vit, du système solaire, cette bien minime partie de l'œuvre du Créateur !

Montpellier, le 29 juin 1873.

---


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11
Fig. 12.

# NOTE

SUR

# L'OSTÉOLOGIE DES MEMBRES ANTÉRIEURS

DE

## L'ORNITHORHYNQUE ET DE L'ÉCHIDNÉ

COMPARÉE A CELLE DES MEMBRES CORRESPONDANTS

## DANS LES REPTILES, LES OISEAUX ET LES MAMMIFÈRES,

**Par M. Charles MARTINS.**

Tous les zoologistes connaissent les nombreuses analogies signalées par sir Everard Home, de Blainville, Meckel, Geoffroy Saint-Hilaire, Cuvier et R. Owen, entre les Monotrèmes d'un côté, les Reptiles et les Oiseaux de l'autre. Cette note a pour but d'en faire connaître une nouvelle, celle qui existe entre l'ostéologie des membres antérieurs de l'Ornithorhynque et de l'Échidné comparée à la charpente osseuse de l'aile d'un Oiseau ou de la patte antérieure d'un Reptile[1]. Pour démontrer cette analogie, je procède de la manière suivante: Je place un squelette d'oiseau quelconque, Poule, Faisan, Pélican, à côté d'un squelette d'Ornithorhynque ou d'Échidné dans la position de l'Oiseau qui vole, de façon que les sternum des deux animaux soient sensiblement dans un même plan horizontal. L'humérus du Monotrème étant naturellement dirigé horizontalement et perpendiculairement au plan vertébro-sternal, j'étends l'humérus de l'Oiseau comme il le fait lui-même

[1] Avoir, pour l'intelligence de ce qui suit, deux squelettes sous les yeux, ou consulter, pour les Monotrèmes: Cuvier, *Ossements fossiles*, pl. 214 et 215, et Owen, MONOTREMATA, in Todd's *Cyclopædia*.

quand son aile s'abaisse, de façon que l'os prenne la même position que le bras du Mammifère; je fléchis ensuite à angle droit l'avant-bras de l'Oiseau sur son humérus, comme l'est celui de l'Ornithorhynque et de l'Échidné. Les membres de ces animaux étant dans la même position, je procède à la comparaison des os qui les composent. Je constate d'abord que l'humérus du Monotrème n'est pas tordu de 180 degrés ou de deux angles droits, comme celui des autres Mammifères terrestres et aquatiques[1]. Owen avait déjà remarqué cette torsion, mais l'estimait approximativement à une demi-circonférence [2] : elle est de moins que 90 degrés. Ce qui le démontre dans les deux Monotrèmes, c'est la direction de la crête de torsion qui, partant de l'épicondyle de l'humérus, vient aboutir au-dessous de la tête humérale, sans avoir, comme dans les autres Mammifères dont l'humérus est tordu de 180 degrés environ, contourné en hélice la moitié de l'épaisseur du corps de l'humérus. Voilà déjà un caractère important commun aux Monotrèmes, aux Oiseaux et à leurs ancêtres les Reptiles.

Quoique l'humérus des Monotrèmes soit court, difforme, aplati horizontalement, et par conséquent bien différent de celui de l'Oiseau, cependant, en comparant toujours la même face supérieure, je remarque la ressemblance des deux têtes humérales, toutes deux elliptiques, avec le grand diamètre dirigé d'arrière en avant, et l'axe du col de l'humérus oblique de bas en haut et de dehors en dedans, au lieu de se diriger horizontalement d'avant en arrière, comme dans les autres Quadrupèdes. Je constate ensuite la ressemblance des deux tubérosités bicipitales transformées en crêtes latérales, et la présence d'un osselet péricapsulaire articulé avec l'humérus et l'os coracoïdien existant chez certains Oiseaux, et découvert par le professeur Nitzsch dans l'Ornithorhynque adulte [3]. A l'extrémité inférieure de l'humérus, la ressemblance cesse. En effet, celle des Monotrèmes est divisée en

---

[1] Voyez à ce sujet deux mémoires sur la torsion de l'humérus et les articulations du coude et du genou (*Mém. de l'Acad. de méd. de Montpellier*, tom. II, pag. 471, et *Ann. sc. nat.*, 4e série, tom. VIII, pag. 45, et *Mém. Acad. sc. de Montpellier*, tom. III, pag. 335.)

[2] «*The humerus is a short and strong bone expanded at both extremities and as it were twisted half round upon itself.*» (Todd's *Cyclopædia*, art. MONOTREMATA, pag. 377.)

[3] *On the os humero-capsular of the Ornithorhynchus*, by prof. Owen. — *Report of the British Association*, 1848, *Transactions of the sections*, pag. 79.

deux apophyses d'égale largeur, séparées par une échancrure: l'antérieure, correspondant à la trochlée et à l'épicondyle de l'humérus, s'articule avec le radius et le cubitus ; la postérieure, aussi volumineuse que la première et percée d'un trou, représente l'épitrochlée ; elle donne insertion à des muscles puissants. Au contraire, l'extrémité inférieure de l'humérus de l'Oiseau n'est pas divisée et s'articule en entier avec les os de l'avant-bras. L'épicondyle et l'épitrochlée sont peu marqués.

Étudions maintenant l'avant-bras. Quand on considère celui de l'Ornithorhynque et de l'Échidné dans sa position normale, on remarque deux choses: 1° le radius et le cubitus ne se croisent pas, l'avant-bras n'est pas en pronation comme dans les autres Quadrupèdes; 2° le cubitus, parallèle au radius, est *en dehors,* non en dedans et en arrière, comme chez l'Homme et les autres Mammifères. Dans l'Oiseau, nous voyons également que les deux os ne se croisent pas; le radius est en dedans, le cubitus *en dehors,* comme dans les Monotrèmes. Il en résulte que dans les deux classes, Oiseaux et Monotrèmes, les deux os de l'avant-bras, comme ceux de la jambe, sont parallèles entre eux et occupent la même position relative. Le cubitus, homologue du péroné, est, comme lui, placé en dehors; le radius, homologue du tibia, en dedans. C'est le contraire dans les autres Mammifères quand l'avant-bras est en supination [1]. Quand il est en pronation, les deux os ne sont plus parallèles entre eux: l'extrémité supérieure du radius est en dehors, l'inférieure en dedans. Il y a plus: dans les Monotrèmes, comme dans les Oiseaux, le péroné s'articule avec le fémur. Mais ceux-ci n'ont point, comme l'Ornithorhynque et l'Échidné, une apophyse péronéale qui s'élève au-dessus de l'articulation péronéo-fémorale, ni une rotule tibiale mobile qui représentent à elles deux l'olécrâne bifurqué du membre antérieur.

Si, au lieu d'un Oiseau, nous avions placé à côté d'un squelette d'Ornithorhynque ou d'Échidné celui d'un Reptile, d'un Lézard par exemple, nous aurions trouvé les mêmes analogies, car l'humérus du Reptile, tordu de 90 degrés, ressemble singulièrement à celui d'un Monotrème; mais, l'avant-bras du Reptile étant en pronation, les deux os se croisent, la tête du cubitus

---

[1] C'est à tort que M. Durand de Gros (*les Origines animales de l'Homme*, pag. 102) compare l'avant-bras de l'Echidné à celui de l'Homme placé en supination, car dans cette position le cubitus est en dedans et non en dehors, comme chez l'Échidné.

est en dedans et en arrière, celle du radius en dehors et en avant. L'avant-bras de l'Oiseau est donc plus semblable à celui du Monotrème, mais la main de celui-ci a plus d'analogie avec celle d'un Lézard qu'avec les doigts réduits et avortés de l'aile d'un Oiseau. Il y a plus: quoique les Monotrèmes soient les plus inférieurs de tous les Mammifères, leurs pieds et leurs mains ressemblent à ceux des Mammifères supérieurs, tels que les Carnivores et les Insectivores. La main de l'Orithorhynque, animal amphibie, est celle d'une Loutre; celle de l'Échidné, animal fouisseur, ne diffère que par la grandeur et l'absence d'appendice falciforme de la main d'une Taupe.

Pour compléter ce sujet, il me reste à indiquer les analogies signalées déjà par les zoologistes entre l'appareil sternal des Monotrèmes et celui des Reptiles et des Oiseaux, en y ajoutant quelques remarques personnelles.

L'omoplate de l'Ornithorhynque et de l'Échidné est, comme celle de l'Oiseau qui vole et du Reptile qui rampe, dirigée directement en haut et un peu en arrière. Mais sa forme générale se rapproche beaucoup plus de celle des Reptiles que de celle des Oiseaux. Comme celle des Ovipares en général, elle est dépourvue d'épine, suivant Meckel et Cuvier [1]. Mais je pense, avec Owen [2], que cette crête se confond, dans les Monotrèmes et dans les Lézards, avec le bord antérieur de l'omoplate, car celui-ci se termine en avant par une apophyse distincte, véritable acromion qui s'articule avec l'os de la fourchette, représentant partiellement, chez les Oiseaux et chez les Reptiles, les deux clavicules des Mammifères.

La cavité glénoïdale des Monotrèmes est peu profonde, oblique, et ressemble à celle des Reptiles lacertiens. Suivant M. Kitchin Parker [3], elle ne présente plus dans l'animal adulte la suture coraco-scapulaire qui la traverse, celle-ci étant complètement ossifiée, comme dans les Autruches. L'os coracoïdien caractéristique des Oiseaux et des Reptiles est massif, surtout dans l'Échidné : il s'articule supérieurement avec l'omoplate, inférieurement avec deux facettes latérales d'un os spécial qui prolonge le sternum en avant :

---

[1] *Ossements fossiles*, tom. VIII, pag. 283, pl. 214 et 215, fig. 6.

[2] MONOTREMATA, in Todd's *Cyclopædia*, pag. 276.

[3] *A Monograph on the Structure and development of the Shoulder-girdle and Sternum in the Vertebrate*. In-4°, 1873.

c'est l'*épisternal* de Geoffroy[1], le *présternal* de M. Parker, os trapézoïde qui porte latéralement la première paire de côtes. A leur base, au-dessus et en avant du sternum, les deux os coracoïdiens sont surmontés de deux autres os quadrilatères appelés *épicoracoïdiens*, qui s'avancent en avant et en haut pour rejoindre l'os de la fourchette, dont nous parlerons tout à l'heure. Le coracoïde, l'épicoracoïde, l'échancrure sous-acromiale de l'omoplate et la clavicule circonscrivent un trou ovalaire. Dans l'Ornithorhynque, les épicoracoïdiens sont plus larges et plus minces, dans l'Échidné plus étroits et plus massifs. Le coracoïde est constant dans les Oiseaux et les Reptiles, et l'épicoracoïde s'y trouve à l'état plus ou moins rudimentaire; mais c'est à la fois la première et la dernière apparition de ces deux os dans la classe de Mammifères; le coracoïdien se réduit dans tous à une simple apophyse non articulée avec le sternum, et l'épicoracoïdien disparaît complètement.

En avant du sternum et immédiatement sous la peau des Monotrèmes, se trouve un second appareil osseux qui appartient au dermo-squelette. Il double, pour ainsi dire, le système coracoïdien, et les différentes pièces qui le composent ont été différemment interprétées et dénommées par les anatomistes. L'ensemble a été désigné par Cuvier[2] sous le nom d'*os en Y*; par Geoffroy Saint-Hilaire[3], sous celui d'*os furculaire*; par Owen[4], sous celui d'*os en T*. Ces trois anatomistes, d'accord avec de Blainville, le considéraient comme étant l'homologue de l'os de la fourchette des Oiseaux. Des recherches plus récentes, dues principalement à M. Kitchin Parker, ont montré que cet os, en apparence unique, se composait en réalité de deux os. En effet, on remarque une fissure longitudinale qui règne le long de chacune des deux branches de l'Y. Cette fissure divise les deux clavicules en deux moitiés, l'une antérieure, l'autre postérieure. L'antérieure est la ***vraie clavicule***, marquée ***el*** dans les figures 4 à 14 de la planche XVIII de l'ouvrage de M. Kitchin Parker. Ses deux extrémités internes, fort rapprochées l'une de l'autre, ne se soudent pas entre elles comme dans les Oiseaux, dont elles

---

[1] *Philosophie anatomique*, pag. 84, et pl. II, fig. 19, lettre *l*.
[2] *Ossements fossiles*, tom. VIII, pag. 284.
[3] *Philosophie anatomique*, pag. 112, pl. II, fig. 19, lettre *f*.
[4] Art. MONOTREMATA, in Todd's *Cyclopædia*, pag. 375.

constituent l'os de la fourchette. Les extrémités externes au contraire s'articulent, comme chez les Oiseaux, avec les deux omoplates. La moitié postérieure ou pleurale de cet appareil osseux est l'*os interclaviculaire,* marqué *icl* dans les figures de M. Parker. C'est cette portion qui se continue avec le jambage de l'Y articulé sur les sternum des Monotrèmes. Dans l'Ornithorhynque et l'Échidné, les deux branches horizontales de l'interclaviculaire ne rejoignent pas l'acromion. C'est donc bien la moitié antérieure des deux branches de l'Y qui représente les clavicules des Oiseaux, dont l'os de la fourchette ne se soude jamais directement avec le sternum, comme celle des Mammifères. Rudimentaire dans la plupart des Reptiles et des Oiseaux, l'interclaviculaire est très-développé dans les Stellions, les Lézards, les Iguanes, le *Lemnanctus*, etc.[1].

Si l'on se demande d'une manière générale quel est l'appareil sternal qui dans le Règne animal a le plus d'analogie avec celui des Monotrèmes, on trouve que c'est celui de l'*Ichthyosaurus*[2]. Je suis heureux de me rencontrer sur ce point avec M. Kitchin Parker. Ainsi, voilà un appareil compliqué qui apparaît pour la première fois dans les Reptiles ichthyoïdes des mers liasiques, se propage partiellement à travers la classe des Reptiles et des Oiseaux vivants et fossiles, reparaît en entier dans les plus inférieurs des Mammifères, et disparaît dans le reste de la classe, où il n'est plus représenté que par le sternum, l'apophyse coracoïde, la clavicule, et quelquefois l'épisternum plus ou moins avorté. Pour les naturalistes partisans de la doctrine de l'évolution, ces faits n'ont rien de surprenant, et montrent, ajoutés à beaucoup d'autres, que les Reptiles, les Oiseaux et les Mammifères ont une origine commune qui explique leurs analogies. La découverte récente, dans l'argile de Londres, d'un Oiseau muni de dents (*Odontopteryx toliapicus* Ow.) est un nouvel et puissant argument en faveur de cette idée[3].

Examinons maintenant les membres antérieurs des Monotrèmes sous le

---

[1] Kitchin Parker, pl. IX et XI, lettres *icl.*

[2] Cuvier; *Ossements fossiles*, pl. 258, fig. 6, et pl. 260, fig. 7.

[3] Voy. R. Owen, *Description of the Skull of a dentiferous Bird from the London clay of Sheppey (Proceedings of the Geological Society of London*, November 1873, pag. 511), et dans le même recueil (Février 1874), le mémoire de M. Henri Woodward intitulé : *New facts bearing on the inquiry concerning forms intermediate between Birds and Reptiles.*

point de vue fonctionnel. L'Ornithorhynque est un fouisseur amphibie, car il creuse des galeries longues souvent de 6 à 7 mètres pour y abriter ses petits. L'Échidné est un fouisseur terrestre démolissant les nids des Fourmis, dont il fait sa nourriture. Leur appareil sternal est singulièrement adapté à cette fonction; ses diverses parties, fortement unies entre elles, fournissent un point d'appui résistant aux membres antérieurs. Leur humérus, court, aplati, hérissé d'apophyses, le développement extraordinaire de l'épitrochlée, point d'attache des fléchisseurs de la main, la largeur et la longueur de leurs ongles, remarquables principalement dans l'Échidné, tout concourt à leur donner la force de fouir le sol le plus résistant. Étudions comparativement l'animal fouisseur par excellence, la Taupe. L'analogie des membres antérieurs est frappante. L'omoplate, plus étroite, est relativement plus longue; l'humérus, court, aplati de haut en bas, ressemble beaucoup à celui des Monotrêmes; il est également muni d'apophyses, et l'épitrochlée est très-développée. Les os de l'avant-bras sont parallèles entre eux, et, comme dans les Monotrêmes, le cubitus est situé en dehors. La structure de la main est celle de l'Échidné, et les ongles sont semblables. L'appareil sternal est différent: un os aussi long que le sternum lui-même s'articule à l'extrémité antérieure du ***manubrium***: c'est l'***épisternal*** de Geoffroy Saint-Hilaire, ***présternal*** des autreurs modernes. Cet os porte une crête qui rappelle le brechet des Oiseaux: inférieurement il s'articule avec la première paire de côtes, et supérieurement avec deux clavicules courtes et fortes, dans la composition desquelles M. Kitchin Parker croit distinguer trois segments coracoïdes [1]. Comme les Monotrèmes, la Taupe présente donc un appareil supplémentaire de renforcement articulé avec l'extrémité antérieure du sternum, mais sa composition est bien plus simple et se réduit à l'épisternal. Les coracoïdiens, les épicoracoïdiens et l'interclaviculaire, ou os en Y, manquent complétement. Ainsi, la fonction de fouir s'exerce chez la Taupe avec des organes réduits, et le sternum compliqué des Monotrèmes n'est point un appareil construit en vue de cette fonction. Comment le serait-il, puisque chez l'Ichthyosaure il n'était qu'un point d'appui des palettes natatoires d'un animal exclusivement pélagique!

---

[1] *Loc cit.*, pl. XXVIII, fig. 15.

Allons plus loin et jetons un coup d'œil sur l'appareil sternal d'autres Mammifères fouisseurs, et voyons si leurs membres antérieurs en général, et leur sternum en particulier, nous présentent des dispositions spéciales en rapport avec la fonction qu'ils remplissent.

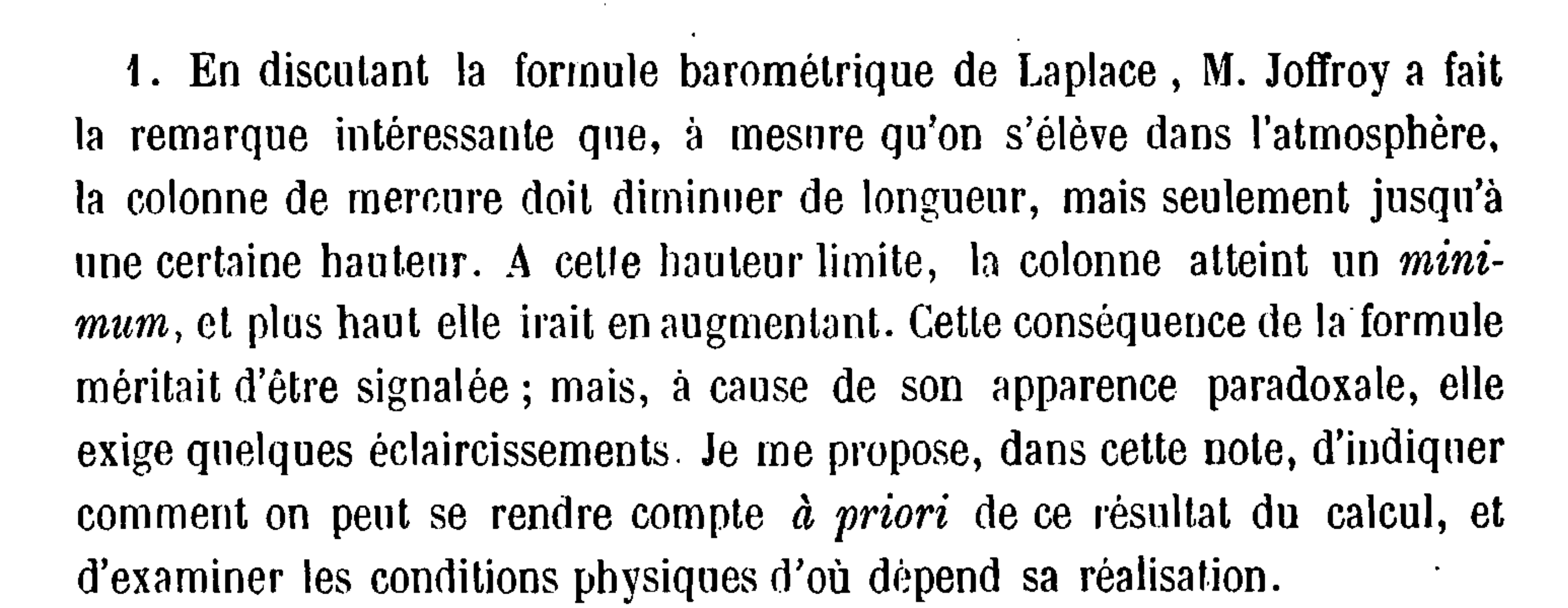
Quelques-uns, *Bathyergus, Arctomys, Arvicola agrestis*, Oryctérope, ont une clavicule plus ou moins forte qui s'articule avec l'épisternum. Dans le Lapin, le présternum existe, mais la clavicule, très-grêle, n'est ossifiée que dans sa moitié interne, et est par conséquent sans usage. Dans les Tatous, elle est également incomplète, et enfin elle est nulle dans les Pangolins et les Blaireaux, quoique l'épisternum subsiste toujours. On voit donc que dans les animaux fouisseurs appartenant à divers ordres de la classe des Mammifères, l'acte de fouir ne correspond pas à un appareil déterminé dont toutes les parties seraient combinées de façon que l'animal puisse creuser rapidement le sol. Les Monotrèmes seuls ont des os coracoïdiens, épicoracoïdiens et interclaviculaires. L'épisternum persiste dans les autres Mammifères fouisseurs comme dans beaucoup d'animaux non fouisseurs, tels que le Phoque, le Tapir, le Cochon, le Daman et les espèces du genre *Felis*. La clavicule, dont le rôle est si essentiel pour fortifier la ceinture thoracique, existe encore dans la Taupe, quelques Rongeurs et dans l'Oryctérope ; puis elle devient incomplète dans le Lapin et le Tatou, et disparaît enfin totalement dans les Pangolins et dans les Blaireaux. Ces animaux n'en fouissent pas moins, quoique moins rapidement que la Taupe, qui semble nager dans la terre. Mais il est évident que le sternum compliqué de l'Ornithorhynque et de l'Échidné n'a pas un but fonctionnel ; c'est un héritage des Reptiles ichthyoïdes, de même que tous les caractères, les uns propres aux Reptiles, les autres aux Oiseaux, quelques-uns communs à tous deux, qui, réunis dans les Monotrèmes à des caractères mammalogiques importants, leur assignent une place à la limite extrême de la classe des Mammifères : ils forment le passage aux Reptiles, dont les Oiseaux sont également issus. Seule la doctrine de l'évolution rend compte de ces faits, que l'on considérait autrefois comme la preuve sans réplique d'un plan préconçu dans l'ensemble systématique du Règne animal.

# NOTE

SUR

# LA FORMULE BAROMÉTRIQUE

**Par M. Édouard ROCHE.**



1. En discutant la formule barométrique de Laplace, M. Joffroy a fait la remarque intéressante que, à mesure qu'on s'élève dans l'atmosphère, la colonne de mercure doit diminuer de longueur, mais seulement jusqu'à une certaine hauteur. A cette hauteur limite, la colonne atteint un *minimum*, et plus haut elle irait en augmentant. Cette conséquence de la formule méritait d'être signalée ; mais, à cause de son apparence paradoxale, elle exige quelques éclaircissements. Je me propose, dans cette note, d'indiquer comment on peut se rendre compte *à priori* de ce résultat du calcul, et d'examiner les conditions physiques d'où dépend sa réalisation.

## I.

2. Tant qu'on ne s'élève pas assez haut pour que la température et la pesanteur varient sensiblement, il suit de la loi de Mariotte que, pour des altitudes croissant en progression arithmétique, la densité des couches d'air décroît en progression géométrique. Considérons, en effet, une couche de hauteur $z$ au-dessus de la surface terrestre ; soit $p$ sa force élastique, $\theta$ sa température, $\rho$ sa densité, et $g$ sa gravité. On a les relations bien connues :

$$dp = -g\rho dz, \quad \rho = \frac{kp}{1+\alpha\theta}.$$

Éliminant la densité $\rho$, et posant $a = \frac{gk}{1 + \alpha\theta}$, il vient :

$$\frac{dp}{p} = -\, adz, \qquad l.p = \mathrm{C} - az.$$

Appelons $\Pi$ la pression à la surface où $z = 0$ ; $\mathrm{C} = l.\Pi$, et $l.\frac{p}{\Pi} = -az$;

d'où :

$$p = \Pi e^{-az}. \qquad (1)$$

Ainsi, la pression diminue en progression géométrique quand $z$ croît par degrés égaux. Elle tend vers zéro (et aussi la densité qui lui est proportionnelle), mais ne s'annule que pour $z = \infty$. Cela revient à dire que l'atmosphère s'étendrait à une distance infinie, si aucune autre cause n'intervenait.

3. Nous allons maintenant tenir compte de ce que la pesanteur décroît en raison inverse du carré de la distance au centre de la terre. Il faut, dans les équations du problème, remplacer $g$ par

$$g' = \frac{gr^2}{(r+z)^2},$$

$r$ désignant le rayon terrestre. L'équation de l'équilibre atmosphérique devient ainsi

$$\frac{dp}{p} = -\,\frac{ar^2dz}{(r+z)^2};$$

d'où $l.p = \mathrm{C} + \frac{ar^2}{r+z}$. A la surface, $l.\Pi = \mathrm{C} + ar$. Donc enfin

$$p = \Pi e^{-\frac{arz}{r+z}}. \qquad (2)$$

Ici encore la pression diminue à mesure qu'on s'élève ; mais, au lieu de tendre vers zéro, pour $z = \infty$, comme dans le cas précédent, il arrive qu'elle converge vers la limite finie

$$\Pi e^{-ar}. \qquad (3)$$

4. Pour calculer cette limite, il faut connaître $a$. Examinons ce qui se passe à la surface de la terre, et appelons $\delta$ la densité de l'air, la pression

étant supposée de $0^m,76$, et la température égale à zéro. On aura alors

$$\delta = k\Pi, \qquad a = gk, \qquad \Pi = gD.0,76,$$

D étant la densité du mercure. D'où, en éliminant $\Pi$ et $k$,

$$a = \frac{\delta}{D.0,76}.$$

Le rapport $\frac{D}{\delta}$ de la densité du mercure à celle de l'air est environ 10500 ; il en résulte $a = \frac{1}{7980}$, et $ar = 798$, en prenant $r = 6\,367\,000$ m.

$$\log. e^{ar} = ar \log. e = 798 \,.\, 0,434 = 347.$$

$e^{ar}$ est donc un nombre de 348 chiffres. C'est par ce nombre énorme qu'il faut diviser la pression $\Pi$ à la surface de la terre, pour obtenir la limite (3) vers laquelle tend la pression dans l'atmosphère dont il s'agit. On voit à quel degré de petitesse serait alors réduite la densité correspondante de l'air.

5. Quelque faible que soit cette pression limite, il n'en est pas moins vrai que, théoriquement, elle est différente de zéro. C'est précisément cette circonstance qui explique pourquoi la colonne barométrique, après avoir atteint un *minimum*, doit ensuite aller en croissant de plus en plus, si l'on continue à monter dans l'atmosphère.

Concevons, pour simplifier, une atmosphère fictive où la pression soit partout la même, à toute distance de la terre. La hauteur barométrique, dans une telle atmosphère, ira en croissant à mesure qu'on s'élèvera; car, la pesanteur de la colonne mercurielle diminuant progressivement, il faut, pour faire équilibre à une même pression, des colonnes de mercure de plus en plus longues, et qui, à une distance infinie, deviendraient elles-mêmes infinies.

Pareille chose doit arriver pour un baromètre transporté dans les hautes régions de l'atmosphère considérée au n° 3, lorsque la pression se rapproche peu à peu de la valeur limite que détermine la formule (3). Aussi, bien que la densité décroisse constamment, il arrivera un moment où la hauteur barométrique augmentera. Cherchons quelle est la couche où ce phénomène devra commencer à se produire.

## II.

6. Soient $h_0$ et $h$ les hauteurs du mercure aux deux stations, $g$ et $g'$ la gravité ; tant qu'on fait abstraction de la variation de température, on a

$$\Pi = gDh_0 , \qquad p = g'Dh ,$$

d'où :

$$\frac{h}{h_0} = \frac{g}{g'}\frac{p}{\Pi} = \frac{(r+z)^2}{r^2}\frac{p}{\Pi} . \tag{4}$$

Dans l'hypothèse toute particulière du n° précédent, où la pression ne varie pas avec la distance à la terre, on aurait constamment $p = \Pi$, et la colonne barométrique

$$h = h_0\left(1 + \frac{z}{r}\right)^2$$

irait en croissant avec la hauteur verticale $z$.

De même, pour le cas examiné au n° 3, on portera dans la formule (4) la valeur du rapport $\frac{p}{\Pi}$ que donne l'équation (2), et l'on aura

$$h = h_0\left(1 + \frac{z}{r}\right)^2 . e^{-\frac{arz}{r+z}} . \tag{5}$$

C'est précisément la formule barométrique. Comme le dit M. Joffroy, elle indique un *minimum* de $h$ à la hauteur $z_1 = \frac{r}{2}\,(ar - 2)$.

7. Calculant, en effet, la dérivée de $h$ par rapport à $z$, on trouve :

$$\frac{dh}{dz} = \frac{2h_0}{r^2}\left[z - \frac{r}{2}(ar - 2)\right] e^{-\frac{arz}{r+z}} .$$

Cette dérivée est négative tant que $z$ reste inférieur à $z_1$ ; elle s'annule pour $z = z_1$, et devient positive au-delà : $h$ est donc minima pour

$$z = \frac{r}{2}\,(ar - 2) . \tag{6}$$

Portons cette valeur de $z$ dans l'équation (2) qui détermine la pression en fonction de la hauteur ; il vient, réductions faites,

$$p = \frac{\Pi}{e^{ar-2}} . \tag{7}$$

En faisant, comme on l'a trouvé ci-dessus, $ar = 798$, il en résulte

$$z = 398\,r\,, \qquad p = \frac{\Pi}{e^{796}}.$$

Ainsi, à une distance du centre égale à 400 rayons terrestres environ, existerait une couche à partir de laquelle le baromètre cesserait de baisser; la densité de l'air dans cette couche serait réduite à un degré de petitesse dont les chiffres précédents permettent de se faire une idée.

III.

8. Ce n'est pas dans notre atmosphère qu'on peut trouver réalisé physiquement ce singulier phénomène d'un *minimum* de la hauteur barométrique. D'une part, l'atmosphère terrestre est limitée forcément, par la force centrifuge due à la rotation, à une distance bien inférieure à 398 rayons (six rayons seulement). Elle se termine même beaucoup plus tôt, à la distance où la dernière couche d'air, ayant perdu son ressort, est maintenue en équilibre par sa seule pesanteur, comme le serait un liquide non évaporable.

D'autre part, alors même que cette atmosphère pourrait s'étendre jusqu'à la distance (6), la densité y serait tellement faible que les propriétés de l'air aussi raréfié différeraient certainement de celles de l'air sur lequel les physiciens ont expérimenté. Or la formule barométrique, telle qu'on l'a établie plus haut, suppose la loi de Mariotte, et cette loi n'a pas été vérifiée pour de très-faibles pressions ; on peut même affirmer qu'elle n'est plus vraie lorsque l'air est extrêmement dilaté.

Vers la limite de l'atmosphère, comme nous venons de le dire, l'air cesse d'être un gaz, son élasticité tend à disparaître; au lieu de varier proportionnellement à la densité, la pression doit diminuer plus vite, puisqu'elle s'annule avant que la densité soit réduite à zéro. Ainsi, loin que la pression converge vers une limite constante, elle tend à décroître plus rapidement, circonstance défavorable à la production du *minimum* dont nous discutons la possibilité.

9. Considérons un cas particulier, et supposons, par exemple, la pression proportionnelle au carré de la densité, ou

$$\rho = k\sqrt{p}.$$

Cette relation, jointe à

$$dp = -\frac{gr^2}{(r+z)^2}\rho dz,$$

donne

$$\frac{dp}{\sqrt{p}} = -\frac{gkr^2dz}{(r+z)^2}, \qquad 2\sqrt{p} = C + \frac{gkr^2}{r+z}.$$

Déterminant la constante par la condition que $p = \Pi$ à la surface où $z = 0$,

$$2\sqrt{p} = 2\sqrt{\Pi} - \frac{gkrz}{r+z}.$$

Posons enfin, pour simplifier, $\varepsilon = \frac{gkr}{2\sqrt{\Pi}}$, on aura

$$\sqrt{p} = \sqrt{\Pi}\,\frac{r+z-\varepsilon z}{r+z}. \tag{8}$$

La pression diminue à partir de la surface ; elle s'annule, en même temps que la densité, à une hauteur $z$ telle que

$$\frac{r+z}{z} = \varepsilon. \tag{9}$$

A la distance $z = \frac{r}{\varepsilon - 1}$ est donc la limite de l'atmosphère.

Quant à la hauteur barométrique, elle est déterminée par la formule (4), qui devient, par la substitution de la valeur de $p$ tirée de (8),

$$h = h_0\,\frac{(r+z-\varepsilon z)^2}{r^2}. \tag{10}$$

Cette hauteur diminue progressivement à mesure qu'on s'élève, et s'annule en même temps que la pression.

10. La dérivée de $h$ par rapport à $z$ est

$$\frac{dh}{dz} = \frac{2(1-\varepsilon)h_0}{r^2}(r+z-\varepsilon z).$$

Examinons d'abord le cas où $\varepsilon$ surpasse l'unité. Cette dérivée, d'abord négative, s'annule avec $h$ à la limite fixée par l'équation (9). Au-delà,

la formule (10) donnerait des valeurs de $h$ positives et croissantes, mais elle est alors inapplicable : en effet, à ces valeurs de $z$ correspondent des valeurs négatives de $\sqrt{p}$ et par suite de la densité $\rho$, ce qui n'est pas admissible.

Si le rapport $\varepsilon$ est égal à l'unité, $h = h_0$ est constant à toute hauteur; et comme alors

$$\sqrt{p} = \sqrt{\Pi}\,\frac{r}{r+z},$$

l'atmosphère s'étend indéfiniment jusqu'à $z = \infty$, et la pression décroît de $\Pi$ jusqu'à zéro.

Enfin, lorsque $\varepsilon < 1$, l'atmosphère est encore illimitée; mais la pression diminue sans tendre vers zéro : à une distance infinie, $\sqrt{p} = (1 - \varepsilon)\sqrt{\Pi}$. La hauteur barométrique $h$ va en croissant indéfiniment à partir de la surface.

11. Si l'on veut calculer la valeur numérique de ce rapport $\varepsilon = \frac{gkr}{2\sqrt{\Pi}}$ avec les données propres à notre atmosphère, on écrira que, à la surface de la terre, la densité $\delta = k\sqrt{\Pi}$, et que la pression $\Pi = g\text{D}.0{,}76$. De là,

$$\frac{gk}{\sqrt{\Pi}} = \frac{\delta}{\text{D}.0{,}76} = \frac{1}{798},$$

et $\varepsilon = 400$. Dans cette hypothèse sur le décroissement de la densité avec la pression, l'atmosphère se terminerait à une hauteur sensiblement égale à $\frac{r}{400}$, soit 16 000 mètres environ.

Cet exemple montre suffisamment que, suivant la relation supposée entre la pression et la densité du gaz, suivant aussi la valeur numérique des éléments qui caractérisent l'atmosphère considérée, cette atmosphère jouira de propriétés très-diverses : elle sera limitée ou illimitée ; et la hauteur barométrique y sera décroissante, ou croissante, ou bien affectera une marche plus compliquée.

12. En résumé, la formule barométrique (5), étant fondée sur la loi de Mariotte, n'est applicable qu'aux régions inférieures de notre atmosphère.

Dès qu'on atteint des couches où la pression descend à quelques centimètres, elle ne saurait être qu'approximative ; dans les régions supérieures, telles que celle où se produirait le *minimum* en question, elle est absolument fausse. On ne saurait donc en rien conclure ni pour ni contre l'existence possible de ce *minimum* dans notre atmosphère, ou dans une atmosphère différente : tout dépend de la loi qui dans les hautes couches de cette atmosphère réglera les variations simultanées de la densité et de la pression.

Signalons enfin une autre raison pour laquelle la formule barométrique de Laplace cesse d'être exacte à de grandes hauteurs : c'est le décroissement de la température à mesure que l'on monte. Cette formule n'en tient compte que d'une manière insuffisante, et la loi de ce décroissement est d'ailleurs inconnue.

# DÉCOUVERTES PRÉHISTORIQUES

FAITES DANS

# LA CHAINE DE MONTAGNES DE LA GARDÉOLE

---

Deuxième Communication faite à l'Académie des Sciences et Lettres de Montpellier
(Séance du 12 janvier 1874)

**Par M. A. MUNIER.**

---

**LAROQUE** (près Fabrègues).

Depuis notre première communication à l'Académie, nos fouilles à Laroque ont irréfutablement prouvé l'existence d'un long habitat de l'homme du bronze sous un habitat superficiel Romain et Gallo-Romain; la surface principale de la station ayant été récemment plantée en vignes, nos fouilles ont été interrompues.

Nous donnons (Planche XVI) un croquis de Laroque pris du côté nord; on voit les assises du Calcaire oxfordien formant un abrupt de près de 60 mètres; au bas, serpente le *Coulazou*, affluent de la *Mosson*.

Les principaux objets rencontrés dans ces nouvelles recherches sont, à part une surprenante quantité de poteries ornementées de tous les dessins si variés de l'âge du bronze: 1° un fragment de bois de Daim (*Cervus Dama*) comprenant la partie basilaire jusqu'au second andouiller; 2° une portion d'écaille de Tortue ; 3° et enfin les trois objets dont nous donnons un croquis, à savoir :

*Fig.* 1, une admirable hachette en jade veiné de noir, d'une conservation parfaite, dessinée grandeur naturelle ; *fig.* 2, une réduction demi-grandeur d'une curieuse céramique représentant une tête de cheval : les oreilles font défaut ; l'œil est représenté par trois cercles d'un diamètre gradué, le plus grand enveloppant le moyen, et celui-ci le plus petit, chargé sans doute de figurer la prunelle. Une série de cercles de dimensions à peu près égales court le long de la courbure supérieure du col; les narines et la bouche sont aussi représentées par une petite circonférence; tous ces *ronds* sont imprimés en creux dans l'argile, avant sa cuisson, par la pression d'une matrice ; le long du col, à partir de la nuque, une saillie médiane, réservée intentionnellement et taillée de hachures transversales, simule assez passablement la crinière... A quel vase, à quel ornement, à quel objet, en un mot, faut-il rapporter cet intéressant débris ? Nous attendons la solution de plus érudits que nous.

Circonstance étrange: Laroque, qui à ce niveau se montre si franchement *âge du bronze*, ne contient pas de bronze ; et le petit anneau de suspension que nous donnons (*fig.* 3) est le seul fragment de ce métal que nous y ayons trouvé.

Nous devons, avant de quitter Laroque, rendre hommage au zèle et à la collaboration éclairée de M. J. Jollet, de Fabrègues; c'est à son concours qu'est due la découverte des deux objets figurés 1 et 2.

## TOMBEAU DE LA COSTE.

A 2,500 mètres environ au nord de Frontignan, au lieu dit *La Coste*, et sur la limite de la garrigue et des vignes, nous avons découvert trois grandes dalles de calcaire oxfordien, posées verticalement, et émergeant du sol d'environ 0,75[c]. Nos premiers coups de pioche nous y ont aussitôt signalé une sépulture.

La position de ces dalles mérite un examen spécial ; elles sont en effet juxtaposées de telle sorte, que l'extrémité gauche de chacune d'elles, se trouvant dépassée par l'extrémité droite de sa voisine, présente ainsi un ensemble de résistance considérable à la poussée des terres et des pierres amoncelées jadis autour d'elles et sur elles.

Le croquis que nous donnons du monument (Planche XVII) appelle une

dalle de couronnement disparue depuis des siècles, car nos recherches n'en ont trouvé traces, ni sur le sol du voisinage, ni dans la mémoire des anciens du pays.

Nous avons mis à découvert, sous un monceau de pierres brisées, ainsi que l'indique le plan (*fig.* 4), une avenue de 4 mètres de long, bâtie en pierres plates placées à sec et horizontalement, fermée à son entrée par d'autres pierres placées de même sorte, et interrompue à l'entrée de la sépulture par une large pierre plate que nous avons trouvée en place, verticale et fermant exactement, comme une porte, l'entrée du tombeau.

Nos fouilles minutieuses nous ont fourni des fragments de crâne pouvant se rapporter à sept personnes, dont trois enfants ; tous les os longs, rongés, portent la trace des dents des carnassiers, des dents isolées en quantité considérable (quatre litres); et enfin de nombreux objets, armes ou ornements, parmi lesquels nous choisissons les plus beaux types, pour en donner un croquis et en basarder la description.

La *fig.* 2 (silex complètement cacholoné) représente une tête de flèche d'un fini d'exécution remarquable; les retouches s'y multiplient avec une légèreté et une sûreté de main peu ordinaires ; un silex de même nature a fourni le grand éclat (*fig.* 5), qui a pu être une lame de couteau.

Un petit fragment de poterie fine et noire est ornementé, *par impression*, de lignes horizontales parallèles, reliées entre elles par des hachures verticales du meilleur effet ; nous le donnons *fig.* 3. De même (*fig.* 12), nous représentons un grand fragment de poterie où la décoration consiste en l'impression profonde du bout d'une spatule triangulaire ; les impressions sont opposées par leurs bases, les côtés extérieurs de l'angle d'impression formant deux lignes parallèles : le caractère barbare de cet ornement est frappant.

La *fig.* 4 est un silex, grattoir-scie épais, avec arête dorsale accentuée, et nombreux éclats sur la face opposée au taillant.

La série des bijoux commence avec la *fig.* 6, qui a pu servir de pendeloque. Cet ornement est composé d'un fragment brut de cristal de carbonate de chaux, translucide, légèrement coloré en jaune, et très-commun dans la Gardéole : c'est l'Aragonite du géologue ; essayant de réparer la maladresse de notre pioche, notre crayon a ponctué la partie manquante.

L'Aragonite a aussi fourni la matière première de la perle (*fig.* 7), qui a été polie en observant attentivement le sens du clivage ; d'où la forme bizarre de l'objet.

La *fig.* 8 est une perle taillée dans un fragment de la même écaille que celle qui constitue l'ornement (*fig.* 13), c'est-à-dire une *Vénus*.

Une dent de Dorade est représentée (*fig.* 9) dessus, dessous et profil ; et enfin (*fig.* 10), un fragment de fruit fossilisé, que notre savant botaniste M. Duval-Jouve a déterminé comme ayant appartenu à une noisette.

La *fig.* 11 représente un cristal cubique d'hématite épigénique, au centre d'une des faces duquel on distingue une tentative de forage.

En observant attentivement la *fig.* 14, qui est une perle d'un carbonate de chaux noirci, nous pourrons peut-être saisir le mode de fabrication de ces ornements primitifs.

Cette perle, en effet, percée, comme les autres, par la rencontre de deux forages coniques opposés, présente cette particularité, que de chaque côté et sur la face interne du forage qui a déterminé la formation du trou de suspension, nous remarquons les deux cônes renversés d'un forage antérieur n'ayant pas abouti. Un coup d'œil jeté sur la vignette en dira plus que toutes les descriptions ; nous avons indiqué par un pointillé, sur une coupe un peu plus grande que nature, la direction des cônes de forage successifs.

Nous concluons, de cette observation, que le forage des grains destinés à devenir perles avait lieu avant leur polissage, ce qui explique la forme bizarre des perles d'Aragonite, dont le clivage se montre si rebelle au polissoir.

### STATION DES CARRIÈRES ET FOYER DES PIELLES.

Frontignan exploite, sous le nom de *pierre froide*, deux carrières de calcaire oxfordien très-recherché ; au-dessus de ces deux carrières et dans un site peu accessible, se trouve un ilot circulaire déblayé des rochers qui s'entassent tout autour de lui, et dont la surface est jonchée de fragments de silex, de galets éclatés et de débris de grossière poterie : nous avons donné à cette nouvelle station, en la découvrant récemment, le nom de Station des Carrières.

Nos fouilles en ces lieux n'ont encore rien rencontré de bien caractéristi-

que[1]. Nous donnons (Pl. XVIII) un croquis (demi-grandeur) d'un des nombreux galets éclatés qui se trouvent à la surface (*fig.* 1); c'est un quartzite rougeâtre provenant probablement du diluvium de Villeneuve. Nous avons pointillé, sur la face et le profil du croquis, les parties polies par le ballottement des vagues, et qui ont été épargnées par les éclats successifs de la taille.

La *fig.* 2 représente un grattoir en silex trouvé au point *A*, dans la couche supérieure du poudingue, dont notre Planche XVIII donne une coupe.

C'est au lieu dit *Les Pielles*, à 1,200 mètres à l'est de Frontignan, que les déblais de terrassement du chemin de fer ont coupé le puits *C* figuré dans notre croquis, et qui nous a rappelé tout d'abord les sépultures de Marzabotto décrites par M. Cazalis de Fondouce.

Mais au-dessous du puits, qui ne nous a rien fourni d'intéressant, nous avons trouvé, dépassant la largeur de sa base, une couche épaisse de 0,50 centimètres d'un béton fort dur, composé de blocs de calcaire lacustre miocène ayant subi l'action du feu, de coquilles de *Vénus* et d'*Huîtres*, de nombreux fragments de poterie grossière et d'ossements divers, notamment d'un fragment de bois de cerf et d'une omoplate de bœuf, le tout solidement empâté ensemble.

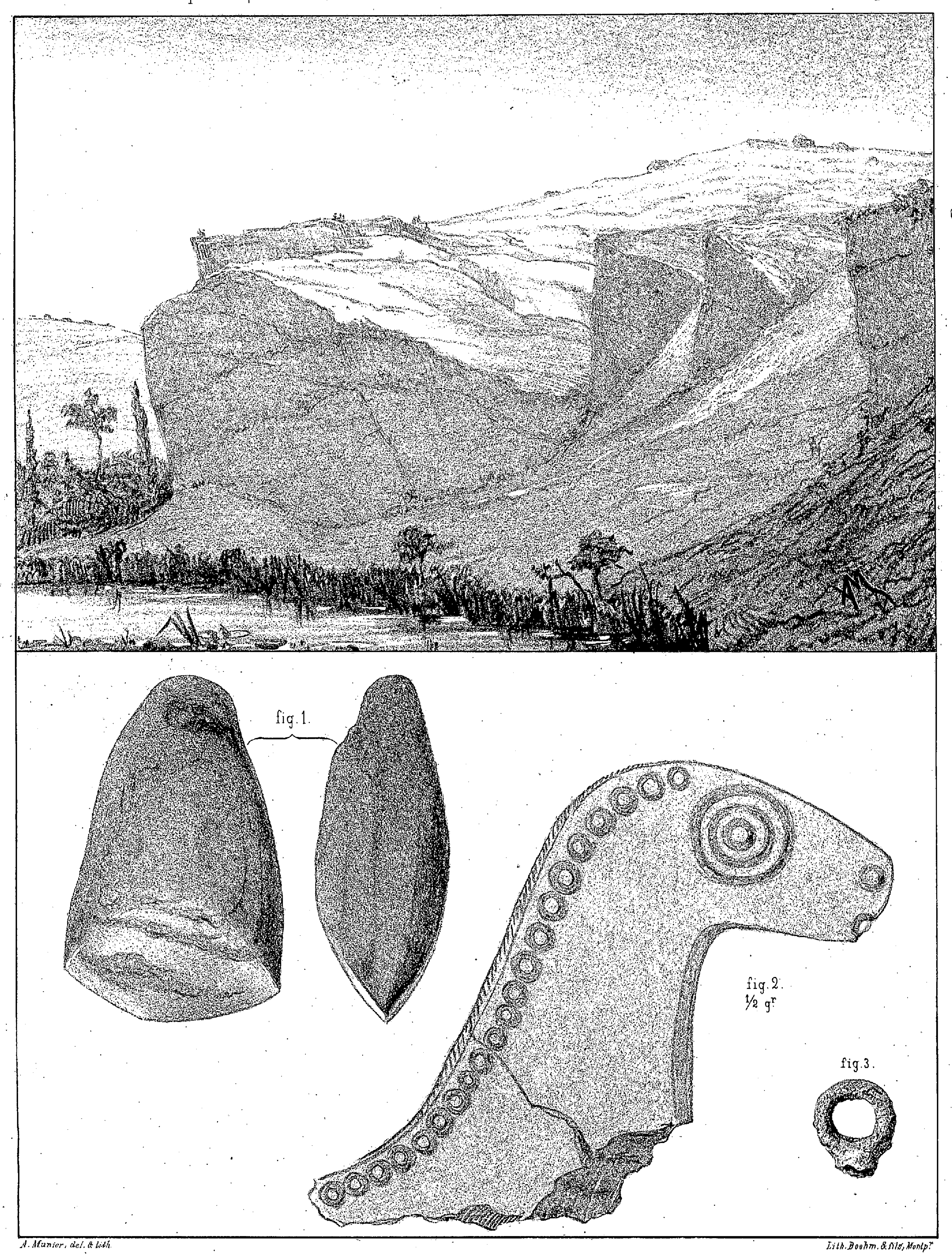
M. Roujou, que nous avons eu le bonheur de posséder un instant, n'a pas hésité à voir là un foyer de la pierre polie, qui se trouverait ainsi recouvert par $2^{m},50$ d'un poudingue, à la surface duquel a été trouvé le silex (*fig.* 3), et dans l'épaisseur duquel, jusqu'à 1 mètre environ, se trouvent de très-rares silex, comme le grattoir (*fig.* 2)......

Resterait à expliquer la présence du puits ?...... De prochaines fouilles nous y aideront peut-être.

---

[1] Lors de la visite de l'Académie, M. Cazalis de Fondouce y a trouvé une belle pointe de flèche en silex.



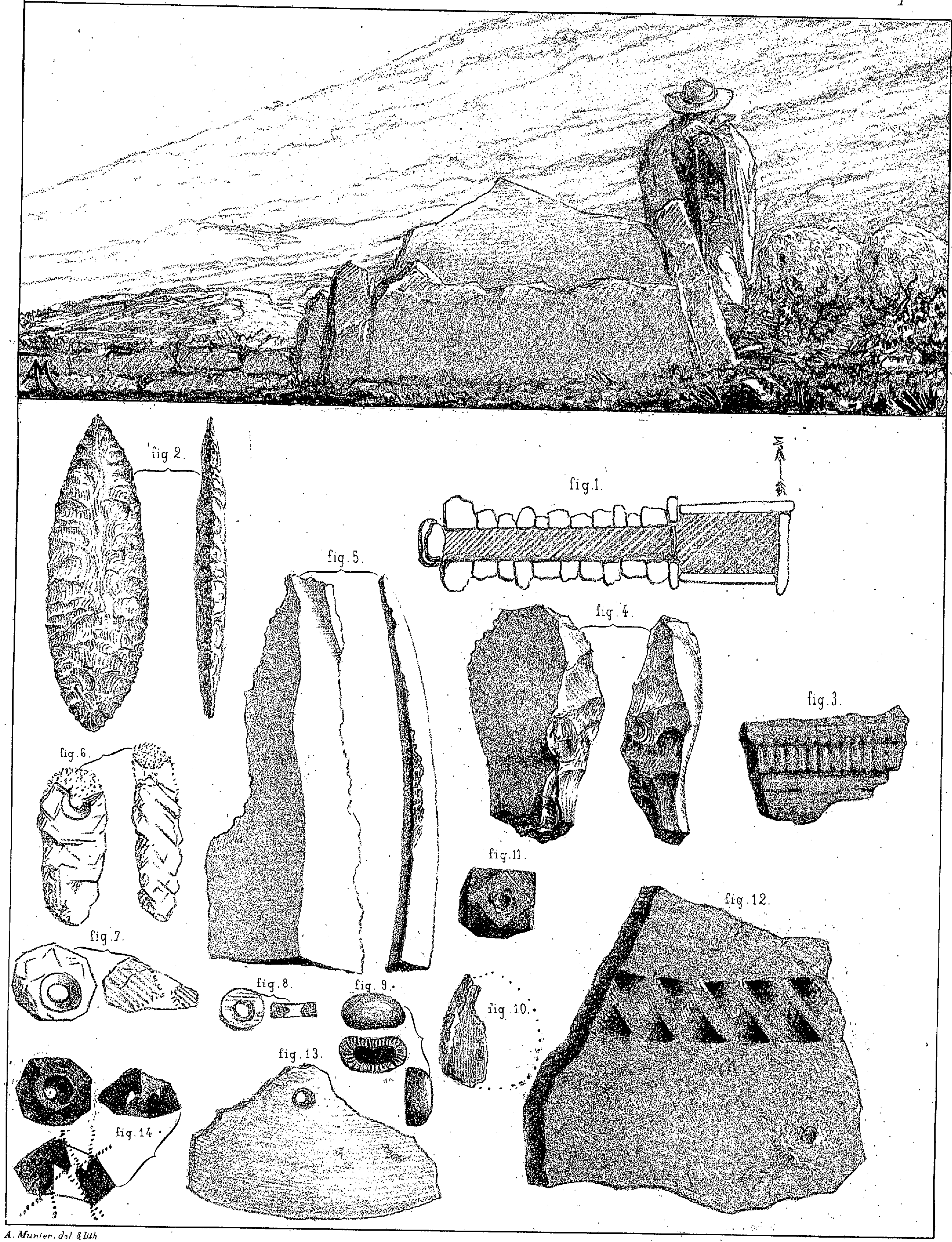



A. Marier, del. & lith. Lith. Boehm & fils, Montpr

VUE DE LAROQUE

fig. 1. Hache de Jade -(*grandeur naturelle, face et profil.*) fig. 2. Tête de Cheval - *Terre cuite sculptée* (*demi-grandeur.*)

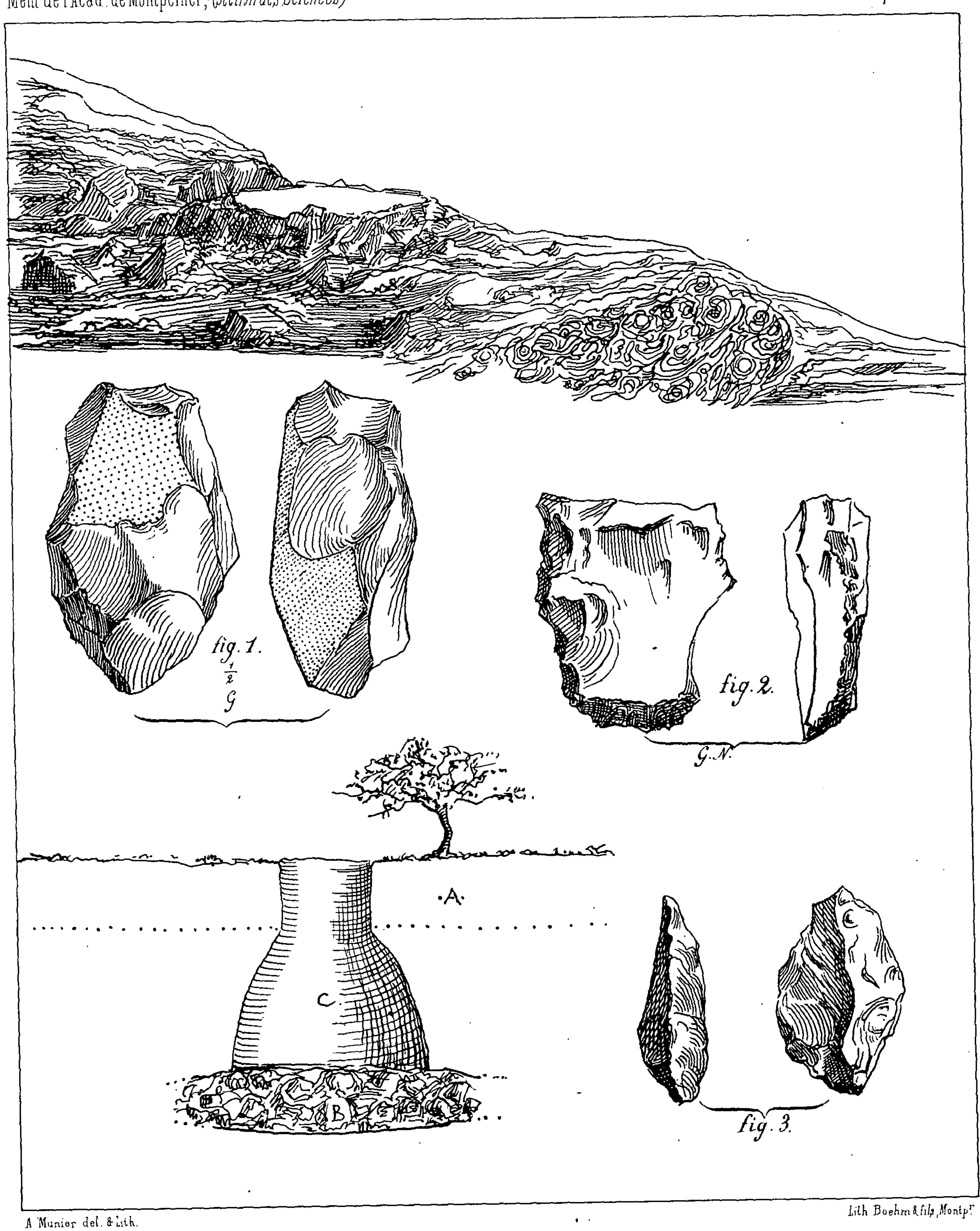
fig. 3. Anneau de suspension en bronze.




A. Munier, del. & lith. Lith. Boehm & fils, Montpr.

VUE DU TOMBEAU DE LA COSTE

fig. 1. Plan du tombeau, *Echelle de 0m,01c par mètre* fig. 2. Tête de flèche, *silex*. fig. 3. Fragment de poterie. fig. 4. Grattoir, *silex*. fig. 5. Lame de couteau, *silex* fig. 6. Pendeloque en Aragonite. fig. 7. Perle en Aragonite. fig. 8. Perle en coquille de Vénus. fig. 9. Dent de Dorade. fig. 10. Fragment de coquille de noisette fossilisée fig. 11. Cube d'Hématite Epigénique avec tentative de forage au centre. fig. 12. Fragment de poterie. fig. 13. Fragment de coquille de Vénus avec trou de suspension. fig. 14. Perle noire en carbonate de chaux, avec double forage.




A. Munier del. & Lith. Lith. Boehm & fils, Montpr.

Vue de la Station des Carrières.

fig. 1. Galet en quartzite. - fig. 2. Grattoir en silex. - fig. 3. Silex de la surface.

C. Puits sur un foyer de la pierre polie B.

# ÉTUDE HISTOTAXIQUE

DES

# CYPERUS DE FRANCE,

Par M. J. DUVAL-JOUVE.

Un centimètre d'une partie quelconque, racine, rhizome, chaume, feuille, suffit pour déterminer un *Cyperus*.

## I. — Objet de cette Étude.

Démontrer que par la disposition et la forme des tissus de ses parties essentielles, racine, tige et feuille, chaque espèce présente des caractères qui n'appartiennent qu'à elle, persistent sous les variations de la surface, et peuvent faire reconnaître cette espèce, même sur de minimes fragments : tel a été l'objet de presque tous mes travaux depuis 1856.

La présente étude est une application de ce principe aux Cypéracées en général, et tout particulièrement aux *Cyperus* de France. L'idée m'en est venue en lisant dans l'excellente *Flore de l'Ouest*, de M. J. Lloyd, l'expression de doute qui accompagne la mention, dans la Charente-Inférieure, du *Cyperus Monti*, les échantillons recueillis étant «peu avancés» (*Fl. O.*, 1re édit., pag. 474; et 2me édit., pag. 525). Je me suis alors demandé s'il n'y aurait pas moyen de reconnaître avec certitude quel *Cyperus* on rencontre quand il n'a encore ni fleurs ni fruits, et cela par la comparaison histotaxique des feuilles ou des chaumes. Cette comparaison, rapidement faite *sur les feuilles* des neuf espèces françaises, ne me prit qu'une heure et demie

de temps. Mais les résultats m'en parurent si nets et si décisifs, que je résolus aussitôt, en vue d'un but plus élevé, de refaire avec soin cette comparaison sur toutes les parties, racines, rhizomes, chaumes et feuilles; et je la soumets aujourd'hui au jugement de mes confrères.

Pour que le contrôle puisse en être fait avec identité de conditions, je dois avertir que toujours, à moins d'indications contraires, les coupes décrites ou figurées par moi ont été opérées:

Celles des feuilles vers le milieu de la feuille la plus élevée sur le chaume ;

Celles des chaumes vers le milieu du chaume, s'il est nu, comme celui d'un *Cyperus*, ou vers le milieu du second entre-nœud en descendant, si le chaume est foliifère, comme celui du *Carex hirta* L.;

Celles des rhizomes en deçà du dernier chaume qu'ils supportent, ou, en tout cas, à une distance assez éloignée du bourgeon terminal, pour que tous les tissus soient bien différenciés ;

Celles des racines sur des racines complétement développées, et à 1 ou au plus à 2 centimètres de leur point d'émersion.

Pour toutes les parties, et particulièrement pour les deux dernières, rhizomes et racines, je me suis constamment attaché à ne figurer et à ne décrire que des sujets à l'état, sinon le plus avancé, au moins très-avancé. Cette précaution est indispensable, parce que les éléments de ces parties n'arrivent à leur nombre définitif et ne sont bien nettement différenciés qu'après une certaine durée. Sans aucun doute, sur une région très-jeune leur disposition générale est déjà absolument la même que plus tard, ce qui est très-important en histotaxie; mais certains éléments vasculaires ne paraissent pas encore; mais certaines cellules, à parois alors très-minces, se fibrifient plus tard et épaississent leurs parois au point de n'avoir presque plus de cavité et d'être complétement méconnaissables pour qui ne serait pas prévenu. Ainsi, par exemple, une racine de *Scirpus Holoschœnus* L., coupée à 5 millimètres de sa pointe, ne présente que des cellules corticales incolores et un seul rang de très-petits vaisseaux; coupée à 10 centimètres de sa pointe, elle nous offre quatre ou cinq assises de cellules corticales à parois colorées très-épaisses, et un second rang intérieur de très-gros vaisseaux. C'est là la forme définitive, et qui ne fera que s'accentuer davantage.

Pour avoir une idée complète de la genèse et de l'évolution des tissus, i faut opérer des sections sur toutes les régions, et particulièrement sur les plus jeunes ; pour les comparaisons histotaxiques, il convient et il suffit d'opérer sur les régions complétement formées, et dont tous les éléments sont définitivement différenciés[1]. En opérant sur des points où le nombre et les formes des éléments sont encore en état d'évolution et transitoires, on s'exposerait à être arrêté par des différences de détail sans valeur.

Rappelons encore, comme conséquence, que dans les comparaisons histotaxiques l'attention doit se porter essentiellement sur la disposition et la forme générales des éléments, lesquelles sont absolument invariables, bien plus que sur les détails de nombre, de couleur, d'épaisseur des parois, détails secondaires, et qui peuvent varier avec l'âge ou même avec certains états du milieu propres à arrêter ou à favoriser quelques-unes de ces modifications.

## II.—Caractères généraux.

Mon dessein étant de donner la comparaison histotaxique de nos *Cyperus* dans les trois parties constitutives de toute plante vasculaire, racine, tige et feuille, je dois, avant d'aborder le détail des modifications propres à chaque espèce, dire quelques mots des caractères communs à toutes dans ces trois grandes parties.

### RACINE.

D'ordinaire, les racines des Cypéracées et des Graminées naissent immédiatement *au-dessus* des nœuds du rhizome, mais on en voit aussi naître sur l'entre-nœud à 1 ou 2 centimètres d'un nœud (*Carex glauca*, etc.; *Triticum repens*, *Cynodon Dactylon*, etc.). Les racines des *Cyperus*, comme celles de toutes les monocotylédones, une fois formées, peuvent se développer dans le sens de la longueur, mais le diamètre reste le même, sans s'augmenter par l'addition de nouvelles couches concentriques ; et tous les changements que l'âge peut amener se réduisent, d'une part à la

---

[1] Cf. J. Duval-Jouve ; *Comparaisons histotaxiques*, p. 481 et suiv.

lignification de certains tissus, d'autre part à la résorption et surtout à la dislocation de certains autres.

Une section transversale nous les montre invariablement composées, racines ou radicelles, de deux régions bien distinctes : 1° d'une zone corticale cellulaire toujours très-développée, occupant même quelquefois les cinq sixièmes du rayon ; 2° d'un cylindre central où sont répartis des vaisseaux, des fibres et du parenchyme. La zone corticale (Pl. XIX, *fig.* 3, 6, 8, 10, 13, 15, *c*), dont l'épiderme (*e*) constitue l'assise externe [1], se subdivise elle-même en deux zonules nettement distinctes : une externe (*x*), toujours la plus étroite, formée de 2-8 assises de cellules polyédriques, associées sans méats en alternance plus ou moins régulière, décroissant vers l'extérieur; et une interne (*i*), dont les cellules, rondes ou ovales, ou un peu quadrangulaires, très-régulièrement disposées à la fois en séries rayonnantes et en cercles concentriques, laissent entre elles des méats quadrangulaires, et, à mesure qu'elles s'approchent du cylindre central, épaississent leurs parois en réduisant leurs dimensions. La zonule externe est d'ordinaire colorée, se fibrifie même quelquefois et persiste toujours très-longtemps. Le plus souvent, au contraire, l'interne se détruit presque en même temps qu'elle se forme ; quelques-unes des lignes rayonnantes de ses cellules se conservent, mais, à l'exception des assises les plus internes à parois épaisses, les autres se résorbent principalement sur leurs faces radiales, et se disloquent en rapprochant leurs faces tangentielles (Pl. XIX, *fig.* 1-16). Cette zonule est alors toute creusée de grandes lacunes très-irrégulières, où les débris du tissu primitif pendent en lambeaux arachnoïdes plus ou moins concentriques, et le cylindre central flotte dans l'étui formé par la zonule externe. Souvent même, sur les racines très-âgées, cette dernière zonule se détruit, et il ne subsiste que le cylindre central dénudé [2].

---

[1] Les poils qui naissent sur l'épiderme, à quelque distance du point végétatif, ne sont pas à mentionner, parce qu'ils se détruisent bientôt, et que la région la plus âgée de la racine en est constamment dépourvue.

[2] J'ai pu constater que dans les localités chaudes et humides, comme en Algérie, la zone corticale se détruit très-vite et avant que les cellules les plus internes se soient épaissies ; elle persiste plus longtemps dans les terrains secs et frais. Il en est de même pour la zone corticale des rhizomes, dont nous parlerons plus loin. Suivant M. Guillard, « l'exubérance de l'enveloppe

Le cylindre central vasculaire est séparé de la zone corticale par une assise de cellules particulières, en file ou en alternance avec les cellules en séries radiales de la zonule corticale interne, mais bien distinctes par la forme de leur contour, par la couleur et le mode d'épaississement de leurs parois (Pl. XIX, *fig.* 1, 2, 4, 5, 7, 9, 10, 12, 14, 16, *a*). Cette assise, toujours persistante, est pour le système vasculaire central une véritable ceinture-*limite*, et nous la désignerons par ce nom [1].

Contre cette ceinture et au dedans, s'appuie en alternance une autre assise

---

» corticale des racines et des rhizomes doit être attribuée à l'humidité que la terre entretient, et » non à un organisme spécial » (*Bull. Soc. bot. de France*, tom. XVI, p. 428). Le doute est permis en présence de ce fait, que l'humidité est pour la zone corticale des rhizomes et des racines plutôt une cause de prompte destruction qu'une condition de développement complet.

[1] H. v. Mohl a été le premier, je crois, à signaler cette assise, sans la désigner autrement que comme « une assise de cellules étroites et à membrane épaissie entourant le corps central» (*De Palm. struct.*, p. XVIII. 1831). En 1839, Mirbel, dans ses *Nouvelles notes sur le cambium* (in *Ann. sc. nat.*, Bot., 2e série, tom. II, p. 231), lui donna le nom de *ceinture*, qui lui est resté. Comme, dans les cas où la zone corticale est détruite, cette ceinture persistante, à parois épaisses, devient pour le système vasculaire une enveloppe protectrice et comme un épiderme propre, les phytotomistes allemands l'ont appelée, avec M. Caspary, *gaîne protectrice*, Schutzschiede. «Cette expression dit plus qu'on ne peut justifier» (Sachs, *Trait. de bot.*, trad., p. 142), en ce qu'elle implique l'idée que cette assise a toujours ses parois épaissies et est la plus solide et la plus résistante de toutes, ce qui est loin d'être vrai; car sur de nombreuses espèces (*Cyperus Papyrus*, etc., *Scirpus Holoschœnus*, etc., *Psamma arenaria*, *Triticum junceum*, etc.), elle est à parois minces et protégée par quatre ou cinq assises de cellules corticales à parois très-épaisses ; M. Sachs va même jusqu'à dire : « Le corps fibro-vasculaire de toutes les racines est revêtu d'une gaîne simple, le plus souvent à parois minces» (*o. c.*, p. 143). En 1869, je constatai la présence de cette ceinture sur les rhizomes des Joncs et des Graminées, et comme là l'épaississement affectait seulement les faces interne et latérale, et, en refoulant la cavité contre la face externe demeurée mince, donnait à ces cellules la forme d'un demi- cercle, je les nommai hémicycliques (*Bull. Soc. bot. de France*, séance du 24 décembre). Ce nom est tout aussi impropre que le précédent, car sur plusieurs espèces les parois de cette assise demeurent toujours minces, sur d'autres elles s'épaississent également à toutes leurs faces (*Galilea mucronata*, etc.). Nous croyons qu'il vaut mieux donner à cette assise le nom de *assise-limite*, qui est applicable à tous les cas, en ce qu'il marque seulement sa position entre la zone corticale et le cylindre central, et n'implique aucune idée de forme ou de fonction ; il répond assez bien au *Kernschiede* des Allemands. Dans la même séance du 24 décembre 1869, M. Guillard appelait l'attention sur cette même assise, qu'il nommait « manchon semi-tubuleux » ou « cercle semi-tubuleux » (*Bull. Soc. bot. de France*, tom. XVI, p. 430-432). M. Van Tieghem la nomme assise protectrice, plus souvent membrane protectrice, et aussi *endoderme* (*Sym. struct. rac.*, p. 34 ; trad. de Sachs, p. 143, 720, etc.).

de cellules à parois le plus souvent minces, pour laquelle M. Van Tieghem a proposé le nom de «membrane rhizogène, parce que c'est dans cette membrane périphérique que se produisent les divisions qui amènent la formation des radicelles» (*Sym. struct. rac.*, pag. 124). Contre cette seconde assise (quelquefois même *en l'interrompant*)[1], sont distribués circulairement, en des points équidistants, 10-30 petits vaisseaux, toujours bien distincts sur les régions jeunes des racines (Pl. XIX, *fig.* 1, 2, 4, 5, 12, *c*). Enfin, vers l'intérieur et à une certaine distance, se trouvent d'autres gros vaisseaux qui, s'ils sont nombreux (3-10), sont disposés en rangée circulaire autour d'un parenchyme central à parois minces ou souvent épaissies (*fig.* 7, 9, 10, etc., *b*), ou en occupent même le centre, s'ils sont réduits à deux ou à un seul (*fig.* 1, 2, 3, etc., *b*). Entre les petits vaisseaux de la rangée la plus éloignée du centre, se trouvent de très-faibles groupes de tissu «libérien» (Van Tieghem), «cambiforme» (Nægeli), mais qui ne constituent, ni avec les petits vaisseaux ni avec les gros, aucun faisceau d'une forme déterminée.

Tels sont les traits communs à toute racine de *Cyperus*; mais tous se diversifient ensuite dans chaque espèce, et beaucoup plus qu'on ne peut le croire d'abord.

Nous sortirions de notre sujet en nous occupant ici de la genèse successive de ces tissus[2], puisque nous nous proposons seulement de constater ce qu'ils sont après leur complet développement. Cependant, pour prémunir contre les différences que pourraient présenter avec nos sections opérées sur des racines complétement développées celles qui seraient faites sur des racines très-jeunes encore et en voie de développement, nous rappellerons : 1° que les vaisseaux les plus petits et les plus éloignés du centre apparaissent les premiers et sont déjà formés et nettement visibles avec leurs ornements, alors que les plus gros, non différenciés, sont encore, comme le

[1] M. Van Tieghem avait indiqué l'interruption de la membrane rhizogène par des vaisseaux, comme un caractère absolument propre aux Graminées (*Ann. sc. nat.*, Ve série, Bot., t. XIII, p. 140-145).

[2] On en trouvera l'histoire dans le savant Mémoire de M. Van Tieghem *Sur la symétrie de structure des plantes vasculaires*, in *Ann. sc. nat.*, Ve série, Bot., t. XIII, p. 1 à 314, et dans Sachs; *Traité de bot.*, p. 197 de la traduction.

reste des tissus, à l'état de cellules à paroi mince et lisse; que plus tard, alors que les plus gros sont caractérisés[1], les premiers deviennent moins distincts que d'abord sur une section transversale, à cause de leurs faibles diamètres, et risquent d'être confondus avec le tissu ambiant; 2° que les deux zonules corticales ont un développement inverse, celui de l'externe étant centrifuge, et celui de l'interne centripète (Van Tieghem; *o. c.*, p. 59); 3° que pour voir les cellules de l'assise-limite avec l'épaisseur définitive de leurs parois, il faut opérer la section sur des racines complétement développées et assez loin de leur extrémité.

## FEUILLE.

L'ordre logique exigerait qu'à la description générale des racines succédât celle de la partie caulinaire. Mais cette partie présente deux régions bien distinctes et aussi différentes dans leur structure anatomique que dans leur aspect et leur situation relative: le rhizome, qui est souterrain et conserve les principaux traits de la racine; le chaume, qui est aérien et où se montre déjà l'organisation de la feuille. La comparaison à faire de ces deux intermédiaires exige donc la détermination histotaxique des deux extrêmes, la feuille et la racine, et je suis ainsi obligé de décrire d'abord les éléments de la feuille.

Les feuilles des *Cyperus* (j'entends les feuilles aériennes, et non les feuilles-écailles du rhizome), réparties seulement aux extrémités d'un chaume nu[2], sont ainsi toujours basilaires ou bractéales; mais, sous des dimensions différentes, elles conservent une structure absolument identique, et ainsi la feuille bractéale la plus réduite n'est que la reproduction de l'extrémité terminale de la feuille basilaire la plus développée.

La forme extérieure des feuilles est multiple, comme dans quelques-autres genres; sur certaines espèces elles ont un limbe sans carène, semi-cylindrique ou même jonciforme (Pl. XXII, *fig.* 8, 9); d'autres ont un limbe ca-

---

[1] Les grands vaisseaux ne se différencient et ne se développent que plus tard; les cellules de leur pourtour sont toujours plus ou moins comprimées, avec le grand axe tangentiel à la périphérie du vaisseau, comme si le développement ultérieur de ce dernier les avait repoussées vers l'extérieur et aplaties.

[2] Je n'ai vu la mention de chaumes feuillés qu'au *Cyp. distichophyllus* Steudel.

réné et mince, et de celles-ci, les unes n'ont qu'une plicature médiane sur la carène (Pl. XXI, *fig.* 10, 11; et Pl. XXII, *fig.* 1, 7), d'autres ont vers le milieu, de chaque côté du limbe, une seconde plicature en sens inverse (Pl. XXI, *fig.* 12; et Pl. XXII, *fig.* 2, 4, 5).

Leur structure ne présente aucun caractère propre qui distingue un *Cyperus* d'une autre Cypéracée. Le seul caractère commun à toutes les espèces du genre (ainsi qu'aux diverses Cypéracées que j'ai pu étudier) est présenté par les cellules de l'épiderme immédiatement superposées aux groupes fibreux hypodermiques distribués à des points déterminés selon l'espèce. Il consiste en ce que ces cellules sont plus petites que les autres, et portent à leur paroi interne des renflements coniques que j'ai précédemment décrits[1] et représentés (Pl. XXI, *fig.* 9).

L'épiderme de la face supérieure est dépourvu de stomates et n'est composé que de cellules bulliformes toujours grandes, et même énormes à la ligne médiane sur quelques espèces (Pl. XXII, *fig.* 6, etc.); la répartition des cellules à chlorophylle et du parenchyme incolore est diverse suivant le groupe et même l'espèce, et sera mentionnée dans chaque description spécifique.

Le système vasculaire des feuilles, même de celles qui sont plus ou moins cylindriques, n'est point, comme celui des racines, localisé dans une région réduite qu'une assise-limite sépare d'une autre ; mais il y est répandu dans toute l'étendue, sans qu'aucune région en soit privée. Ses éléments n'y sont point non plus isolés et comme indépendants les uns des autres, mais ils y sont distribués en cordons ou faisceaux d'une forme déterminée, dans chacun desquels ils sont ordonnés avec symétrie, soit par rapport au faisceau, soit par rapport à l'ensemble de la feuille. Une section transversale de l'un des plus forts de ces faisceaux (Pl. XXI, *fig.* 8) nous le montre invariablement composé de deux (rarement quatre) gros vaisseaux (*a*) rayés ou ponctués, placés latéralement l'un vis-à-vis de l'autre, parallèlement à la face inférieure de la feuille, et séparés par un groupe de très-petits vaisseaux

---

[1] *Comptes-rendus de l'Institut* (Acad. des sc.), séance du 1er avril 1872 ; *Mémoires de l'Acad. des sc. et lettr. de Montpellier*, t. VIII, pag. 227 et suiv.; *Bull. Soc. bot. de France*, t. XX, p. 91 et suiv. — Ces renflements sont à leur maximum, en automne, sur les feuilles du *Galilea mucronata*.

réticulés et ponctués-aréolés (*c*); sur la ligne médiane et au-dessus, je veux dire vers la face supérieure des feuilles, d'un à quatre vaisseaux annelés, situés dans une lacune aérifère due à l'écartement et au déchirement du tissu cellulaire qui l'entoure (*b*); à l'opposé, et toujours sur la ligne médiane, d'un groupe de tissu grillagé (*d*); et enfin, à l'extérieur, de tissu prosenchymateux disposé, soit en ceinture continue, soit en deux groupes plus ou moins considérables placés chacun à une extrémité de la ligne médiane (*e*). Le tout est sur plusieurs espèces, mais non sur toutes, immédiatement enveloppé d'un cercle de cellules à chlorophylle (*f*). On voit ainsi que chaque faisceau est rigoureusement orienté de manière que le même pôle est toujours tourné vers la même face de la feuille. Ces faisceaux sont répandus sur toute la largeur du limbe, mais sur une même feuille tous n'ont pas le même volume, et chez certaines espèces tous n'ont pas tous leurs éléments au grand complet. Les seuls bien complets sont les plus gros et les moyens, correspondant aux nervures et situés dans la cloison mitoyenne des grandes lacunes aérifères quand elles existent (Pl. XXII, *fig.* 1, 6, 7, etc.). Les autres, qui dans les espèces où ils se trouvent sont les plus nombreux et les plus rapprochés de l'épiderme, perdent progressivement quelques-uns de leurs éléments : d'abord les vaisseaux annelés de la lacune, puis les vaisseaux latéraux symétriques, et finissent par se réduire à un groupe de petits vaisseaux ponctués et de tissu uni à articulations grillagées, tout en restant symétriques et orientés. Pour désigner ces divers degrés dans les descriptions, j'appellerai vaisseaux *primaires* ceux qui, dans une feuille ou un chaume, réunissent, sous la plus grande dimension, tous les éléments d'un faisceau complet (Pl. XXII, *fig.* 6, *a*); *secondaires* ceux qui, plus réduits, sont encore assez complets (*b*); *tertiaires* ceux où la lacune à vaisseaux annelés n'est plus apparente (*c*); *quaternaires* ceux sur lesquels les gros vaisseaux latéraux symétriques ne sont plus distincts (*d*).

Les grandes lacunes aérifères sont occupées par un parenchyme étoilé à longs rayons et à grands méats (Pl. XXII, *fig.* 7), interrompu de place en place par des diaphragmes[1] d'un tissu plus dense supportant de petits fais-

---

[1] J'ai signalé ces diaphragmes vasculifères en 1872 (*Comptes-rendus de l'Acad. des sc.*,

ceaux transversaux qui établissent une communication entre les divers faisceaux longitudinaux.

## PARTIE CAULINAIRE.

Racines et feuilles sont des parties simples, en ce sens qu'elles n'ont sur toute leur étendue qu'une apparence et qu'une structure. Il est loin d'en être de même pour la partie caulinaire. Cette partie, de beaucoup la plus considérable à tous égards, présente, comme nous l'avons déjà indiqué, deux régions très-distinctes et ayant si peu de traits communs, qu'on a été dès le principe porté à leur appliquer des dénominations différentes. Aujourd'hui on admet généralement que le caractère essentiel d'une tige est de porter des organes foliaires en arrière du sommet végétatif. A ce point de vue exclusivement morphologique, rhizome et chaume de *Cyperus* peuvent se ressembler et recevoir un nom commun ; mais, au point de vue physiologique et surtout anatomique, il n'y a plus entre eux que des différences.

L'un est souterrain et ne porte que des rudiments de feuilles ; l'autre ne se développe qu'à l'air libre, porte des rameaux semblables à lui, des feuilles complètes, et enfin les organes de reproduction.

Le rhizome offre les principaux traits de la racine ; comme elle, il a ses tissus répartis en deux systèmes : l'un externe (Pl. XX, *fig.* 1, 2, 4, 6, 8, 10, 12), tout cellulaire [1], constituant une zone corticale partagée elle-même en deux zonules dont l'interne se disloque plus ou moins vite selon l'espèce; l'autre central, consistant en un cylindre contenant tout l'appareil fibro-vasculaire ; et entre les deux une assise-limite. Mais les vaisseaux et les fibres, au lieu de rester séparés et ordonnés circulairement autour de l'axe, sont réunis en groupes irréguliers, plutôt épars qu'ordonnés par rapport à l'axe, entourés plus ou moins complétement d'une ceinture irrégulière de fibres

---

séance du 1er avril) ; *Bull. Soc. bot. de France*, t. XVIII, p. 231 et suiv., Pl. II, *fig.* 1-4 ; et je les ai décrits et figurés dans les *Mémoires de l'Acad. de Montpellier*, tom. VIII, p. 158 et suiv., Pl. VIII.

[1] On y voit parfois de petits faisceaux fibreux qui s'éloignent du cylindre central, et qui avant d'entrer dans les feuilles-écailles, courent plus ou moins loin dans le parenchyme cortical (Pl. XXII, *fig.* 6).

libériformes (*fig.* 1-14). Un parenchyme d'aspect médullaire, souvent fibrifié avec l'âge, occupe le centre du cylindre et s'étend aussi sans régularité entre les groupes fibro-vasculaires [1].

Dans le chaume, au contraire, point de zone corticale cellulaire, point de cylindre central; point de ceinture-limite; tout est organisé comme dans les feuilles. Contre un épiderme avec lignes de stomates, s'appuient de petits groupes de fibres, puis viennent des faisceaux vasculaires d'abord faibles et alternant selon la grosseur, et plus forts en se rapprochant du centre; tous symétriques et orientés radialement, le pôle supérieur tourné vers l'axe (Pl. XXI, *fig.* 8), disposition que donnerait une feuille qui se serait fermée en relevant et soudant ensemble les bords de son limbe. C'est au point que dans le groupe des *Galilea*[2], où les feuilles bractéales, d'abord semi-cylindriques, deviennent cylindriques vers leur sommet, la section d'une feuille reproduit, sous de moindres dimensions, exactement celle d'un chaume[3].

La disposition du système vasculaire suffirait à elle seule pour différencier le chaume, le rhizome, la racine. En effet, dans la racine, chaque vaisseau demeure isolé et ne contribue pas à former des groupes distincts, mais l'ensemble est ordonné plus ou moins circulairement autour de l'axe et entouré d'une ceinture-limite. Dans le rhizome, comme dans le chaume, aucun

---

[1] Voir, sur la structure des rhizomes des Graminées, *Agropyrum de l'Hérault*, pag. 331 et suiv., et Pl. XVIII, *fig.* 1-16, 1870; et sur celle des rhizomes de Juncus, *Des Juncus à feuilles cloisonnées*, pag. 134 et suiv., Pl. V, *fig.* 6, 8, 10, 12, 1872.

[2] Je crois que les *Cyperus schœnoïdes* Griseb. (*Schœnus mucronatus* L.), *conglomeratus* Rottb., *effusus* Rottb., etc., doivent constituer un genre très-légitime (voir *Bull. Soc. bot. de France*, tom. XIX, pag. 344 et suiv.); mais, comme beaucoup de botanistes comprennent encore l'espèce française dans le genre *Cyperus*, je l'y comprendrai moi-même dans mes comparaisons, afin qu'elles ne soient pas incomplètes pour ceux qui ne partagent pas mon opinion.

[3] Sur les *Juncus acutus* et *maritimus*, le limbe des feuilles présente une complète identité de structure et de forme avec les chaumes; les faisceaux des chaumes sont seulement un peu plus gros et le parenchyme un peu plus serré. En présence d'une pareille identité, il m'est impossible de comprendre le principe posé par M. Sachs: « *Toute feuille revêt une autre forme que la tige qui la produit et que les branches latérales de cette tige* » (*Traité bot.*, pag. 182 de la traduction). Il faudrait pour cela que la gaine fût considérée comme la partie essentielle et constitutive de la feuille. Mais la première feuille bractéale des mêmes *Juncus* est si semblable au chaume nu (rameau) qui la supporte, que plus d'un auteur s'y est laissé prendre, et a dit qu'elle en est la continuation.

vaisseau ne se montre isolé; tous font partie d'un groupe. Dans le rhizome, ce groupe est plus ou moins irrégulier, sans symétrie ni orientation ; dans le chaume, il est symétrique et orienté ; c'est un vrai faisceau. Dans le rhizome, chaque groupe vasculaire est entouré d'une ceinture fibreuse plus ou moins régulière, et de plus l'ensemble du système vasculaire est entouré d'une assise-limite. Cette limite générale manque dans le chaume, et l'assise qui entoure et limite chaque faisceau est à peine fibrifiée ou ne l'est pas du tout.

Ces différences profondes entre les deux régions de la partie caulinaire justifient complètement la double dénomination qu'elles ont reçue d'abord et que le langage scientifique a consacrée. Tout en reconnaissant l'unité morphologique d'une tige sous les apparences et la structure si différentes du chaume et du rhizome, il faut distinguer très-explicitement ces régions. Appeler tout l'ensemble du même nom de tige, c'est s'exposer à tout confondre ; donner ce nom à l'une des deux parties, comme on l'a fait trop souvent, à notre avis par inadvertance, dans des ouvrages qui à juste titre font autorité, c'est s'exposer à faire méconnaître la nature de l'autre partie. Si l'on dit que « la tige des Cypéracées est un chaume cylindrique ou triangu- » laire, avec ou sans nœuds » (Richard; *El. bot.*, 10ᵉ édit., p. 407), ou que « le *Cyperus papyrus* a pour tige une grande hampe nue que terminent des » rameaux fructifères, formant une vaste ombelle terminale » (Germ.; *Dict. bot.*, pag. 372), qu'est-ce alors que le rhizome, dont on ne parle pas, et qui n'est ni la tige ni la racine ? Et comme ces mêmes auteurs disent très-nettement ailleurs que le rhizome est une tige souterraine, il résulterait de l'emploi de ces expressions que les Cypéracées (et aussi les Graminées et les Joncées) auraient deux tiges, une épigée et l'autre hypogée. La tige de ces plantes présente seulement deux régions physiologiquement et anatomiquement très-différentes.

De ces deux régions, le rhizome est la plus importante dans la vie des *Cyperus*. Racine, chaume, feuille, réduits à eux seuls, ne peuvent ni continuer l'existence d'un individu, ni à plus forte raison propager l'espèce[1]. Au

---

[1] Mentionnons toutefois, comme faisant exception, les chaumes du *Cyperus alternifolius* L.,

contraire, le rhizome, réduit à lui seul, reproduira des racines, des chaumes et des feuilles, prolongera ainsi l'existence de l'individu, et pourra même, par sa division, produire des individus nouveaux séparés du premier (Ex. : tubercules des *C. rotundus*, *esculentus*, etc.). Il est par excellence le corps de la plante, et pourtant il n'a pas obtenu jusqu'ici dans l'étude des Glumacées l'attention qu'il mérite.

Ce qui probablement en a détourné l'attention et fait donner le nom de tige au chaume seul, est la croyance que le chaume existe seul et sans rhizome dans les Glumacées annuelles, dont les descriptions spécifiques disent: « plante gazonnante, sans rhizome ; souche fibreuse, annuelle », etc., disant des autres : « plante vivace, rhizome rampant, longuement rampant », etc. Ces expressions sont commodes et peut-être suffisantes pour les dichotomies d'une flore, mais elles n'ont pas la rigueur nécessaire pour répondre à la réalité.

Dans les *Cyperus*, le rhizome *ne manque jamais*. Nos *Cyperus fuscus*, *flavescens*, qui sont annuels, ont des rhizomes sur lesquels s'élèvent leurs chaumes nombreux. Ces rhizomes sont courts sans doute, mais la dimension ne fait rien à l'existence d'un organe, et ils ont tous les caractères anatomiques du rhizome (voir Pl. XX, *fig.* 1, une section du rhizome du *Cyp. fuscus* [1]). Il en est de même sur le Blé, l'*Hordeum murinum*, le Maïs, le *Chamagrostis minima*, le *Poa annua*, et sur toutes les Graminées le plus franchement annuelles [2], ainsi que sur les *Juncus capitatus*, *bufonius*, *Tenageia*, etc., où un rhizome existe toujours, qu'il s'en élève un chaume unique, ou qu'il serve de support commun aux chaumes nombreux des

---

dont la partie supérieure, coupée au-dessous de l'anthèle et mise en terre, pousse des racines, transforme en chaumes les bourgeons axillaires primitivement destinés à donner des rameaux fructifères, et multiplie ainsi l'espèce.

[1] Les vaisseaux à direction transversale que l'on voit sur cette section contre l'assise-limite, appartiennent aux faisceaux se rendant aux racines, lesquelles sont très-rapprochées sur des rhizomes si courts.

[2] Sur les Graminées annuelles, le rhizome demeure ordinairement très-court, mais quelquefois les circonstances en favorisent le développement, comme l'ont constaté MM. Andersson et Cosson. « *Hordeum murinum* variat parte inferiore culmi in arena demersa, rhizomatis « instar elongata et radicante » (*Gram. Scand.*, p. 9) ; « *Poa annua* cespitosa, rhizomate « abbreviato, vel plus minus elongato nonnunquam filiformi prædita » (*Fl. Alg.*, I, p. 152).

plantes dites gazonnantes. Le rhizome peut manquer dans les dicotylédones à système radical permanent et s'épaississant comme la tige ; il ne manque jamais dans les familles qui nous occupent, où les racines ne conservent que leur diamètre primitif, souvent encore réduit par la destruction de la zone radicale.

Il faut même aller jusqu'à dire, avec Adr. de Jussieu[1], que sur ces monocotylédones le rhizome constitue l'axe essentiel, la tige véritable, et que les chaumes naissant à l'aisselle de ses feuilles n'en sont que des rameaux. Mais il reste toujours ce fait que, tandis que sur les dicotylédones la structure des rameaux est identique à celle de la tige, dans ces familles la structure de ces rameaux diffère absolument de celle des tiges, alors que les rameaux secondaires qui naissent des chaumes, par exemple ceux de l'inflorescence des *Cyperus*, ou ceux plus considérables du *Cladium Mariscus*, ont, sous de moindres dimensions, la structure de l'axe secondaire qui les supporte.

Loin de trouver dans cette différence une anomalie, on n'y trouve qu'une application rigoureuse de cette grande loi naturelle, que le milieu modifie la fonction, et que l'organe se conforme aux nécessités de la fonction. Ces différences de structure ne sont pas d'ailleurs aussi subites qu'on peut le croire: ce que l'on constate en suivant l'anatomie du chaume à partir de son point d'émersion, et aussi celle des rhizomes de certaines Graminées qui peuvent s'élever au-dessus de la surface du sol et passer à l'état de stolon.

On voit en effet à la base des chaumes des *Cyperus* une zone corticale cellulaire qui diminue graduellement d'épaisseur et finit par disparaître à

---

[1] « En parlant de la tige (des Cypéracées), nous n'avons considéré que celle qui se montre » au-dessus du sol, et qui n'est souvent, dans le fait, qu'un rameau partant d'un rhizome ho- » rizontal » (*Cours bot.*, p. 429).

C'est aussi l'opinion de M. Duchartre, et on dirait vraiment que cet éminent botaniste avait un *Cyperus* sous les yeux quand il a écrit les lignes suivantes : « Le rhizome (indéterminé) » émet des racines adventives seules chargées de nourrir la plante. Quant aux fleurs que la » plante produit, elles naissent sur des rameaux qui prennent naissance à l'aisselle des feuilles » souvent réduites à la forme de simples écailles que porte cette tige souterraine, et d'ordinaire » ces rameaux florifères semblent former toute la tige aérienne de ces végétaux » (*Él. bot.*, p. 258).

quelques millimètres ou à quelques centimètres, suivant la taille de l'espèce [1]. La conformation des faisceaux suit la même marche; tout à fait à la base, elle n'est pas entièrement symétrique, mais elle tient encore un peu de celle des groupes fibro-vasculaires du rhizome, et les faisceaux ne prennent leur forme caulinaire que progressivement, et ne l'atteignent définitivement qu'au point où cesse complétement la zone corticale.

D'autre part, dans les rhizomes des Graminées les faisceaux montrent déjà un commencement de symétrie par la disposition des deux gros vaisseaux latéraux (voir J. Duval-Jouve; *Agropyrum de l'Hérault*, Pl. XVII, *fig*. 10-16), et enfin lorsque les rhizomes de l'*Arundo Phragmites* se trouvent mis à l'air libre, leurs nouveaux entre-nœuds prennent peu à peu la structure des stolons, et « si l'extrémité végétative d'un stolon qui a déjà couru à l'air libre est enterrée et forcée de se continuer sous terre, la nouvelle partie qui se développe reprend peu à peu toute l'apparence et tous les détails de structure d'un rhizome » (*Agr. de l'Hér.*, pag. 335).

Il y a plus; les Graminées annuelles, à chaume ordinairement unique, ont, comme les *Cyperus* annuels, une région rhizomatique. Ainsi, un pied de Maïs, arrivé à son entier développement, ou au moins à l'époque de la fécondation, arraché avec toutes ses racines, nous montre à la base du

[1] Tout à fait à la base des chaumes du *Cyperus longus*, du *Scirpus lacustris*, etc., cette zone corticale présente jusqu'à six assises de tissu cellulaire, et ne disparaît qu'à 15 ou 20 centimètres de hauteur, là où la chlorophylle se montre nettement.

M. Sachs, après avoir dit : « Le *tissu fondamental* de la tige des monocotylédones ne se par- » tage pas en moelle et écorce», ajoute : « Il n'est pas rare cependant qu'il se trouve séparé en » une couche externe périphérique et en une masse intérieure par une assise de cellules épais- « sies et lignifiées d'une façon particulière ; c'est le cas, par exemple, dans la plupart des gros » rhizomes, dans la tige creuse des *Allium*, etc.» ( *Trait. bot.*, trad., p. 721 ). Cette remarque n'est pas assez générale, et ne fait point connaître, en principe, la différence constante qui existe entre les deux régions d'une même tige, le rhizome et le chaume.

Dans une note sur ce passage de M. Sachs, M. Van Tieghem, exposant la « *Comparaison » anatomique de la tige avec la racine* », s'exprime ainsi : « Comme la racine, la tige des » monocotylédones se compose d'un épiderme, d'une écorce ou parenchyme cortical limité en » dedans par la membrane protectrice ou endoderme et d'un cylindre central » (*o.* et. *l. c.*). Si cela est exactement applicable à la région rhizomatique, ce ne l'est plus à la région aérienne, ni aux rameaux des Joncées, des Graminées et des Cypéracées ( *Cladium*, *Eriophorum*, *Carex*, *Scirpus maritimus*, etc. ), où l'on ne voit ni région corticale, ni *membrane protectrice*.

chaume 8-10 verticilles de racines, soit souterraines, soit aériennes, naissant au-dessus de chaque nœud, à partir du point où les enveloppes de la graine restaient adhérentes au limbe du cotylédon[1]. Au-dessous de ce point est une racine centrale, le pivot portant, comme les autres, des radicelles éparses, toujours faciles cependant à en distinguer, car tandis que les autres racines sont fermes et blanches, le pivot est à cette époque noir et flétri. La structure de cette racine principale, étudiée fraîche sur des sujets plus jeunes, est absolument identique à celle des autres. Entre le point d'adhérence de la graine et le premier verticille en remontant et à un centimètre de ce dernier, la structure de l'axe est fort voisine de celles des racines, mais toutefois elle en diffère en ce que les gros vaisseaux sont moins régulièrement disposés, l'assise-limite incomplétement formée. Quelques millimètres plus haut, tout est plus irrégulier encore, et immédiatement contre le premier verticille de racines, l'axe offre, non plus la structure d'une racine, mais plutôt celle d'un rhizome : plus de cercle régulier de grands vaisseaux, plus d'assise-limite régulière, mais des groupes vasculaires épars, ayant chacun une ceinture partielle irrégulière, et les ceintures des plus externes se réunissent sur quelques points pour constituer une ceinture-limite générale irrégulière. Une coupe entre le premier et le second verticille donne la structure complète et normale d'un rhizome, avec sa zone corticale, ses groupes vasculaires non symétriques, etc. A mesure qu'on remonte, la structure rhizomatique s'efface peu à peu : le nombre des assises de la zone corticale diminue; les faisceaux deviennent plus symétriques, et enfin vers le huitième entre-nœud on retrouve la structure complète des chaumes. Les grosses racines adventives qui, naissant loin du sol, n'arrivent pas à s'y enfoncer, présentent une structure presque intermédiaire entre celle du rhizome et celle des racines ordinaires, dont elles ont les gros vaisseaux disposés en cercle, mais avec moins de régularité et en bien plus grand nombre; et, ce qui les rapproche beaucoup des rhizomes, les radicelles qu'elles portent sont disposées par verticilles à leur partie supérieure. Même fait sur les *Sorghum vulgare, saccharatum, cernuum*, etc., où néanmoins la transition est moins longuement graduelle.

---

[1] Van Tieghem; *Du Cotylédon des Graminées*, in *Ann. sc. nat.*, Ve série Bot., XV, pag. 236 et suiv.

Ainsi se trouve constaté ce premier point, qu'il y a transition entre les deux régions de la partie caulinaire, et cet autre plus important et, je crois, plus nouveau : que toutes les Glumacées, annuelles ou vivaces, possèdent un rhizome, ou si l'on aime mieux une région rhizomatique.

Revenons aux rhizomes et aux chaumes de nos *Cyperus*.

Ces rhizomes ne présentent aucun caractère général qui leur soit propre et les distingue *à priori* des autres Cypéracées qu'il m'a été donné d'étudier. Les plus grands (*Cyp. longus, serotinus, distachyos*, etc.) paraissent tous appartenir à cette catégorie de rhizomes appelés *indéterminés* (Duch.; *El. bot.*, p. 258) ou *indéfinis* (Germ. de Saint-Pierre, *Dict. bot.*, p. 1163); mais ceux des espèces annuelles ne se classent bien, ni parmi les rhizomes déterminés, ni parmi les rhizomes indéterminés; et je crois bien que si l'auteur de cette distinction, Aug. Saint-Hilaire, avait porté son attention sur ces rhizomes, il eût, comme beaucoup d'autres, trouvé « fort difficile de déter- » miner avec certitude dans laquelle de ses deux catégories ils devraient en- » trer », puisqu'ils ne durent qu'une saison.

Malgré les différences de diamètre que peuvent présenter les rhizomes de certaines espèces (*Cyp. rotundus*, $1^{mm}1/2$ ; *longus*, jusqu'à $10^{mm}$ ; *Papyrus*, $60^{mm}$), l'organisation générale demeure identique, et les groupes vasculaires, presque de même grosseur, sont loin de suivre la proportion des diamètres[1]. Sur quelques espèces, le diamètre primitif des rhizomes demeure constant, parce que la zone corticale persiste longtemps, soit entière (*C. longus*, etc.), soit réduite à sa zonule externe, dans laquelle flotte le cylindre central (*C. serotinus*, etc.). Ces rhizomes sont alors d'une grosseur uniforme ou seulement un peu noueux aux points d'où s'élèvent des chaumes. Mais sur d'autres espèces (*C. rotundus*, *esculentus*, *aureus*), aux points où le rhizome se divise ou produit des chaumes, quelques entre-nœuds, au lieu de s'allonger comme les autres, demeurent courts et se renflent en tubercules

[1] Il en est de même sur les racines. Celles des *Cyp. rotundus* et *aureus* n'ont pas un demi-millimètre de diamètre, tandis que celles du *C. Papyrus* atteignent jusqu'à 6 millimètres. Or la différence porte presque en entier sur la zone corticale et particulièrement sur la zonule interne, et le cylindre vasculaire du *C. Papyrus* est à peine plus gros que celui des racines du *C. longus* ou du *Galilea mucronata*.

relativement très-gros. Or, à mesure que les substances nutritives s'accumulent sur ces entre-nœuds, elles semblent abandonner les autres, dont la zone corticale se détruit très-vite, et dont il ne subsiste que le cylindre central. Ces rhizomes, très-grêles dès le principe, le deviennent encore plus, et alors ressemblent tellement à une racine par le diamètre et la couleur, que plusieurs descripteurs s'y sont trompés, ainsi que nous le verrons plus loin. Comme la structure de ces tubercules n'est que la reproduction, sur un plus grand diamètre, de celle des autres entre-nœuds, nous n'avons rien de plus à en dire ici.

Encore quelques mots sur le chaume. M. Duchartre dit des Cypéracées : « Tige constituant un chaume à nœuds peu nombreux, rapprochés sur la por-
» tion souterraine, de sorte que l'entre-nœud supérieur en forme toute la
» portion aérienne (*El. bot.*, p. 908). Cette expression, exacte pour ceux des *Carex* et des *Scirpus* qui n'ont qu'un épillet terminal, ne paraît pas aussi applicable aux *Cyperus*. Assurément un seul entre-nœud en constitue d'ordinaire la portion la plus considérable, puisque sur le *C. longus* il atteint, entre les feuilles basilaires et la première feuille bractéale, jusqu'à $1^m,40$ de hauteur sur $0^m,015$ de diamètre ; mais, outre qu'il y a des espèces qui, comme le *Cyp. distichophyllus*, ont des feuilles espacées sur toute l'étendue du chaume, chez le *C. longus*, pris comme exemple d'un chaume, il y a des entre-nœuds au-dessus de la première feuille bractéale. Dès-lors, le long entre-nœud qui constitue la partie nue du chaume est *intermédiaire* et non supérieur.

On paraît l'avoir trop souvent méconnu dans les descriptions de l'inflorescence des *Cyperus*, en en faisant une ombelle[1], en la disant « entourée d'un involucre de feuilles inégales ». Sa composition est plus simple : à l'extrémité supérieure d'un entre-nœud que sa longueur a fait dire nu, naît une feuille et à son aisselle *un* rameau (espèces indigènes), ou *plusieurs* (*Cyp. Papyrus*, etc.[2]), et cela se continue en disposition tristique jusqu'au sommet

---

[1] Kunth, si exact d'ordinaire, a mal compris l'inflorescence des *Cyperus* quand il en a dit : « Spicæ fasciculatæ, capitatæ vel umbellatæ, umbellis simplicibus, compositis vel supradecom-
» positis » (*Enum.*, II, p. 2).

[2] Sur certaines Graminées, il ne naît à chaque nœud de la panicule qu'un rameau fructifère ; chez d'autres (*Agrostis*, *Piptatherum*, etc.), tout un verticille ou un demi-verticille.

du chaume, qui se termine par un épillet. Bien que les feuilles et leurs rameaux axillaires soient très-rapprochés, jamais ils ne partent en rayonnant de l'extrémité du chaume et en apparence d'un même point. On les voit toujours distribués à des hauteurs différentes, et les entre-nœuds sont toujours reconnaissables. L'axe de l'inflorescence est même long de 3 centimètres sur les chaumes un peu forts du *C. longus*, de 6 centimètres sur ceux du *C. alternifolius*. Il n'y a là aucun des caractères d'une ombelle ni d'un involucre. L'inflorescence des *Cyperus* est celle du reste de la famille [1]. Des rameaux florifères naissent à l'aisselle de feuilles tristiques ; ces feuilles sont très-espacées sur certains *Carex*, sur les *Cladium*, etc.; elles sont plus rapprochées sur les *Cyperus* ; voilà tout.

Les rameaux, ainsi que leurs feuilles bractéales, diminuent progressivement de longueur à mesure qu'ils s'élèvent sur le chaume, et chacun d'eux présente, sous de moindres dimensions, non-seulement l'histotaxie du chaume qui le supporte, mais toute la conformation extérieure. A sa base il est pourvu d'une feuille, mais réduite à sa gaîne : c'est l'*ocréa*, qui peut fournir de bons caractères spécifiques; il est nu ensuite, et à sa partie supérieure il se ramifie de la même manière que le chaume, supporte des feuilles tristiques, avec ramuscules axillaires munis aussi de leur ocréa et diminuant de longueur en se rapprochant du sommet de l'axe ; et ce mode de ramification se reproduit plusieurs fois sur les grandes espèces. Sur les sujets peu développés, sur les petites espèces ou les espèces annuelles, les rameaux de l'inflorescence sont souvent très-réduits en nombre et en dimension, et je possède des chaumes de *Cyp. longus* réduits à deux rameaux, et des pieds de *C. fuscus* n'ayant que deux épillets; l'ocréa se fend alors et prend la forme d'une écaille. C'est d'ailleurs sous cette forme qu'il se présente à la base des épillets, lesquels sont ainsi, comme les rameaux, axillaires à une feuille, mais rudimentaire et squamiforme (voir *Bull. Soc. bot. de Fr.*, tom. XIX, pag. 346). Nos *Cyperus* à feuilles non carénées (*C. distachyos* et *Galilea mucronata*) n'ont point d'ocréa à la base

[1] Ce mode d'inflorescence est celui des Joncées et de la plupart des Graminées ; on trouve aussi dans ces deux familles des chaumes qui paraissent nus par l'élongation extrême d'un des entre-nœuds (*Juncus acutus*, *maritimus*, *effusus*, etc.; *Enodium cæruleum*, etc.).

des rameaux ; le même fait se reproduit dans le genre *Carex*, où toute la section des *Vignea* est dépourvue d'ocréa à la base du pédicelle des épillets (*Bull. Soc. bot. de Fr.*, tom. XI, pag. 324).

## III. — Description histotaxique des espèces.

Je décrirai successivement la racine, le rhizome, le chaume, la feuille de chaque espèce, dans l'ordre du tableau suivant :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| CYPERUS | ANNUELS. | 2 stigmates ; achane comprimé radialement........ | | | | **C. globosus** All.<br>**C. flavescens** L. |
| | | 3 stigmates ; achane trigone...................... | | | | **C. fuscus** L. |
| | VIVACES. | Feuilles à limb. mince, caréné. | 3 stigmat. ; achane trigone. | 1 étam. ; rhizome presq. nul. | | **C. vegetus** Willd. |
| | | | | 3 étam. | Rhizomes très-grêles et tuberculifères.... | **C. rotundus** L.<br>**C. aureus** Ten. |
| | | | | | Rhizomes gros, noueux, mais sans tubercul. | **C. longus** L. |
| | | | 2 stigmates ; achane lenticulaire comprimé tangentiellement.................. | | | **C. serotinus** Rottb. |
| | | Feuill. épaisses n. carénées demi-cylindriq. ou canaliculées..... | 2 stigmates ; achane comprimé tangentiellement.... | | | **C. distachyos** All. |
| | | | 2 stigm. ; achane trigone.... | | | **Galilea mucron. L.** (sub Schœnus). |

Dans ce tableau, la division principale est fondée sur la durée. Il me semble en effet qu'une fois le genre établi sur les solides caractères des organes de la reproduction, les divisions doivent se tirer des caractères les plus invariables, et à ce titre le *modus vivendi et propagandi* est au premier rang, car jamais on ne voit un *Cyp. flavescens* végéter comme un *C. longus*, ni se propager par rhizome, tandis qu'il arrive souvent que des achanes de ce dernier, au lieu d'être trigones, sont lenticulaires-comprimés par avortement d'une des divisions du style.

## *A.* Annuels.

### a. Flavescentes.

CYPERUS GLOBOSUS All. *Auct.*, pag. 49 (1789); Poiret, *Dict. enc.* (*Suppl.*), V. pag. 170; Bertol., *Fl. ital.*, I, pag. 256; Reichb. *Ic. fl. germ. exc.*, tab. 279, *fig.* 665 optima.— Gr. et Godr., *Fl. Fr.*, III, pag. 362. — *Cyp. fascicularis* Lam., *Ill. gen.*, I, pag. 144, tab. 32, *fig.* 2 optima (1791); D. C., *Fl., fr.*, III, pag. 722 (excl. syn. Rottb. et Desfont.).

**Racine** grêle (1/3-1/2 mill.), blanchâtre. Zone corticale occupant au moins les 3/4 du rayon; zonule externe à 2-3 assises; zonule interne se détruisant très-vite et ne conservant que quatre ou cinq rayons et une ou deux assises les plus internes non épaissies, à peine colorées en jaune clair. Cellules de l'assise-limite (environ 48) cylindriques, à peine épaissies à leur face interne, peu colorées. Vaisseaux extérieurs 10-12, très-petits, *s'appuyant contre l'assise-limite* (quelques-uns plus rapprochés du centre), séparés par trois ou quatre assises du gros vaisseau central unique; ce dernier a ses parois d'articulation très-obliques, ce qui simule deux vaisseaux quand la coupe tombe sur l'articulation (Pl. XIX, *fig.* 1).

**Rhizome** annuel très-court; zone corticale à peu près égale à la moitié du rayon. Assise-limite à cellules d'un violet très-pâle; une vingtaine de groupes fibro-vasculaires disposés en deux cercles peu réguliers, avec parenchyme au centre du cylindre.

**Chaume** haut de $0^m,15$ à $0^m,30$; très-obscurément triquètre; à faces très-convexes, très-inégales; la plus large (celle qui supporte la première feuille bractéale) ayant à peine 2 1/2 mill.; angles très-arrondis. Cellules épidermiques de deux grandeurs très-différentes; groupes fibreux hypodermiques très-grands, larges, appuyés contre 6-12 cellules épidermiques très-petites, séparés par 5-6 beaucoup plus grandes. Faisceaux vasculaires de trois dimensions; les tertiaires disposés presque en ceinture, soit devant les petits groupes fibreux, soit aux deux extrémités des groupes fibreux les plus forts; dans ce dernier cas, un faisceau secondaire se trouve plus à l'intérieur vis-à-vis du milieu du groupe fibreux; 5-6 faisceaux primaires

sont situés un peu plus à l'intérieur ; le centre en est dépourvu. Les faisceaux tertiaires sont seuls entourés d'un manchon de cellules à chlorophylle ; les secondaires n'en ont qu'au pôle externe, les primaires n'en ont pas. Sur tous, l'assise-limite ne recouvre que la moitié externe ; les secondaires et les primaires ont leur moitié interne enveloppée de 3-6 assises de fibres à parois épaisses. Entre les faisceaux tertiaires du pourtour, on voit de place en place un canal aérifère très-petit, mal limité, avec trois ou quatre cellules étoilées. Le reste du parenchyme est très-lâche, et le plus souvent détruit au centre (Pl. XXI, *fig.* 1).

**Feuille** longue de 15-20 centimètres, large de 3-4$^{mm}$. Limbe très-peu plié, ayant sa moindre épaisseur sur sa ligne médiane, et sa plus grande vers le quart externe de chaque moitié latérale ; plicature médiane unique ; face supérieure plane et un peu relevée en dedans vers la marge ; face inférieure arrondie sur la carène presque nulle et aussi vers les marges (Pl. XXI, *fig.* 10). Épiderme inférieur à cellules de deux dimensions ; deux très-petites, couvrant de très-petits groupes fibreux, en ont entre elles 5-8 un peu plus grandes. Épiderme supérieur à cellules un peu plus fortes, mais beaucoup moins grandes que celles du parenchyme qu'elles recouvrent. A cette face se voient cinq ou six groupes fibreux épidermiques de la grosseur des cellules contiguës, et un très-gros contre la marge. Sur chaque moitié du limbe, 5-6 canaux aérifères très-inégaux, situés au-dessus du système vasculaire. Faisceaux de trois ordres : un secondaire à la ligne médiane, un primaire au milieu de chaque côté, suivi de deux primaires vers la marge, et tous les trois entre des canaux ; au bas de chaque mur de séparation des autres canaux, un faisceau tertiaire et de un à trois quaternaires placés entre les canaux et l'épiderme inférieur. Cellules à chlorophylle en manchon autour de chaque faisceau. Une ligne de petites cellules incolores contre l'épiderme inférieur, interrompue par les cylindres verts ; une autre de très-grandes, située contre l'épiderme supérieur, est unique de la plicature à la nervure primaire, et double de là aux marges (Pl. XXI, *fig.* 10).

Cette espèce est très-peu répandue en France. Mes coupes ont été faites d'abord sur un spécimen sans localité et sans date, portant étiquette et signature d'Allione, et donné par Balbis à Joseph Émeric, mon maître et mon ami

toujours regretté[1]; ensuite sur de très-beaux individus à moi donnés par notre savant confrère M. Debeaux, qui a trouvé cette précieuse espèce dans les Pyrénées-Orientales près d'Amélie-les-Bains. Elle m'a été signalée par M. Moggridge comme croissant en abondance près de l'embouchure de la Roya (Alp.-Mar.).

CYPERUS FLAVESCENS L.

**Racine** très-grêle (1/4 mill.), blanchâtre. Zone corticale occupant au moins les 3/4 du rayon; zonule externe à 2-3 assises, à parois épaisses; zonule interne très-vite détruite, ne conservant que quatre ou cinq rayons et l'assise la plus interne non épaissie, à peine teintée de jaune. Cellules de l'assise-limite (environ 32) cylindriques, à peine épaissies et peu colorées. Une dizaine de vaisseaux extérieurs, très-petits, *s'appuyant contre l'assise-limite*, séparés par deux ou trois assises d'un gros vaisseau central (Pl. XIX, *fig.* 2).

**Rhizome** annuel, très-court[2]. Zone corticale dépassant la moitié du rayon.

---

[1] Voir *Bull. Soc. bot. de France*, tom. XV, pag. 138.

[2] Après la diagnose de son *Cyperus flavescens*, Linné vise comme identique le *Cyp. minimus, panicula sparsa flavescente* Scheuchzer, *Agrost.*, pag. 325, et Haller, *Enum.*, pag. 246. Or, dans la description visée, Scheuchzer attribue à sa plante : 1° Un achane *pyriforme et triquètre :* « Semen parvum obscure triquetrum, e basi anguste sensim dilatatum et veluti py- » riforme »; 2° un rhizome tuberculeux, comme celui du *C. esculentus* : « Radicis fibrarum ex- » tremitati quandoque, non aliter prorsus ac in *Thrasi*, seu *Cypero esculento*, adhærent bulbuli » quidam verrucosi albicantes, pisi aut fabæ etiam magnitudinem adæquantes»; et, de plus, Haller attribue très-explicitement les mêmes caractères à la même plante : « Radiculæ fuscæ,» adnatos habent bulbillos. Semen conicum» (*Enum.*, pag. 246). Ces caractères ne conviennent point à notre *C. flavescens*, et il est fort probable qu'une autre plante a été décrite par Scheuchzer, à qui Haller s'en sera rapporté. Scheuchzer commence sa description par cette remarque importante: «Hujus pulchelli Graminis dantur species non magnitudine saltem, sed et aliis » quibusdam notis ab invicem diversæ, quarum una, seu *Major*, sequenti se modo habet », pag. 385; puis, à la page suivante, il donne la description de l'autre espèce « *Species Minor*, » quam integram sistit tab. VIII, *fig.* 13 », et qui est très-exactement le *C. flavescens*. Mais Linné cite précisément la première description, non la seconde, ni la figure qui l'accompagne, et qui est pourtant assez bonne. Faut-il en conclure que le *C. flavescens* de Linné n'est point celui de la tradition actuelle, comme on a conclu, trop légèrement à mon avis, que son *Cyperus rotundus* ne se rapporte point à la plante méditerranéenne dont on a fait le *C. olivaris?* Je ne le crois pas ; en ces temps, critique spécifique et synonymie n'étaient pas aussi sévères qu'aujourd'hui, et à cet égard rigueur extrême risque d'être erreur extrême.

Cellules de l'assise-limite à parois très-épaisses, d'un violet foncé. Une douzaine environ de groupes fibro-vasculaires peu marqués.

**Chaume** haut de 0$^{m}$,03 à 0$^{m}$,15, un peu grêle, obscurément triquètre, à faces très-convexes, un peu inégales ( de 1 à 2$^{mm}$); angles très-arrondis. Cellules épidermiques de deux grandeurs. Groupes fibreux hypodermiques petits, étroits, appuyés contre 2-4 cellules épidermiques très-petites, et séparés par 4-6 plus grandes. Faisceaux vasculaires de trois dimensions formant une ceinture voisine de l'épiderme; l'un en est séparé par un groupe fibreux, et l'autre non, en alternance assez régulière; un peu plus vers l'intérieur sont d'abord les faisceaux secondaires, puis les primaires, sans aller jusqu'au centre. Les tertiaires sont complétement enveloppés d'un manchon de cellules à chlorophylle, les secondaires en ont à peine quelques-unes contre le pôle externe; les primaires n'en ont pas. Sur tous, l'assise-limite, peu prononcée, ne s'étend que sur la moitié externe; les secondaires et les primaires ont leur moitié interne revêtue de 2-3 assises de fibres à parois peu épaisses. Entre les faisceaux tertiaires du pourtour, sont des canaux aérifères avec tissu étoilé, d'une dimension presque égale à celle des faisceaux. Le reste du parenchyme est lâche, non lacuneux, mais le plus souvent détruit au centre.

**Feuille** longue de 5 à 12 centimètres, large au plus de 2$^{mm}$, ayant sa moindre épaisseur sur la ligne médiane et sa plus grande vers le quart externe de chaque moitié latérale (Pl. XXI, *fig.* 11). Plicature médiane unique; face supérieure plane, un peu relevée en dedans contre les marges; face inférieure arrondie sur la carène presque nulle, et aussi vers les marges. Épiderme inférieur à cellules de deux dimensions : deux très-petites couvrant de très-petits groupes fibreux, et entre elles 5-6 un peu peu plus grandes. Épiderme supérieur à cellules presque toutes égales, même sur la plicature et beaucoup moins grandes que celles du parenchyme qu'elles recouvrent. A cette face cinq ou six groupes fibreux hypodermiques à peine aussi gros que les cellules contiguës. Faisceaux vasculaires de trois ordres: un tertiaire à la nervure médiane; deux secondaires vers le milieu de chaque côté; une douzaine de quaternaires placés contre l'épiderme inférieur, et entre eux quelques canaux aérifères très-réduits et à peine distincts. Cellules à chloro-

phylle disposées en manchon autour de chaque faisceau. Contre l'épiderme inférieur, une assise de petites cellules incolores, interrompue par les cylindres verts; sous l'épiderme supérieur, une assise de cellules très-grandes, puis une de petites et souvent trois assises de ce tissu incolore sur chaque côté du limbe, à partir des faisceaux secondaires (Pl. XXI, *fig.* 11).

Cette feuille, très-étroite, n'a point de plicature latérale et est relevée un peu en dedans vers ses marges; ce caractère, très-prononcé sur les feuilles jeunes et sur les feuilles bractéales, suffirait, à lui seul, pour distinguer sans analyse les jeunes pieds de cette espèce de ceux du *C. fuscus*. Très-souvent, pour ne pas dire toujours, les côtés du limbe sont de largeur inégale, comme ils le sont sur les feuilles du *Juncus compressus* (voir *Bull. Soc. bot de Fr.*, tom. XVIII, pag. 234, note 1, et Pl. II, *fig.* 5 et 6).

### b. Fusci.

#### CYPERUS FUSCUS L.

**Racine** grêle (3/4 - 4/5 mill.); d'un pourpre violet. Zone corticale occupant les 3/4 du rayon; zonule externe à deux assises; zonule interne conservant de nombreux rayons et les 3-4 assises les plus internes de cellules arrondies, à parois s'épaississant graduellement en se rapprochant du centre; le tout fortement coloré en pourpre violet. Cellules de l'assise-limite (45-50) prismatiques, à parois d'un jaune rougeâtre, très-épaissies sur la face interne. Dix ou douze vaisseaux *sont appuyés contre l'assise-limite* et ont entre eux cinq cellules de l'assise rhizogène; en alternance se trouvent des groupes de trois vaisseaux plus petits, et le centre est occupé par un très-gros vaisseau (Pl. XIX, *fig.* 3 et 4).

**Rhizome** annuel, court; zone corticale égalant à peine le quart du rayon. Zonule externe violette; zone interne d'un marron clair. Assise-limite très-prononcée et de couleur marron foncé. Une soixantaine de groupes fibro-vasculaires très-prononcés et séparés par un parenchyme lâche, coloré en brun, s'avancent jusqu'au centre du cylindre (Pl. XX, *fig.* 1).

**Chaume** haut de $0^{m},05$ à $0^{m},20$, robuste, triquètre; faces à peu près égales, larges de 2-3 $1/2^{mm}$, concaves; angles aigus, à peine émoussés. Cellules

épidermiques très-grandes. Groupes fibreux hypodermiques petits, appuyés contre 3-4 cellules de l'épiderme, peu nombreux (8-10) sur chaque face, et placés à l'extrémité périphérique des murs séparant de grands canaux aérifères à tissu étoilé. Faisceaux vasculaires de deux dimensions; les plus petits, souvent presque complets, situés entre les canaux aérifères ; quelques primaires occupent la même position et six ou sept sont disséminés un peu plus vers l'intérieur sans aller jusqu'au centre. Les cellules à chlorophylle sont distribuées en deux assises sous l'épiderme, puis au pourtour des canaux aérifères, sans être jamais contiguës aux faisceaux, dont elles sont séparées par une assise de cellules incolores. Parenchyme lâche, et dans la région centrale ordonné en cercle autour de trois ou quatre petits canaux aérifères (Pl. XXI, *fig.* 2).

**Feuille** longue, $0^m,05$ à $0^m,15$, larges de $4\text{-}6^{mm}$ ; limbe un peu étalé, d'une épaisseur à peu près égale sous toute sa largeur ; plicature médiane sur une carène épaisse et saillante, avec plicature latérale inverse peu prononcée. Épiderme inférieur à cellules de trois dimensions : 6-9 assez grandes vis-à-vis des canaux; entre deux plus grandes, 2-3 très-petites contre lesquelles sont appuyés des groupes fibreux à peine plus gros que les autres cellules. Épiderme supérieur à très-grandes cellules égales, avec quatre plus grandes encore à la plicature médiane; un petit groupe fibreux vers la marge, au point où un épiderme succède à l'autre. Sur chaque moitié du limbe, huit à dix canaux aérifères, grands, plus larges que hauts, avec tissu étoilé. Un seul faisceau vers le milieu de chaque mur de séparation; le médian est primaire; des latéraux, les trois plus voisins de la carène et de la marge sont tertiaires, les autres sont primaires. Cellules à chlorophylle à peu près sphériques, distribuées en 2-3 assises sous chaque épiderme et tout autour des canaux, séparées des faisceaux par un cercle de cellules incolores. Point de parenchyme incolore, à l'exception d'une douzaine de cellules au-dessus du faisceau médian (Pl. XXI, *fig.* 12).

La forme des lieux ombragés, humides et gras, plus haute et à épillets moins colorés (*Cyp. virescens* Hoffm., *Deutschl.. Fl.*, I, pag. 16) n'offre absolument aucune différence histotaxique et ne mérite même pas d'être signalée comme variété. C'est ce que M. Ch. Desmoulins appelle avec tant de justesse une «forme *e loco*» (*Cat. Dord.*, Suppl., fin., pag. 307).

## *B.* Vivaces.

### a. Vegeti.

CYPERUS VEGETUS Soland in Mœnch *Meth.*, pag. 317 (1794); Willd. *Sp., pl.* 1, pag. 283. — *C. monandrus* Roth, *Catal. bot.*, I, pag. 3 (1797).

**Racine** un peu grêle (3/4$^{mm}$), rouge. Zone corticale occupant les 2/3 du rayon ; zonule externe à 2-3 assises de petites cellules ; zonule interne se disloquant assez vite en conservant sept ou huit larges rayons et ses 2-3 assises les plus internes, à cellules un peu rectangulaires, aplaties tangentiellement, à parois épaissies ; le tout d'un pourpre noir. Cellules de l'assise-limite (plus de 50) un peu comprimées radialement, à parois d'un beau jaune, épaissies sur toutes leurs faces. Quinze à vingt vaisseaux sont appuyés contre l'assise-limite et ont entre eux quatre (rarement huit) cellules de l'assise rhizogène ; un second cercle de vaisseaux est un peu plus intérieur et séparé d'un gros vaisseau central par quatre ou cinq assises de parenchyme fibrifié de très-bonne heure (Pl. XIX, *fig.* 5).

**Rhizome** noirâtre, gros (4-8$^{mm}$), court, non rampant, très-ramifié, émettant des chaumes presque contigus, et formant touffe à la manière des espèces annuelles. Zone corticale occupant au moins la moitié du rayon; zonule externe à épiderme résistant, à 4-5 assises de cellules fortement colorées et *sans granules amylacés* ; zonule interne persistante. Cellules de l'assise-limite ovales, à parois peu épaissies, d'un jaune rouge; faisceaux nombreux à coupe ovale.

Le caractère tout spécial de ce rhizome est l'extrême abondance des granules amylacés ; il y en a dans la ceinture-limite générale aussi bien que dans celle de chaque faisceau.

**Chaume** un peu renflé à la base, s'élevant de 0$^{m}$,50 à 0$^{m}$,80, à peine triquètre ; à faces larges de 4-8$^{mm}$, lisses, très-convexes, avec angles obtus et très-émoussés. Cellules de l'épiderme à peu près toutes égales, petites, à paroi extérieure très-épaissie. Groupes fibreux hypodermiques nombreux, très-forts, semi-cylindriques, appuyés contre 5-8 cellules de l'épiderme, séparés par 6-10 et entourés par 3-5 rangs de cellules à chlorophylle qui s'avan-

cent vers l'intérieur en circonscrivant des canaux aérifères à tissu étoilé. Un faisceau secondaire à l'extrémité interne des murs de séparation des canaux ; puis vers l'intérieur deux à trois rangs peu réguliers de faisceaux primaires. Point de chlorophylle contre les faisceaux. Assise-limite rigoureusement arrêtée à la hauteur des deux gros vaisseaux latéraux, et ensuite remplacée au pôle interne par une masse semi-circulaire de fibres à parois très-épaisses tout à fait contiguë à la grande lacune des vaisseaux annelés. Au centre et entre les faisceaux, un parenchyme très-lâche, à parois minces, avec quelques petits canaux aérifères, circulaires ou ovales.

**Feuille** longue de $0^{m},03$ à $0^{m},06$, large de $0^{m},08$ à $0^{m},12$ ; limbe plié en V, d'une épaisseur à peu près égale sur toute sa largeur. Plicature médiane unique, avec carène obtuse. Épiderme inférieur à cellules de deux dimensions : 12-15 assez grandes vis-à-vis des murs de séparation et contre lesquelles sont appuyés des groupes fibreux à peine plus gros que les autres cellules. Épiderme supérieur à cellules inégales, les plus fortes vis-à-vis des murs de séparation, où elles atteignent presque le volume de celles de la plicature. Sur chaque moitié du limbe, 9-12 canaux aérifères très-grands avec tissu étoilé très-lâche. Un seul faisceau, secondaire ou primaire, est placé vers le milieu de chaque mur de séparation. Cellules à chlorophylle non en palissade, mais lacuneuses, en lignes continues contre l'épiderme inférieur et tout autour des canaux sous l'épiderme supérieur, séparées des faisceaux par un cylindre de petites cellules. Entre l'épiderme supérieur et les faisceaux, deux assises de grandes cellules incolores (Pl. XXII, *fig.* 1).

### b. Rotundi.

Les deux espèces de ce groupe mentionnées en France par nos flores les plus récentes, ont donné lieu à des divergences d'opinion sur le nom et l'extension de chacune d'elles. C'est pourquoi, avant d'en aborder la description histotaxique, je crois devoir exposer à quelles plantes se rapportent mes descriptions et les doutes que j'ai conservés sur quelques points.

Ces deux espèces sont :

1° CYPERUS OLIVARIS Targ. Tozz.; Mutel, *Fl. fr.*, III, pag. 346; Gren. et Godr., *Fl. de Fr.*, III, pag. 359; Ardoino, *Fl. Alp.-Mar.*, pag. 394.

2° CYPERUS AUREUS Ten.; Mutel, *Fl. fr.*, III, pag. 348; Gren. et Godr.; *Fl. de Fr.*, III, pag. 360; Ardoino, *Fl. Alp.-Mar.*, pag. 394.

1° La première de ces espèces avait été mentionnée par toutes nos flores, mais sous le nom de *C. rotundus* L. Dans les premières années de ce siècle, O. Targioni-Tozzetti considéra le *C. rotundus* des flores européennes comme différent de l'espèce linnéenne, qui serait une plante de l'Inde, et il le nomma *C. olivaris*. Son opinion, adoptée par la plupart des botanistes italiens, le fut d'abord par M. Parlatore (*Fl. panorm.*, I, pag. 58) ; mais plus tard ce savant botaniste revint au nom linnéen (*Fl. palerm.*, pag. 292; et *Fl. ital.* II, pag. 36), en motivant son opinion[1]. M. Cosson (*Fl. Alg.*, pag. 247), M. Caruel (*Prodr. fl. tosc.*, pag. 670), ont, pour les mêmes motifs, repris le nom linnéen; je crois que c'est avec pleine raison, et j'en fais autant[2]. Mais je dois prévenir que mes comparaisons histotaxiques, n'ayant porté que sur des exemplaires du bassin méditerranéen (*France*, *Italie*, *Sicile*, *Grèce*, *Égypte*, *Algérie*), ne peuvent ajouter aucun élément nouveau en faveur de la disjonction ou de la réunion des *C. rotundus* L., et *C. olivaris* T.-T.

2° La seconde espèce n'a été mentionnée en Corse qu'en 1836, et en France qu'en 1855 (*Fl. de Fr.*, III, pag. 359); elle y est signalée comme croissant « dans les pâturages maritimes de Toulon et de la Corse», et par M. Ardoino «dans les lieux cultivés de la région littorale (Alp.-Marit.), à Menton.»

Nos flores antérieures mentionnaient comme cultivé «in *Gallo-Provincia*» le *C. esculentus* de Linné et des anciens auteurs. L'espèce de Tenore serait, suivant les botanistes italiens et MM. Godron et Ardoino, bien distincte, en ce qu'elle porte *à ses racines* des tubercules *amers et sans zones*, au lieu d'avoir *sur ses rhizomes* des tubercules *doux et zonés*. Nous examinerons plus loin le premier de ces caractères ; la valeur des deux

---

[1] « La nostra pianta è perfettamente la stessa di Linneo, come ho potuto accertarmene nel » suo erbario, in cui si conserva un individuo di essa avente la pannocchia poco sviluppata: » però si può ben notare nelle spighette il carattere delle squame. Esattamente poi corrispon- » dono alla pianta siciliana gli esemplari che io ho delle Indie orientali, delle quali siccome » spontanea Linneo descrive questa pianta » ( *Fl. palerm*, I, pag. 293 ).

[2] Voir la note de la pag. 369 sur le *C. flavescens* L.

autres n'a été reconnue ni par Kunth (*Enum.*, II, pag. 61), ni par Delille (Κορσ¹, pag. 74), ni par M. Cosson (*Fl. Alg.*, pag. 247), ni par M. Caruel (*Prodr. fl. tosc.*, pag. 670), qui regardent ces différences comme un résultat de la culture, et réunissent en une seule espèce le *C. aureus* et le *C. esculentus*. Je suis du même avis, mais il m'a été impossible de me procurer de la plante spontanée (*C. aureus*) aucun exemplaire de Corse ou d'Algérie ; de ceux dont j'ai pu analyser toutes les parties, un me vient de Sicile par M. Todaro, un autre de Toulon par M. Huet; plusieurs m'ont été envoyés par M. J.-T. Moggridge des terrasses de Menton, où ils croissent dans les terres cultivées. Les autres se rapportent tous à la plante cultivée ou continuant à vivre dans les cultures. J'ai eu beaucoup d'exemplaires de cette dernière, soit des cultures du Jardin de Montpellier, soit des marchés de Gênes et d'Alger. J'ai trouvé entre les deux plantes quelques différences, légères il est vrai; mais comme je ne puis trancher la question sur l'étude d'un petit nombre d'exemplaires, je continuerai, dans les descriptions de ces deux plantes, à désigner celle qui est spontanée par le nom plus ancien de *C. aureus* (1811), et celle des cultures par le nom de *C. esculentus*.

Je dois entrer dans quelques détails sur les caractères des tubercules des plantes de ce groupe, car ils ont été, dans les descriptions spécifiques, l'occasion de plus d'une méprise. Je prendrai comme type de comparaison ceux du *C. rotundus*, les plus communs de tous sur les bords du bassin méditerranéen.

Les tubercules du *C. rotundus*, plus ou moins ovoïdes-allongés et rappelant assez bien la forme d'une olive, commencent brusquement à un nœud de rhizome d'où naît une feuille-écaille semblable à celle des autres nœuds. Chaque tubercule porte ordinairement six ou sept de ces écailles, et se compose donc d'autant d'entre-nœuds épaissis à peu près égaux en longueur (*fig.* 1, A). Ces écailles, entièrement embrassantes et assez longues

---

¹ *Détermination d'une plante que Strabon a nommée* Κορσιον. Dans les *Mémoires de l'Acad. des Sc. de Montpellier*, tom. I, pag. 67 à 77, Delille nomme cette plante *C. melanorrhizus*, *Fl. Æg. illust.*, nº 40, nom adopté par M. Moggridge, *Contrib. fl. Menton*, tab. 97.

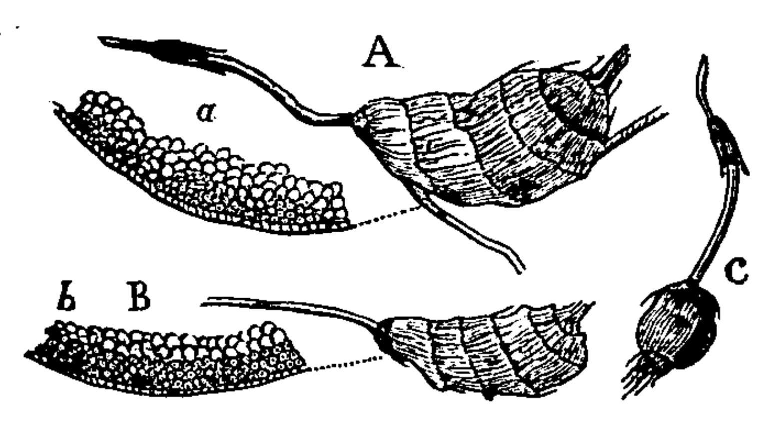



Fig. 1. A. Tubercules du *Cyperus rotundus*, grand. nat.; *a* épiderme et groupe fibreux hypodermique, 70 d.— B. Tubercules du *C. esculentus*; *b* région fibreuse hypodermique, 70 *d.*—C. Tubercule du *C. aureus* de Sicile.

pour que chacune d'elles recouvre au moins le tiers de celle qui la suit, se composent d'un parenchyme incolore et de nervures d'un pourpre noir nombreuses (plus de 100) et très-rapprochées. Elles ne demeurent entières que peu de temps, et bientôt ne sont plus représentées que par la partie inférieure de leurs nervures persistant sous forme de petites dents contre les lignes transversales d'émersion. Ce sont ces lignes un peu saillantes que les descripteurs ont appelées des *zones*; assez régulièrement circulaires, elles restent un peu en arrière sur un point correspondant à la ligne médiane de chacune d'elles, attendu qu'immédiatement au-dessus se voit un bourgeon tantôt développé lui-même en rhizome, tantôt resté à l'état rudimentaire. Ces bourgeons sont en disposition rigoureusement tristique, comme celles des feuilles-écailles du rhizome, comme celles des feuilles caulinaires dans toute la famille des Cypéracées, comme celles des rameaux florifères au sommet des chaumes des *Cyperus*. Quelques racines naissent sur les entre-nœuds, et sans l'examen anatomique se distinguent facilement des rhizomes latéraux les plus minces et les plus dénudés, en ce qu'elles ne sont point à leur base entourées des écailles qui ne manquent jamais à la base d'un rhizome, et dont on voit toujours au moins les restes[1]. Le tubercule jeune est blanc, rayé de pourpre, sans odeur et d'un goût agréable; plus âgé et dénudé, il devient un peu amer et presque aussi aromatique que le rhizome du *C. longus*. La surface de ces entre-nœuds est très-brune et parcourue par des lignes longitudinales noires, très-fines, un peu saillantes, dues à la présence sous l'épiderme de petits groupes de fibres libériformes, à parois très-épaisses et colorées (*fig*. I, *a*)[2].

---

[1] Les tubercules du *Scirpus maritimus*, avec de plus grandes dimensions, ont la plupart de ces traits.

[2] Dans la dissertation *De Cypero esculento*, Preuschen dit de ce tubercule : « Tuber squamis » multinerviis tectum est, vel fibris a squamarum resolutione ortis, a quibus impressis tuberis » superficies interdum striata adparet », pag. 3 ; à part cela, sa description est bonne, ainsi que celle de Delille, *o. c.*, pag. 76.

Les tubercules du *Cyp. esculentus* (assez mal figurés par Host. *Gram. austr.* III, tab. 75), ovoïdes-allongés, un peu aplatis et obliques, très-rarement subglobuleux, toujours inodores et d'un goût de noisette, ont la surface jaune, lisse et sans lignes pourpres, attendu que sous l'épiderme se trouvent, non des groupes de fibres colorées, mais bien quatre ou cinq assises de cellules un peu allongées étroites, à parois excessivement épaisses et uniformément d'un jaune pâle (*fig.* 1, B, *b*). Ils n'ont ordinairement que quatre entre-nœuds, au plus cinq, dont le premier et le dernier sont très-courts; leurs écailles ont des nervures peu nombreuses (à peine 25), espacées, peu colorées, et elles se détruisent très-vite, sans laisser d'autres traces que leur ligne circulaire d'émersion un peu saillante. Leurs bourgeons latéraux sont peu apparents et ne se développent que rarement; les racines qui en naissent s'allongent aussi très-peu.

Les tubercules du *C. aureus* (mal figurés par Reichenbach, *Fl. germ. exc.*, tab. 281, *fig.*670) sont, comme ceux des deux espèces précitées, des renflements du rhizome, ce que montrent les feuilles-écailles du rhizome y aboutissant quand il en est encore pourvu, ou ses éléments anatomiques quand il a perdu ses écailles et sa zone corticale. Ils sont globuleux, à surface très-ridée et ne se composent que de trois entre-nœuds dont le premier et le dernier sont excessivement courts (*fig.* 1, *c*). Il en résulte que celui du milieu constitue ainsi à lui seul tout le renflement, et que, comme les écailles se détruisent très-vite et que leurs lignes d'émersion sont tout contre les extrémités, le tubercule se montre sans zones facilement apparentes. C'est ce qui a trompé les descripteurs, et leur a fait dire que ces tubercules sont dépourvus de zones (Bertol., *Fl. ital.*, I, pag. 265; Guss., *Fl. sic. syn.*, I, pag. 45; Parlat., *Fl. palerm.*, pag. 291; Godr., *Fl. Fr.*, III, pag. 360, etc.). Il est étonnant que Bertoloni n'ait pas vu les zones, car il a remarqué les restes des écailles des deux nœuds extrêmes, puisqu'il dit : « Stolones desinentes in tuber magni» tudinis circiter pisi, quod globulosum, at superficie inæquali, et huc illuc » *fibrillosum* est, caret zonis» (*loc. cit.*). Mais la prétendue absence de ces *zones* et des bourgeons, ainsi que la prompte dénudation des rhizomes par la destruction de la zone corticale, ont complètement induit en erreur Gussone. En effet, cet auteur, après avoir rapporté les tubercules du *C. olivaris* à des renflements des rhizomes, croyant ceux du *C. aureus* dépourvus d'écailles,

les a rapportés à des renflements des racines, et en a dit : « Tubera parva, » a radicibus dependentia (non fibræ in tubera incrassatæ ut in præcedente) (=C. olivari) » ; *o.* et *l. c.* L'auteur de la *Flore de France* a reproduit l'erreur de Gussone, en attribuant au *C. aureus* une « souche fibreuse émettant des radicelles qui se terminent par des tubercules subglobuleux », III, pag. 560.

Si, en effet, les tubercules du *C. rotundus* et du *C. esculentus* étaient de nature caulinaire (*Tuber caulogenum*, T. Irmisch), et ceux du *C. aureus* de nature radicaire (*Tuber rhizogenum*, T. Irmisch), ce serait entre ces espèces une différence très-considérable, mais elle n'existe pas. Sur le *C. aureus*, les tubercules ne sont point des renflements terminaux des racines ; ils sont, comme sur les autres espèces, des entre-nœuds renflés du rhizome, avec des organes foliaires et un bourgeon terminal qui contribue à la propagation de l'espèce.

CYPERUS ROTUNDUS L. — *C. olivaris* Targ.-Tozz., in *Mem. Soc. It.*, XIII, part. II, pag. 338; Reichb., *Ic. Fl. germ. exc.*, tab. 281, *fig.* 671 ; *C. tetrastachyos* Desf., *Fl. atl.*, I, pag. 45, tab. VIII ; *C. esculentus* Desf., *Fl. atl.*, I, pag. 43 (non L.).

**Racine** de $1^{mm}$ de diamètre, brune. Zone corticale occupant à peu près les 2/3 du rayon; zonule externe à trois assises ; zonule interne se détruisant très-vite irrégulièrement et ne conservant que ses deux assises les plus internes, à cellules rectangulaires comprimées tangentiellement, avec parois très-épaissies, d'un roux marron. Cellules de l'assise-limite (40-45) très-aplaties tangentiellement, à parois d'un jaune clair, très-épaissies sur toutes leurs faces. Assise rhizogène continue ou interrompue, à intervalles inégaux, par deux ou trois petits vaisseaux ; vers le centre, trois ou quatre gros vaisseaux inégaux, autour desquels 12-20 plus petits. Parenchyme central fibrifié de bonne heure (Pl. XIX, *fig.* 6 et 7).

**Rhizome** filiforme, d'un brun foncé, longuement traçant, se renflant à des distances très-variables (de $0^{m},10$ à $0^{m},60$) en tubercules d'où naissent des ramifications ou des faisceaux de feuilles avec ou sans chaume. Zone corticale occupant les deux tiers du rayon (Pl. XX, *fig.* 2 et 3) ; zonule externe à épiderme fragile et composée de trois ou quatre assises ; zonule interne se disloquant très-vite en grandes lacunes irrégulières, ne conservant

que quelques rayons avec ses assises les plus internes colorées en brun et s'épaississant progressivement en allant vers l'intérieur, au point de n'avoir presque plus de cavité (*fig.* 3, *b*). L'assise-limite, formée de cellules cylindriques à parois incolores et un peu épaissies, ondule en circonscrivant cinq à sept groupes vasculaires (*fig.* 3, *a*). Chacun de ces groupes, entouré d'un prosenchyme très-dense et avec l'âge coloré en jaune, présente un cercle extérieur assez régulier de sept à huit gros vaisseaux, puis un cercle intérieur de huit à dix vaisseaux plus petits. Au centre existe du parenchyme médullaire.

Les régions du rhizome qui, moins profondes, aboutissent à un chaume ou à un faisceau de feuilles, présentent une zone corticale moins considérable, un cylindre central plus gros et contenant de quinze à vingt groupes vasculaires, avec des tissus à parois généralement moins épaissies. Leur structure se rapproche ainsi un peu de celle des chaumes, tandis que celle des autres régions se rapproche un peu plus de celle des rhizomes.

Tubercules ovoïdes allongés, de la grosseur d'une olive, formés par 7-8 entre-nœuds et portant, sous forme de zones, la trace des feuilles-écailles (pag. 377, *fig.* 1, A). Sous l'épiderme, de nombreux petits groupes de fibres libériformes dures et colorées (*b*); le reste, comme le rhizome, abstraction faite des dimensions.

**Chaume** haut de $0^{m},20$ à $0^{m},30$, triquètre; faces à peu près égales, larges de $3^{mm}$ environ, planes, angles très-émoussés. Cellules épidermiques petites. Groupes fibreux hypodermiques prononcés, 15-18 sur chaque face, appuyés contre 4-6 cellules de l'épiderme excessivement petites ; faisceaux vasculaires de trois ordres, distribués comme il suit : sur chaque face, 4-6 faisceaux primaires un peu éloignés de la périphérie par un groupe fibreux très-fort; entre eux, sept faisceaux dont celui du milieu est tertiaire et appuyé sur un groupe fibreux assez fort ; les trois de chaque côté sont quaternaires et celui du milieu est seul appuyé contre un groupe fibreux. Dix ou douze faisceaux primaires sont disséminés presque jusqu'au centre. Les quaternaires et les tertiaires sont entourés d'un manchon complet de chlorophylle ; les primaires n'en ont que quelques cellules contre le pôle externe, avec assise-limite peu marquée et réduite à la moitié externe ; l'autre moitié revêtue de nombreuses assises d'un prosenchyme très-dense. Parenchyme assez

serré, disposé en cercle autour de quelques canaux (8-10) disséminés entre les faisceaux.

**Feuille** longue de 0$^m$,35 à 0$^m$,40, large de 0$^m$,06 à 0$^m$,10; limbe plié en V très-ouvert, avec plicature latérale peu prononcée et marge arrondie ; faces presque parallèles, carène très-forte, obtuse (Pl. XXII, *fig.* 2). Épiderme inférieur à cellules petites et de deux dimensions; 2-3 très-petites recouvrant les groupes fibreux, et entre elles 8-12 un peu plus fortes. Épiderme supérieur à cellules très-grandes, occupant presque la moitié de l'épaisseur du limbe ; trois groupes fibreux hypodermiques répartis à égale distance sur la moitié externe de chaque côté du limbe. 9-10 larges canaux aérifères, à tissu étoilé, situés *au-dessous* du système vasculaire, tout contre l'épiderme inférieur, et séparés entre eux par un groupe fibreux et le faisceau superposé. Faisceaux vasculaires de quatre ordres : un primaire à chaque plicature ; deux secondaires à mi-distance des primaires ; six à sept tertiaires entre les canaux ; et les quaternaires en ligne au milieu de l'épaisseur du limbe, au-dessus des canaux ; tous enveloppés d'un manchon complet de cellules à chlorophylle, et contigus à l'épiderme supérieur.

CYPERUS AUREUS Ten., *Flor. nap. prodr.*, pag. 8 (1811) non Humb. et Bonpl. (1815) ; C. *Tenorii* Presl., *Cyp. et Gram. Sic.*, pag. 14 (1820).

**Racine** grêle (3/5 de mill.), blanchâtre. Zone corticale occupant les 2/3 du rayon ; zonule externe à deux assises ; zonule interne se détruisant très-vite, irrégulièrement, et ne persistant que sur les trois ou quatre assises les plus internes, à cellules aplaties tangentiellement, épaissies et d'un roux très-pâle. Cellules de l'assise-limite presque cylindriques à parois d'un jaune pâle, épaissies sur toutes leurs faces. Une dizaine de petits vaisseaux irrégulièrement répartis contre l'assise rhizogène; vers le centre, quatre gros vaisseaux inégaux. Parenchyme central fibrifié, à parois très-épaissies (Pl. XIX, *fig.* 8 et 9).

**Rhizome** filiforme, peu traçant, à divisions courtes (5-15$^{cm}$) et bientôt renflées en tubercules. Zone corticale occupant la moitié du rayon; zonule externe à épiderme fragile, réduite à deux assises de cellules et se détruisant presque aussi vite que l'autre zonule qui conserve à peine sa couche la plus

interne. Assise-limite irrégulière à cellules très-inégales, cylindriques ou prismatiques, de couleur marron, circonscrivant une vingtaine de groupes vasculaires disposés en deux séries concentriques très-irrégulières. Chaque groupe, entouré d'un prosenchyme très-dense et d'un jaune clair, présente un cercle très-irrégulier de gros vaisseaux. Du parenchyme médullaire lâche occupe le centre (Pl. XX, *fig.* 4 et 5).

Tubercules subsphériques, irréguliers, de la grosseur d'un pois, formés par trois entre-nœuds dont les deux extrêmes sont très-courts (pag. 377, *fig.* 1, *c*).

**Chaume** de 15 à 20 centimètres, triquètre; faces à peu près égales, larges de 2 à 2 1/2$^{mm}$, planes, angles très-émoussés. Cellules épidermiques très-petites. Groupes fibreux hypodermiques prononcés, 14-15 sur chaque face, appuyés contre 2-4 cellules de l'épiderme. Faisceaux vasculaires de deux ordres, distribués comme il suit: sur chaque face, trois ou quatre faisceaux primaires, éloignés de la périphérie par un groupe fibreux très-fort; entre eux, sept faisceaux quaternaires, très-rapprochés de l'épiderme, sont en alternant appuyés ou non contre un groupe fibreux. Six à sept autres faisceaux primaires sont disséminés presque jusqu'au centre. Tous les faisceaux quaternaires sont entourés d'un manchon complet de chlorophylle: les plus gros n'en ont que quelques cellules contre le pôle externe, ou en sont tout à fait dépourvus, avec assise-limite peu marquée et réduite à la moitié externe; l'autre moitié revêtue de 3-6 assises de prosenchyme. Parenchyme lâche, disposé circulairement autour de quatre ou cinq petits canaux disséminés entre les faisceaux.

**Feuille** longue de 0$^{m}$,20 à 0$^{m}$,30, large de 4 à 8$^{mm}$; limbe presque étalé, plicature latérale peu sensible, marge arrondie ; faces presque parallèles, carène saillante, un peu obtuse (Pl. XXII, *fig.* 4). Épiderme inférieur à cellules petites et de deux dimensions; 2-3 très-petites contre les groupes fibreux, et entre elles 10-15 un peu plus fortes. Épiderme supérieur à cellules grandes, occupant le tiers de l'épaisseur du limbe; trois groupes fibreux hypodermiques répartis sur la moitié extérieure de chaque côté du limbe; 9-10 larges canaux aérifères, à tissu étoilé, situés au-dessous du système vasculaire, tout contre l'épiderme inférieur, séparés entre eux par une masse

formée d'un groupe fibreux, au-dessus d'un faisceau et sur les côtés de cellules incolores. Faisceaux vasculaires de quatre ordres : un primaire à chaque plicature ; deux secondaires à mi-distance des primaires ; six à sept tertiaires entre les canaux, et les quaternaires en ligne au milieu de l'épaisseur du limbe et au-dessus des canaux ; tous enveloppés d'un manchon complet de cellules à chlorophylle, et contigus à l'épiderme supérieur (Pl. XX, *fig.* 4).

En comparant les descriptions des *C. rotundus* et *aureus*, on voit que les ressemblances que présentent l'aspect général et le mode de propagation de ces deux espèces se retrouvent au même degré dans la structure des diverses parties et notamment dans celle des feuilles. Les différences sont très-faibles, et les seules vraiment appréciables que nous offrent les feuilles consistent en ce que le *C. aureus* a des cellules incolores de chaque côté des groupes fibreux hypodermiques de la face inférieure et des faisceaux de moindre dimension.

---

Les différences que j'ai constatées entre le *C. esculentus* cultivé et ce que je possède du *C. aureus* spontané, consistent en ce que la plante cultivée a des tubercules plus gros, composés d'un plus grand nombre d'entre-nœuds, moins contractés et moins ridés, des chaumes plus forts et des feuilles plus larges ; mais la disposition des éléments est absolument la même. Je n'attache aucune importance à la différence de saveur [1], et chacun connaît les changements que produit sur ce point une culture prolongée. D'autre part, si les tubercules du *C. esculentus* des marchés se contractent et se rident moins que ceux de la plante spontanée, c'est sans aucun doute parce que la récolte s'en fait au moment où ils sont le plus chargés de fécule, tandis que ceux qui adhèrent aux échantillons de nos herbiers sont recueillis après que la fécule a été absorbée par le développement des feuilles, des chaumes et des organes de reproduction. Je suis donc porté à croire qu'il y a identité entre les *C. esculentus* L., *aureus* Ten., *melanorrhizus* Delille ; mais je suis trop peu pourvu de sujets spontanés pour oser opérer la réunion.

---

[1] Delille déclare n'avoir jamais trouvé de tubercules amers, « pas même sur les échantillons » de l'herbier de M. Tenore, de Naples » (*o. c.*, pag. 72).

### c. Longi.

CYPERUS LONGUS L.

**Racine** de 1/2 à 1 1/2$^{mm}$ de diamètre, brune. Zone corticale occupant des 4/5 au 7/8 du rayon ; zonule externe à 6-8 assises colorées en rouge brun ; zonule interne se disloquant vite, mais assez régulièrement et en conservant une vingtaine de lignes radiales et une dizaine des assises les plus internes, dont les cellules, rondes et colorées en marron clair, s'épaississent graduellement en allant vers le centre. Cellules de l'assise-limite (environ 100) presque cylindriques, s'épaississant sur toutes leurs faces, à peine colorées en jaune-citron. 25-30 petits vaisseaux appuyés contre l'assise rhizogène, ou séparés d'elle par une ou deux cellules, et vers l'intérieur, à une petite distance d'eux, 10 à 12 gros vaisseaux disposés en cercle autour d'un grand espace central rempli par un parenchyme qui épaissit rapidement ses parois (Pl. XIX, *fig.* 10 et 11).

Il est à remarquer :

1° Que les cellules qui persistent aux rayons de la zonule interne épaississent légèrement leurs parois et s'étirent un peu sur leurs six points de contact, de manière à paraître presque cruciformes sur une section transversale (Pl. XIX, *fig.* 10), et percées d'un trou là où le rasoir a coupé les saillies étirées dans le sens longitudinal (disposition très-marquée sur le *C. Papyrus*);

2° Que, sur les racines des sujets croissant dans une eau permanente, les cellules corticales voisines de l'assise-limite n'épaississent que très-peu leurs parois, tandis que, sur celles qui proviennent d'un endroit desséché, les parois deviennent si épaisses que la cavité disparaît et n'est plus représentée que par un point noir.

**Rhizome** tortueux, d'un rouge noir, gros (6-12$^{mm}$), à entre-nœuds très-courts, émettant des chaumes très-rapprochés. Zone corticale occupant au moins la moitié du rayon, à zonules très-distinctes et durables. L'externe a 8-10 assises dont les 4-5 situées sous l'épiderme sont à parois toujours minces et d'un rouge brun ; les autres, à peine colorées, épaississent fortement leurs parois en vieillissant. L'interne, trois fois aussi large que

l'autre, se compose de cellules incolores, sensiblement égales, en alternance peu régulière, toutes d'abord à parois minces et remplies de granules amylacés, les plus internes épaississant ensuite leurs parois (Pl. XX, *fig.* 6 et 7). Assise-limite très-prononcée, irrégulièrement ondulée, à cellules très-inégales, prismatiques, comprimées radialement, à parois épaisses colorées en roux brillant, à cavité ovale. Dans le cylindre central, quatre à cinq rangs de groupes vasculaires disséminés en alternance peu régulière, ayant chacun 8-10 vaisseaux appuyés contre une forte ceinture de 3-4 assises de fibres étroites, à parois épaisses et d'un jaune clair. Au centre et entre les groupes vasculaires, du parenchyme médullaire souvent chargé de granules amylacés (Pl. XX, *fig.* 6 et 7).

Les rhizomes qui croissent dans un sol non inondé présentent sous l'épiderme de nombreux (30-80) petits groupes de fibres libériformes, à parois très-épaisses et brunes; les cellules épidermiques superposées ont des renflements coniques (Pl. XXI, *fig.* 9).

**Chaume** s'élevant de $0^{m},50$ à $1^{m},60$; triquètre, à faces larges de $4$-$12^{mm}$, lisses, un peu concaves ou un peu convexes, angles plus ou moins émoussés. Cellules de l'épiderme très-petites, à paroi externe très-épaisse. Groupes fibreux hypodermiques très-nombreux; étroits, séparés entre eux par une ou deux petites cellules et s'étendant tous jusqu'à un faisceau vasculaire. Tout près de l'épiderme et n'en étant séparé que par les groupes fibreux hypodermiques, règne un rang continu de faisceaux de quatre ordres, et d'autant moins rapprochés de la périphérie qu'ils sont plus forts. Ils alternent assez régulièrement ; entre deux secondaires, deux quaternaires sont contigus ou séparés par un tertiaire, et sur quatre ou cinq points de chaque face un secondaire prend la place d'un tertiaire. Quatre ou cinq faisceaux primaires, très-espacés et plus éloignés de chaque face, forment un rang plus intérieur, et les autres sont disséminés dans le parenchyme central. Les faisceaux quaternaires ou ternaires sont entourés complétement par un manchon de cellules à chlorophylle ; les secondaires n'en ont que sur la moitié externe ; les primaires en sont dépourvus. Sur les plus petits faisceaux, l'assise-limite est complète ; sur les secondaires et sur les primaires, elle entoure seulement le pôle externe jusqu'à la hauteur des deux gros vaisseaux symétriques et est remplacée au pôle interne par une masse sou-

vent très-forte de fibres à parois très-épaisses. Parenchyme médullaire à grandes cellules très-régulièrement et très-élégamment ordonnées autour de très-nombreux canaux aérifères circulaires ou ovales le plus souvent séparés par un seul rang de cellules.

**Feuille** longue de $0^m,40$ à $0^m,60$, large de $5$-$12^{mm}$; limbe plié en V sur la ligne médiane, puis étalé en ligne droite à partir de chaque plicature latérale; face supérieure abaissée vers la marge presque aiguë; face inférieure presque parallèle, à carène prononcée et obtuse (Pl. XXII *fig.* 5 et 6). Épiderme inférieur à cellules petites et de deux dimensions; 3-5 très-petites contre les groupes fibreux, et entre elles 20-25 un peu plus fortes; épiderme supérieur à cellules bulliformes assez grandes, mais énormes à la plicature médiane (Pl. XXII, *fig.* 6), interrompu par six groupes fibreux hypodermiques, un au quart interne de chaque moitié du limbe, un gros à la plicature latérale, un autre à mi-distance de la marge, et les trois autres à la marge. Sur chaque côté du limbe, 15-20 larges canaux aérifères à tissu étoilé lâche, situés au-dessous du système vasculaire, séparés de l'épiderme par une assise de petites cellules incolores, et entre eux par 8-10 cellules de parenchyme et un faisceau (Pl. XXII, *fig*, 5-6). Faisceaux vasculaires de quatre ordres : un primaire très-grand à la plicature médiane et trois autres partageant chaque côté du limbe en quatre parties à peu près égales; les secondaires à mi-distance des primaires, séparés de la même manière par des tertiaires, et chacun dans un mur de séparation des canaux; les quaternaires, en ligne ondulée vers le milieu de l'épaisseur du limbe, au-dessus des canaux et tous enveloppés d'un manchon complet de cellules à chlorophylle. Entre ces cylindres verts et l'épiderme supérieur, deux assises de cellules incolores très-grandes (Pl. XXII, *fig.* 6).

---

Le *Cyperus longus* est très-répandu dans notre région méditerranéenne, remonte même la vallée du Rhône jusqu'à Lyon, et sur nos côtes de l'Ouest il s'avance jusqu'en Normandie. Tous les terrains et toutes les expositions paraissent lui convenir, mais non sans doute au même degré, et dès-lors, comme toute plante très-répandue, il est sujet à un grand nombre de variations.

Plusieurs espèces ont même été faites à ses dépens : les premiers l'ont été par Desfontaines, qui, *d'une forme appauvrie à épillets pâles,* fit son *C. pallescens* (*Fl. atl.* p. 45, tab. 9), et, d'une forme à épillets plus colorés et s'écartant à angle droit, son *C. badius* (*Fl. atl*, pag. 45, tab. 7, *fig.* 2[1]). Quelques botanistes ont adopté ces espèces ; d'autres y ont ajouté ; d'autres enfin ne les ont considérées que comme des variétés. M. Timbal-Lagrave a signalé une forme « *incompertus*», à anthèle très-réduite ; une autre, «*elongatas* », à longs rameaux (*Bull. Soc. bot. de Fr.*, III, pag. 330). On peut en signaler encore une autre qui croit abondamment sur les bords de l'Orb, de Sérieis à Cadillac (Hérault), et dont les chaumes, moins hauts, portent des épillets très-nombreux, longs de 50 à 60 millim., c'est-à-dire quatre ou cinq fois aussi longs que ceux du type.

Toutes ces modifications de l'anthèle changent, il est vrai, le faciès de la plante ; mais d'une part elles se retrouvent parallèles, non-seulement sur les espèces du même genre, mais sur d'autres Cypéracées. Ainsi, sur les *Scirpus maritimus, lacustris, palustris*, etc., sur les *Carex divisa, glauca, hirta*, etc., on retrouve toutes les modifications de rameaux réduits ou allongés, d'épillets courts ou très-longs ; et le parallélisme est si complet que les grands épillets sont, sur le *S. maritimus*, associés aux mêmes modifications que sur le *C. longus* : chaumes moins hauts et moins gros, avec angles plus obtus, feuilles moins larges, etc. Ainsi encore, le *Cyperus fuscus* se présente avec des épillets peu colorés (*C. virescens* Hoffm.), et le *C. rotundus* sous une forme « spiculis linearibus longissimis » (parallèle au *C. longus* des bords de l'Orb), dont on a fait le *C. comosus* Sibth. (*Fl. græc., prod.* I, pag. 248). Il faudrait, si l'on entrait dans cette voie, faire autant d'espèces qu'il y a de nuances dans les modifications qu'amènent les diverses influences[2].

D'autre part, sous ces faciès si divers qu'affecte le *C. longus*, il est impos-

[1] Si Desfontaines n'avait pas donné de bonnes figures de ses deux plantes, il serait d'autant plus difficile de les reconnaître aux descriptions, que l'auteur éloigne le *C. badius* du *C. longus* et place entre eux les *C. esculentus* et *fascicularis*, de même qu'il place le *C. rotundus* entre son *C. badius* et son *C. pallescens* ; en outre, il ne compare pas son *C. badius* au *C. longus*, mais au *C. tenuiflorus* Rottb. C'est le procédé que des auteurs moins sérieux que Desfontaines ont imité plus tard.

[2] Cf. J. Duval-Jouve ; *Variations parallèles des types congénères*, in *Bull. Soc. bot. de France*, tom. XII, pag. 196 et suiv.

sible de trouver aucune différence histotaxique, si légère qu'elle soit. Racines, rhizomes, chaumes et feuilles, tout conserve une structure identique et ne diffère que par les dimensions. Ajoutons que, des caractères extérieurs qui ont servi à créer ces espèces, « rameaux spicifères dressés ou insérés à »angle droit, anthèle lâche ou compacte, épillets colorés ou pâles, chaumes »à faces concaves et angles aigus ou à faces convexes et angles émoussés», etc., pas un ne persiste, et chacun se retrouve indifféremment sur les formes *longus* et *badius*, les plus prononcées, et quelquefois même sur un seul pied. J'ai rencontré à Arles des pieds de la forme dite *longus*[1] dont les chaumes, hauts de 1$^{m}$,80 avec des anthèles longues de 60 centim., avaient, comme ceux de certains *badius*, les faces convexes et les angles émoussés; et M. Aubouy m'a rapporté de Lodève des *badius* dont les chaumes avaient les faces planes et les angles aigus. Tout ce que j'ai pu remarquer de constant, c'est que la grande forme, à anthèle peu colorée, dite *longus* type, croît dans la vase grasse et dans l'eau, et la forme plus réduite, à anthèle plus compacte et plus brune, dite *badius*, dans les lieux maigres, humides pendant l'hiver et à sec pendant l'été; c'est ce qui la fait dominer en Algérie et dans beaucoup de nos localités méridionales. Dans les lieux très-ombragés, chaque forme se réduit au point de n'avoir plus que *deux épillets*, avec de grandes feuilles bractéales.

### d. Serotini.

C. SEROTINUS Rottb.; *Descr. et ic. rar.*, pag. 81 (1773).—*C. Monti* L. fil., *Suppl.*, pag. 108 (1781).

**Racine** grêle (1/3-3/4 mill.), rougeâtre. Zone corticale occupant les 5/6 du rayon; zonule externe à deux assises; zonule interne très-vite disloquée, ne conservant qu'en partie l'assise la plus interne et 7-8 lignes radiales. Cellules de l'assise-limite (environ 50) cylindriques, à parois non épaissies, à peine colorées. Un rang extérieur de 10-12 petits vaisseaux *appuyés contre*

---

[1] Ce nom de *longus* ne vient point, comme quelques botanistes semblent le croire, de la longueur des rameaux spicifères. Ce nom est antérieur à Linné et se rapporte à la forme du rhizome, par opposition à celle des tubercules du *C. rotundus;* ces deux espèces, un peu aromatiques, étaient vendues dans les officines sous ces deux noms, adoptés par les plus anciens auteurs et conservés par Linné.

*l'assise-limite* et ayant entre eux trois ou quatre cellules de l'assise rhizogène; quelques-uns sont à l'intérieur de cette dernière assise. Un seul gros vaisseau central (Pl. XIX, *fig.* 12).

**Rhizome** grêle (2 1/2-3$^{mm}$), longuement rampant, émettant des chaumes espacés et isolés. Zone corticale occupant presque les deux tiers du rayon; zonule externe à épiderme résistant, à 6-8 assises; zonule externe se disloquant très-vite et entièrement en lacunes très-grandes et irrégulières, de sorte que le cylindre central flotte dans la zonule externe. Assise-limite très-irrégulièrement sinueuse, à cellules très-inégales, cylindriques ou ovales, à parois peu épaissies un peu teintées de jaune. Vaisseaux disséminés plutôt qu'ordonnés en groupes déterminés. Vers la moitié du cylindre central, des masses irrégulières de prosenchyme coloré forment une ceinture très-irrégulièrement sinueuse autour de la masse considérable du parenchyme médullaire (Pl. XX, *fig.* 8 et 9).

**Chaume** s'élevant de 0$^{m}$,40 à 0$^{m}$,80, triquètre; à faces larges de 4-6$^{mm}$, lisses, un peu concaves; à angles presque aigus. Cellules de l'épiderme très-grandes, à parois minces. Sur chaque face, 12-15 groupes fibreux hypodermiques appuyés contre 2-3 cellules et séparés entre eux par 8-10. Trois (rarement 4-6) faisceaux quaternaires sont placés entre l'épiderme et de grands canaux à tissu étoilé (Pl. XXI, *fig.* 4). Un rang de secondaires est placé plus vers l'intérieur, chacun vis-à-vis un des groupes fibreux hypodermiques et dans le mur de séparation des canaux (Pl. XXI, *fig.* 4), et un autre rang de primaires tout contre le pourtour de ces canaux vers l'intérieur. Assise-limite complète sur les faisceaux quaternaires, réduite à la moitié externe sur les autres, dont le pôle interne est entouré de fibres à parois épaisses. Les faisceaux quaternaires ont un manchon de cellules à chlorophylle très-grandes vers l'extérieur, réduites et presque nulles vers l'intérieur contre les canaux à tissu étoilé; au pôle externe des primaires, deux ou trois cellules contiennent un peu de chlorophylle. Parenchyme médullaire à grandes cellules en cercle autour de quelques canaux, se disloquant souvent vers le centre (Pl. XXI, *fig.* 4).

**Feuille** longue de 0$^{m}$,35 à 0$^{m}$,70; large de 6-8$^{mm}$; limbe plié en V, à plicature médiane unique avec carène forte et aiguë, ayant son maximum

d'épaisseur vers le tiers à partir de la ligne médiane et s'amincissant ensuite jusqu'à la marge. Épiderme inférieur à cellules de deux dimensions; 10-12 assez grandes vis-à-vis des canaux aérifères ; 2-3 excessivement petites, recouvrant des groupes fibreux très-petits et égalant à peine la grosseur des autres cellules. Épiderme supérieur à cellules à peine plus grandes, avec la même disposition de petites cellules et de groupes fibreux ; sur la plicature, les cellules bulliformes n'ont pas ou ont à peine une grosseur double de celle des autres, et n'occupent que le dixième de l'épaisseur de la carène. Sur chaque moitié du limbe, 8-10 canaux aérifères très-grands, avec tissu étoilé très-régulier et assez dense (Pl. XXII, *fig.* 7). Faisceaux quaternaires disposés en deux lignes parallèles aux faces, et distribués au-dessous de chaque canal par 3-5 contre l'épiderme inférieur, au-dessus de chaque canal par 2-3, séparés de l'épiderme supérieur par une assise de grandes cellules incolores; un secondaire ou un primaire, en alternance, dans le mur de séparation des canaux. Le faisceau primaire de la carène est peu développé et en a 3-4 quaternaires au-dessous de lui. Cellules à chlorophylle disposées autour des faisceaux en manchon interrompu vers les canaux, c'est-à dire sur les côtés des primaires et des secondaires, et sur le pôle interne des quaternaires (Pl. XXII, *fig.* 7).

Parmi nos espèces, le *C. serotinus* est celle dont la feuille présente le moins de groupes fibreux hypodermiques et de parenchyme, avec une disposition de faisceaux qui lui est tout à fait propre.

### e. Junciformes.

CYPERUS DISTACHYOS All.[1], *Auct.*, pag. 48, tab. 2, *fig.* 5. — *C. junciformis* Cavan., *Icon.*, tom. III, pag. 2, tab. 204, *fig.* 1; Desf., *Fl. atl.*, tom. I, pag. 42, tab. 7, *fig.* 1.

**Racine** grêle (1/2$^{mm}$), rouge. Zone corticale occupant au moins les 5/6 du rayon ; zonule externe à 4-5 assises rougeâtres; zonule interne se disloquant bientôt, en ne conservant que 10-12 lignes radiales assez régulières et

---

[1] J'ai conservé le nom d'Allione, parce que je suis certain de l'identité de ma plante avec la sienne, ainsi qu'avec celle de Desfontaines, les ayant recueillies l'une et l'autre *in loco classico*. Je suis loin de nier la justesse de la réunion au *C. lævigatus* L., mais il ne m'a pas été donné d'opérer des coupes sur les formes de l'Orient.

une ou deux assises internes s'épaississant à peine et peu colorées. Cellules de l'assise-limite (environ 40) cylindriques, à peine épaissies, purpurines. 10-12 petits vaisseaux appuyés contre l'assise rhizogène, et 3-5 gros vaisseaux inégaux entre eux, groupés autour d'un espace central très-réduit et occupé par du parenchyme fibrifié (Pl. XIX, *fig.* 13-14).

**Rhizome** assez gros ($3^{mm}$) relativement à la grandeur de la plante, rouge, à entre-nœuds courts, émettant des chaumes rapprochés. Zone corticale occupant les deux tiers du rayon. Zonule externe ayant sous l'épiderme 30-50 groupes de petites cellules fibrifiées et colorées, séparées par 3-8 cellules à parois minces et d'un violet pâle, comme celles des six ou sept autres assises. Zonule interne assez persistante et ne se disloquant que par place, à parois minces. Cellules de l'assise-limite inégales, presque quadrangulaires, à parois épaissies à peu près également sur toutes les faces, et d'un violet noir. Deux rangs de groupes vasculaires irréguliers, entourés chacun d'une ceinture de fibres à parois épaisses, d'un jaune citron. Les cellules de l'assise rhizogène se fibrifient elles-mêmes ; celles du centre ont l'aspect médullaire (Pl. XX, *fig.* 10-11).

**Chaume** haut de 15 à 20 centimètres ; d'un diamètre de $2^{mm}$ environ, cylindrique ou un peu comprimé, lisse. Cellules épidermiques petites. Groupes fibreux hypodermiques très-petits, appuyés contre 2-3 cellules, très-nombreux (90-100), très-rapprochés et correspondant à autant de faisceaux tertiaires et quaternaires alternant en ligne périphérique un peu ondulée. Une dizaine de faisceaux secondaires forment un second rang intérieur peu régulier, et 12-15 faisceaux primaires sont disséminés dans tout le reste du parenchyme. Les petits faisceaux ont un manchon complet de cellules à chlorophylle ; ceux du second et du troisième rang n'en ont qu'une ligne à leur pôle externe. Dans le parenchyme lâche qui remplit tout l'intérieur, règnent 12-15 grands canaux aérifères ; au point du pourtour de chacun d'eux, le plus rapproché du centre, est un gros faisceau, situé de telle façon qu'il demeure orienté et que son pôle externe, couvert d'une ligne de cellules à chlorophylle, fasse un peu saillie dans le canal. Cette disposition est tout à fait propre à cette espèce (Pl. XXI, *fig.* 5 et 6).

**Feuille** longue de $0^{m},01$ à $0^{m},03$, presque cylindrique ; face inférieure

lisse, sans carène, occupant les deux tiers de la périphérie, à cellules épidermiques petites; face supérieure très-réduite, plane, à cellules bulliformes petites (Pl. XXII, *fig.* 8). Groupes fibreux hypodermiques très-petits, appuyés contre une ou deux cellules de l'épiderme inférieur et placés chacun vis-à-vis d'un faisceau vasculaire; il y en a deux ou trois petits à la face supérieure. Faisceaux de trois ordres ; 30-40 quaternaires et tertiaires alternant régulièrement et formant assez près de la périphérie une ceinture continue, puis 5–6 secondaires placés plus intérieurement. Cellules à chlorophylle disposées autour de tous les faisceaux. Parenchyme très-vaste et très-lâche, avec cinq ou six grands canaux.

Il est à remarquer que dans les feuilles de cette espèce, les plus gros faisceaux sont entièrement enveloppés de parenchyme, et n'occupent pas, par rapport aux canaux, la position qu'ils occupent dans les chaumes.

GALILEA MUCRONATA L. (sub: *Schœnus* [1]).

**Racine** forte (1-1 1/2$^{mm}$), d'un rouge noir. Zone corticale occupant les 2/3 du rayon; zonule externe à 5–6 assises à parois épaisses et rouges comme l'épiderme; zonule interne se disloquant assez régulièrement en une quinzaine de grandes lacunes séparées par des rayons de un ou deux rangs de cellules, et conservant cinq assises de ses cellules les plus internes, aplaties tangentiellement et dont les parois, colorées en pourpre foncé, ne s'épaississent que tard, mais alors tellement que leur cavité se réduit à un point noir (Pl. XIX, *fig.* 15 et 16). Cellules de l'assise-limite (environ 100) grandes, très-comprimées radialement, à parois colorées en jaune, très-épaissies, avec cavité linéaire ou cunéiforme. 25-30 petits vaisseaux contre l'assise rhizogène ; 8-12 vaisseaux plus gros, inégaux, disposés en cercle peu régulier autour de l'espace central, rempli, comme le reste du cylindre, par un parenchyme fibrifié à parois un peu épaisses. Les sections de cette racine sont d'une extrême élégance (Pl. XIX, *fig.* 15 et 16).

**Rhizome** rampant dans le sable à 1-2 décimètres de profondeur, un peu

---

[1] Sur la synonymie de cette plante, voir *Bull. Soc. bot. de France*, tom. XIX, pag. 344 et suiv.

grêle (2-3$^{mm}$), d'un beau jaune doré, rayé de pourpre et couvert de grandes feuilles-écailles rayées de pourpre. La surface des entre-nœuds, des écailles et de la base des feuilles sécrète une substance comme résineuse, un peu odorante et colorant les doigts en rouge. Les nœuds ordinaires sont espacés de 2-4 centimètres et à peine renflés ; mais aux points où naissent, soit des ramifications du rhizome, soit un faisceau de feuilles, soit un chaume, les nœuds sont presque contigus et le rhizome se renfle en tubercules. Après la floraison, la région du rhizome la plus ancienne et en arrière du chaume se flétrit vite, surtout si le sable est humide, se dessèche et se brise au moindre effort. Sa région nouvelle, qui doit, l'année suivante, produire un chaume à son extrémité, est alors longue de 1 ou de 2 décimètres ; et ainsi, les chaumes sont si espacés que chaque rhizome semble n'en produire qu'un seul.

Les renflements tuberculeux du rhizome sont très-prononcés, mais toujours recouverts par de grandes écailles ; c'est sans doute ce qui fait qu'on ne les a pas mentionnés, et qu'on a même dit : « Souche non tuberculeuse, émettant des stolons » (*Fl. Fr.*, III, pag. 361 [1]). Cette forme tuberculeuse est si naturelle et si essentielle sur cette plante, qu'elle s'y montre dès le premier âge et avec l'apparition des premières feuilles vertes. L'aspect de ces jeunes pieds mérite d'être signalé ; il est figuré Pl. XXII, *fig.* 12, et leur structure est encore plus digne d'attention.

Un de ces pieds venant de germer et n'ayant encore qu'une ou deux feuilles vertes, offre entre ces feuilles et le point où la graine est encore adhérente, une partie grêle (*c*) qui simule en sens inverse une continuation de la racine. A une hauteur de 1 à 4 centimètres, cette partie aboutit à un renflement (*d*) qui supporte à l'extérieur une très-large gaine rougeâtre, membraneuse, uninerviée avec un court acumen, et vers l'intérieur une ou deux feuilles (*f*) à limbe vert, à base colorée, insérées sur des nœuds presque contigus et qui se renflent à mesure que le nombre des feuilles augmente. De ce renflement naissent d'abord des racines, puis trois bourgeons

---

[1] Sur le caractère différentiel des rhizomes et des stolons, voir *Bull. Soc. bot. de France*, tom. XIX, pag. 175, et *Revue des sc. nat.*, tom. I, pag. 135 et suiv., Pl. V, *fig.* 12, et Pl. VI, *fig.* 22, 23 et 24.

qui se développent en rhizome. La structure de la racine-pivot est la même que celle des autres, décrite ci-dessus, p. 392. La partie grêle est souvent nue, souvent aussi elle donne naissance à une ou deux radicelles ; mais bientôt elle noircit, se dessèche et tombe, emportant avec elle les enveloppes de la graine et la racine principale. Une coupe transversale (Pl. XX, *fig.* 14) nous la montre composée d'une zone corticale et d'un cylindre central séparés par une assise-limite de grandes cellules absolument semblables à celles de l'assise-limite du rhizome. Dans la zone corticale, court un petit faisceau, isolé du cylindre central et entouré, comme ce cylindre, d'une ceinture-limite absolument semblable.

Cette partie grêle est celle que Mirbel a appelée *tigelle* et figurée sur un *Carex* en germination (*Él. phys. vég.*, Pl. LIX, *fig.* 5, *d*); c'est celle que M. Van Tieghem a décrite dans son Mémoire *Sur le cotylédon des Graminées* (*Ann. sc. nat.*, V[e] série, *Bot.*, tom. XV, pag. 268 et suiv.), et que ce savant observateur considère comme «une simple élongation du nœud» (pag. 269) amenant la séparation des deux parties d'une même feuille (le cotylédon), et éloignant la piléole (ligule) de l'écusson (limbe), qui reste engagé dans la graine. Et ce qui, pour M. Van Tieghem, démontre que ces deux parties si éloignées «font une seule et même feuille», est le petit faisceau libéro-vasculaire qui, isolé du cylindre central, chemine dans la zone corticale pour se rendre dans la gaîne piléolaire (pag. 269)[1].

Revenons à la description histotaxique d'un rhizome développé.

Zone corticale occupant à peu près la moitié du rayon; zonules peu distinctes et persistantes. Sous des cellules épidermiques épaissies et colorées à leur face externe, se trouvent vingt à trente groupes de fibres hypodermiques fortement colorées en pourpre brun; la face interne des cellules épidermiques superposées présente des renflements coniques (Pl. XXI, *fig.* 9). Assise-limite à cellules cylindriques, de grosseurs inégales, à parois épaissies et fortement colorées (Pl. XX, *fig.* 13, *a*), souvent ondulée ou même interrompue par le passage dans le tissu cortical de petits faisceaux fibro-vasculaires.

---

[1] Je reproduis ici l'opinion de M. Van Tieghem, parce que je lui attribue une autorité qui manque à la mienne, et que ce n'est pas ici le lieu d'exposer sur quels points je ne partage pas la manière de voir de ce savant observateur.

Contre cette assise s'appuient une vingtaine de groupes fibro-vasculaires dont chacun est entouré d'une ceinture de deux ou trois assises de tissu fibrifié semblables à parois épaisses et colorées ; un ou deux autres rangs de groupes s'étendent vers l'intérieur presque jusqu'au centre occupé par un parenchyme d'aspect médullaire. Chaque groupe vasculaire renferme de huit à douze vaisseaux inégaux, disposés en un cercle plus ou moins régulier et complet (Pl. XX, *fig.* 12-13).

**Chaume** haut de 15 à 25 cent., d'un diamètre de $3^{mm}$ environ, exactement cylindrique, avec stries longitudinales répondant aux lignes de stomates. Cellules épidermiques grandes, subrectangulaires, à face externe très-épaissie, avec cuticule très-épaisse. Groupes fibreux hypodermiques prononcés, appuyés contre 2-5 cellules, et s'avançant jusqu'à un faisceau vasculaire. Trois rangs assez réguliers de faisceaux; le plus rapproché de l'épiderme n'a que des faisceaux quaternaires non appuyés sur des groupes fibreux; le second, en alternance avec le premier, est composé de faisceaux secondaires appuyés sur des groupes fibreux et d'autant plus forts qu'ils sont plus éloignés de la périphérie. Enfin, au plus interne sont des faisceaux primaires très-développés ; ils n'ont de cellules à chlorophylle que sur la moitié externe de leur pourtour, tandis que les autres en ont un manchon complet. L'assise-limite est partout nettement marquée; les faisceaux primaires ont à leurs deux pôles du prosenchyme plus ou moins dense. Nulle trace de canaux aérifères. Région centrale sans faisceaux, occupée par un parenchyme lâche, d'aspect médullaire (Pl. XXI, *fig.* 7).

**Feuille** longue de $0^{m}$,15 à $0^{m}$.20; face inférieure semi-cylindrique, sans carène, striée ; face supérieure concave, en large canal arrondi vers la base, se rétrécissant progressivement et presque plane à la pointe, où la feuille devient presque cylindrique. Les cellules de l'épiderme inférieur sont grandes, quadrangulaires, très-épaissies à la paroi externe, disposées par trois en alternance assez régulière avec des stomates et de petites cellules à fond conique recouvrant les groupes fibreux hypodermiques ; celles de l'épiderme supérieur sont plus grandes encore, bulliformes, sans lignes de stomates. Groupes fibreux très-nombreux contre l'épiderme inférieur, un vis-à-vis de chaque faisceau excepté les faisceaux quaternaires ; nuls à la face supérieure

ou réduits à deux très-petits vers les marges. Faisceaux vasculaires et cellules à chlorophylle disposés comme sur le chaume (Pl. XXII, *fig.* 9, 10, 11). Sous l'épiderme de la face supérieure, un parenchyme très-lâche occupe la moitié de l'épaisseur totale. Point de canaux aérifères, si ce n'est sur la région engaînante et souterraine, où manquent les stomates et la chlorophylle, et où les fibres hypodermiques sont colorées en rouge.

La feuille ci-dessus décrite, et figurée Pl. XXII, *fig.* 10 et 11, est la plus haute d'un chaume fructifère; les premières feuilles d'une jeune plante sont semi-cylindriques, quelquefois même entièrement cylindriques, comme les feuilles adultes à leur pointe, en conservant toutefois à la face supérieure une bande longitudinale de cellules bulliformes (Pl. XXII, *fig.* 9).

## IV. Tableaux comparatifs des espèces.

### RACINES.

Les caractères des racines décrits ci-dessus permettent d'établir le tableau suivant :

| | | |
|---|---|---|
| 1 | Racine naissant d'un rhizome annuel | 2 |
| | Racine naissant d'un rhizome vivace | 3 |
| 2 | Tissus pâles — Assise-limite de 50 cellules environ | **Cyp. globosus.** |
| | Tissus pâles — Assise-limite de 30 cellules environ | **C. flavescens.** |
| | Tissus d'un pourpre foncé | **C. fuscus.** |
| 3 | Un seul gros vaisseau central | 4 |
| | Plusieurs gros vaisseaux | 5 |
| 4 | Cellules corticales les plus internes à parois rouges, épaissies | **C. vegetus.** |
| | Cellules corticales les plus internes à parois pâles, non épaissies | **C. serotinus.** |
| 5 | 3-5 gros vaisseaux | 6 |
| | 8-12 gros vaisseaux | 7 |
| 6 | Cellules de l'assise-limite cylindriques — Tissus pourpres | **C. distachyos.** |
| | Cellules de l'assise-limite cylindriques — Tissus pâles | **C. aureus.** |
| | Cellules de l'assise-limite aplaties tangentiellement | **C. rotundus.** |
| 7 | Cellules de l'assise-limite cylindriques | **C. longus.** |
| | Cellules de l'assise-limite très-comprimées radialement | **Gal. mucronata.** |

Comme on le voit par ce tableau, les caractères des racines répondent aux affinités et aux différences extérieures que présentent nos *Cyperus*. Les espèces tranchées et isolées se séparent à l'instant des autres, et, pour distinguer le *C. flavescens* du *C. globosus*, on ne trouve plus que des différences très-secondaires, comme celles que fournissent les caractères tirés des organes de reproduction.

## RHIZOMES.

Dans le tableau qui va suivre, et dont l'objet principal est la distinction des espèces au moyen d'un fragment de rhizome, j'éliminerai tout d'abord les rhizomes annuels, attendu qu'on n'est jamais exposé à rencontrer un tel rhizome isolé et sans parties aériennes, comme cela peut arriver pour les espèces vivaces.

| | | |
|---|---|---|
| 1 | Rhizome annuel, pour mémoire................. | **Cyp. globosus.** **C. flavescens.** **C. fuscus.** |
| | Rhizome vivace............................................. | **2** |
| 2 | Très-court, très-rameux, simulant un rhizome annuel | **C. vegetus.** |
| | Plus ou moins longuement rampant.............................. | **3** |
| 3 | Non renflé en tubercules....................................... | **4** |
| | Renflé en tubercules.......................................... | **6** |
| 4 | Grêle (3$^{mm}$); zone corticale se disloquant ........................ | **5** |
| | Gros (6-12$^{mm}$); zone corticale persistante............ | **C. longus.** |
| 5 | Vaisseaux non groupés, épars dans un tissu dense; moelle centrale vaste...................... | **C. serotinus.** |
| | Deux rangs de groupes vasculaires atteignant presque le centre.............................. | **C. distachyos.** |
| 6 | Filiforme — Tubercules de 7-8 entre-nœuds, à surface noire striée........................ | **C. rotundus.** |
| | Filiforme — Tubercule de 3 entre-nœuds, à surface jaune sans stries................. | **C. aureus.** |
| | Assez gros; zone corticale persistante... .......... | **Gal. mucronata.** |

On voit encore que les caractères des rhizomes répondent, comme ceux des racines, aux rapprochements fondés sur l'aspect général ou sur l'étude des organes reproducteurs.

## CHAUMES.

Après les caractères tirés de la forme de l'ensemble, selon que le chaume est cylindrique ou triquètre, les plus importants sont fournis par la présence ou l'absence de canaux aérifères contre la périphérie, et par la disposition de la chlorophylle; ce sont là des caractères de premier ordre.

| | | |
|---|---|---|
| 1 | Chaume plus ou moins triquètre.................................... | 2 |
| | Chaume ovale ou cylindrique........................................ | 9 |
| 2 | Faces très-inégales ; chaume à peine triquètre..................... | 3 |
| | Faces à peu près égales............................................ | 4 |
| 3 | Canaux aérifères périphériques très-petits ou nuls... | **Cyp. globosus.** |
| | Canaux aérifères périphériques prononcés.......... | **C. flavescens.** |
| 4 | Chlorophylle disposée autour des canaux............................ | 5 |
| | Chlorophylle en manchon autour des faisceaux....................... | 6 |
| 5 | Une seule assise de cellules à chlorophylle......... | **C. fuscus.** |
| | Plusieurs assises de cellules à chlorophylle......... | **C. vegetus.** |
| 6 | Grands canaux aérifères périphériques appuyés contre plusieurs petits faisceaux........................ | **C. serotinus.** |
| | Point de canaux aérifères contre la périphérie..................... | 7 |
| 7 | Faisceaux de 4 ordres ; canaux nombreux séparés par un seul rang de cellules........................ | **C. longus.** |
| | Faisceaux de 2-3 ordres; canaux rares séparés par plusieurs rangs de cellules...................................... | 8 |
| 8 | Au moins 6 gros faisceaux à chaque face........... | **C. rotundus.** |
| | 3 gros faisceaux à chaque face..................... | **C. aureus.** |
| 9 | Chaume lisse, un peu comprimé; canaux aérifères avec un faisceau au pourtour.................. | **C. distachyos.** |
| | Chaume strié, cylindrique ; point de canaux........ | **Gal. mucronata.** |

On voit par là que l'analyse histotaxique d'un fragment de chaume conduit avec sûreté, non-seulement à la distinction, mais à un groupement des espèces, séparant des autres les *Cyperus distachyos* et *Galilea mucronata*, etc., rapprochant les espèces annuelles, etc., tout comme le feraient l'aspect général et l'examen des organes reproducteurs.

Tel est le rapport (déjà signalé pag. 357) entre l'histotaxie des chaumes et celle des feuilles, que le présent tableau et le suivant sont identiques au fond, et que l'un pourrait suppléer à l'autre.

## FEUILLES.

Les feuilles des *Cyperus* offrent des différences très-nettes dans l'ensemble de leur forme comme dans la disposition de leurs tissus ; différences essentielles de groupe à groupe, mais bien moins considérables et même légères d'espèce à espèce dans le même groupe.

Le *Galilea mucronata* et le *Cyperus distachyos* se placent loin de tous les autres par leurs feuilles cylindriques ou semi-cylindriques *sans carène*, et le second se place tout aussi loin du premier par la distribution de son système vasculaire.

Les feuilles de nos espèces à limbe mince et aplati ont toutes une carène, sont pliées sur la ligne médiane et parcourues par des canaux aérifères ; mais la disposition des faisceaux et des cellules à chlorophylle les divise immédiatement en groupes très-naturels.

Le *C. serotinus* se sépare de suite et à grande distance par la disposition de ses faisceaux en deux lignes, l'une en dessus, l'autre en dessous des canaux, tandis que sur les autres espèces les faisceaux sont disposés en une seule ligne placée au-dessous des canaux dans le groupe des *flavescentes*, et en dessus dans le groupe des *rotundi* et des *longi*. Dans ce dernier groupe, les canaux à air se trouvant ainsi entre l'épiderme inférieur et les cellules à chlorophylle, il en résulte la couleur blanche de la face inférieure des feuilles.

Sur toutes les espèces ci-dessus mentionnées, les cellules en palissade contenant la chlorophylle sont disposées en manchon autour des faisceaux, qui sont nombreux, et placées en dessus ou en dessous des canaux ; mais sur le *C. fuscus* et sur le *C. vegetus*, les cellules à chlorophylle constituent un tissu lacuneux réparti au pourtour des canaux, et il n'y a qu'un seul faisceau entre deux canaux, lequel faisceau est entouré de cellules incolores : disposition qu'on retrouve sur les feuilles de la plupart de nos *Carex*.

Mais ce qui est digne de remarque, c'est que ces différences correspondent exactement aux caractères différentiels fournis par les organes de reproduction. Ainsi, le *C. serotinus* est, de nos espèces à limbe plat, le seul qui n'ait que deux stigmates avec l'achane comprimé *transversalement* (tangentiellement); les *C. globosus* et *flavescens*, qui sont également à deux stigmates, ont l'achane comprimé *latéralement* (radialement [1]); les autres espèces sont à trois stigmates, mais le *C. vegetus* n'a qu'une étamine.

On trouve dans cette concordance la confirmation réciproque de la valeur des caractères tirés, soit de l'histotaxie, soit des organes de reproduction. Ainsi, les uns peuvent suppléer aux autres s'ils viennent à manquer, et on peut, par la simple section d'une feuille, arriver à la distinction des espèces, comme le montre le tableau suivant :

| | | |
|---|---|---|
| 1 | Feuille à limbe plat, avec plicature médiane | 2 |
| | Feuille cylindrique ou semi-cylindrique, sans plicature médiane | 9 |
| 2 | Carène saillante | 4 |
| | Carène non saillante ; canaux au-dessus des faisceaux | 3 |
| 3 | Canaux assez grands au-dessus des faisceaux | **Cyp. globosus.** |
| | Canaux très-réduits presque entre les faisceaux | **C. flavescens.** |
| 4 | Chlorophylle au pourtour des canaux | 5 |
| | Chlorophylle en manchon autour des faisceaux | 6 |
| 5 | Plicatures latérales | **C. fuscus.** |
| | Point de plicatures latérales | **C. vegetus.** |

[1] Les achanes des *Cyperus* à deux stigmates sont comprimés lenticulaires ; l'achane comprimé *latéralement* (dans le sens radial) «Achenium latéribus compressum», a un de ses *côtés* appliqué contre le rachis de l'épillet (*fig.* 2, A) ; l'achane comprimé *transversalement* (dans le sens tangentiel) « Achenium rhacheolæ parallele compressum » (Kunth, *Agrost.*, II, p. 3 et 17), a une de ses *faces* appliquée contre le rachis (*fig.* 2, B).

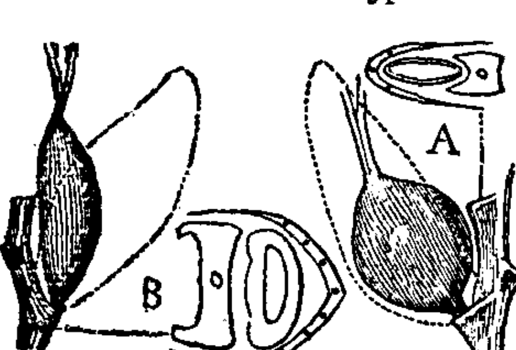



FIG. 2. A. *Cyperus flavescens* dont l'achane est comprimé radialement; B. *C. serotinus* dont l'achane est comprimé tangentiellement.

Il est facile de reconnaître quelle était la position d'un achane lenticulaire que l'on rencontre isolé, attendu que ceux qui ont un côté contre le rachis ont ce côté moins développé que l'autre et ne sont pas symétriques (*fig.* 2, A), tandis que les autres ont leurs côtés symétriques, mais la face appliquée contre le rachis est moins convexe que l'autre (*fig.* 2, B).

6 { Canaux entre deux rangs de faisceaux. . . . . . . . . . . . . **C. serotinus.**
Canaux en dessous des faisceaux. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . **7**

7 { Cylindres verts contigus à l'épiderme. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . **8**
Cylindres verts séparés de l'épiderme par du parenchyme incolore. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . **C. longus.**

8 { Cellules incolores contre les groupes fibreux. . . . . . . . **C. rotundus.**
Point de cellules incolores contre les groupes fibreux. **C. aureus.**

9 { Jonciforme, lisse, avec canaux aérifères. . . . . . . . . . . . **C. distachyos.**
Semi-cylindrique, canaliculée, striée, sans canaux aérifères. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . **Gal. mucronata.**

## V. Conclusion.

Si les comparaisons qui précèdent nous conduisaient seulement à cette conclusion, indiquée au début, que, avec un fragment quelconque, on peut déterminer un *Cyperus,* ce résultat, malgré son utilité pratique, n'aurait à mes yeux qu'une médiocre importance.

Mais ces comparaisons, faites sur toutes les parties de plusieurs espèces et de plusieurs genres différents, confirment et font mieux comprendre certaines vérités plus générales et d'une autre portée.

Constatons d'abord qu'elles nous donnent ce résultat négatif que (à l'exception des cellules épidermiques à face interne conique) aucune partie ne présente une histotaxie particulière au genre *Cyperus,* ni même à la famille des Cypéracées.

Nous avons vu en effet, sur les feuilles des *C. fuscus* et *vegetus,* que la disposition des faisceaux et des cellules à chlorophylle s'éloigne de celle de nos autres espèces et reproduit celle que présentent dans leur ensemble les feuilles de la plupart de nos *Carex* et de quelques Graminées aquatiques[1]; et, d'un autre côté, on constate dans les feuilles de certaines Graminées[2] la disposition que les faisceaux et les cellules à chlorophylle affectent chez quelques autres *Cyperus.*

---

[1] *Glyceria fluitans, spectabilis,* etc.

[2] *Setaria glauca* L.; *Panicum crus galli* L; *Andropogon Ischæmum* L.

Enfin, les racines des *Cyperus globosus*, *flavescens*, *fuscus*, *vegetus* et *serotinus* ont l'assise rhizogène interrompue par des vaisseaux qui touchent directement l'assise-limite ; caractère que l'on avait cru n'exister que chez les Graminées (*Ann. sc. nat.*, Ve série, *Bot.*, tom. XVIII, pag. 140-145), mais chez toutes les Graminées, tandis qu'il manque sur de nombreuses espèces de cette famille[1]. De là: 1° cette conclusion que, entre espèces congénères, ayant des organes de reproduction semblables, il peut y avoir diversité dans les détails histotaxiques des grandes parties, et réciproquement ressemblance dans l'histotaxie avec différences dans les organes reproducteurs; 2° cette conséquence (applicable aux recherches de paléontologie végétale), qu'il y a prudence à ne point attribuer à tout un genre, à plus forte raison à toute une famille, les caractères histotaxiques observés sur quelques espèces. Mais en même temps, sous les plus grandes différences dans la forme extérieure, dans les organes reproducteurs et dans les détails d'histotaxie, subsistent la forme et la disposition générales du système vasculaire dans les racines, les rhizomes, les chaumes et les feuilles de ces monocotylédones. Là seulement est le caractère commun.

L'étude anatomique des *Cyperus*, de plusieurs espèces de *Scirpus*, de *Carex*[2] et de Graminées nous montre ensuite que, dans leurs diverses

---

[1] J'ai bien retrouvé sur les *Triticum sativum*, *Secale cereale*, et *Zea Mays*, sur le *Cyperus longus* (et sur d'autres), ainsi que sur le *Carex brizoïdes*, les éléments vasculaires disposés comme M. Van Tieghem les a décrits et figurés (*o. c.*, p. 140 et suiv.; pl. VI, *fig.* 29, 30, 32); mais, de même que j'ai constaté chez des Cypéracées la disposition attribuée aux seules Graminées, j'ai rencontré sur de nombreuses Graminées celle qui leur était refusée, et attribuée aux autres monocotylédones. Ce n'est point ici le lieu d'exposer ces faits avec détail, et ce sera le sujet d'un autre travail.

[2] Je n'ai comparé aux sections des *Cyperus* que celles des *Carex* suivants :

| | | |
|---|---|---|
| Carex divisa Huds. | Carex glauca Scop. | Carex humilis Leyss. |
| — disticha Huds. | — maxima Scop. | — frigida All. |
| — brizoïdes L. | — pallescens L. | — hordeistichos Vill. |
| — arenaria L. | — panicea L. | — distans L. |
| — vulpina L. | — nitida Host. | — extensa Good. |
| — muricata L. | — hispida Willd. | — punctata Gaud. |
| — divulsa Good. | — præcox Jacq. | — vesicaria L. |
| — echinata Murr. | — tomentosa L. | — paludosa Good. |
| — Linckii Schk. | — Halleriana Asso. | — riparia Curt. |
| — stricta Good. | — œdipostyla J. Duv.-J. | — hirta L. |

parties, une organisation ne succède point à une autre brusquement, mais que tout est soumis à la puissante loi de transition. Le rhizome garde encore les principaux traits de la structure de la racine, et ses feuilles-écailles sont déjà une ébauche des feuilles aériennes. Le chaume ne prend que progressivement les caractères à lui propres, et conserve vers sa base ceux du rhizome d'où il s'élève, en ce qu'il n'y élabore point la chlorophylle, que des assises cellulaires hypodermiques, vestiges de la zone corticale, y éloignent de l'épiderme les faisceaux fibro-vasculaires, et que ceux-ci n'y ont point encore toute la symétrie qui les rendra bientôt semblables à ceux des feuilles. Sur une seule feuille on peut suivre les mêmes transitions; et celles du *Galilea mucronata* présentent, dans leur partie blanche qu'entoure un sable humide, des lacunes qui diminuent d'abord, puis disparaissent à l'air libre, à mesure que se montrent les stomates et la chlorophylle. Entre les feuilles basilaires et les glumes protectrices des organes de reproduction, les feuilles bractéales de plus en plus réduites, puis les ocréa et enfin les glumes stériles de la base de chaque épillet, continuent la série des transitions dans les formes extérieures comme dans la structure intime. La constatation d'un rhizome sur les espèces annuelles de Cypéracées et de Graminées nous fait voir que cette transition se rencontre même là où elle semblait manquer.

Les variations que le *Cyp. longus* subit dans le développement et la forme de ses extrémités avec l'identité persistante de la structure intime, sont très-précieuses à constater et très-instructives. Elles nous montrent que, dans les modifications qu'impose à l'espèce le changement des conditions, tout se fait par gradation et par nuances, comme dans le développement et la succession des parties d'un individu. Ces modifications n'atteignent d'abord que l'extérieur et les parties extrêmes, la structure essentielle demeurant longtemps la même, se modifiant probablement à la longue, et ne se fixant dans ses écarts qu'après de longues et peut-être incalculables séries de siècles[1]. Avec le changement des circonstances, ou,

[1] Remarquons, en passant, qu'il en est de même dans la série animale; des modifications de la surface et des extrémités deviennent si considérables qu'elles changent complètement l'aspect général, sans que pourtant il y ait dans la structure intime et dans la distribution générale des parties du corps des modifications correspondantes.

comme on dit, des milieux, la transformation se fait peu à peu et ne peut demeurer compatible avec la vie que si elle est très-faible. D'autre part, les modifications qui l'amènent ne sont possibles que sur des plantes très-répandues et capables de continuer à vivre dans des conditions différentes.

Ces quelques modifications peuvent être par certains naturalistes tenues pour des espèces, et n'être aux yeux de certains autres que des modifications d'un type flexible, sans que pour cela il y ait contradiction ou opposition entre ces opinions en apparence si diverses. Les uns et les autres constatent en effet les mêmes différences, seulement ils les interprètent autrement. Mais la constatation des différences et de leur degré est l'essentiel, et, à ce point de vue, les travaux botaniques les plus favorables au solide établissement et à la confirmation de la doctrine transformiste, sont sans contredit les très-estimables travaux de M. Jordan et de son école. Ils ont été faits en vue d'un principe absolument opposé à cette doctrine; mais cette minutieuse et consciencieuse recherche des plus minimes différences que peuvent présenter les individus dont la réunion constitue certains types spécifiques, montre merveilleusement les modifications que subissent et peuvent subir ces types, et cela jusqu'à un point où le transformisme ne se serait peut-être pas, quoiqu'à tort, donné la peine de les rechercher. — De ces différences, on a eu tort, dira-t-on, de faire des espèces. — Soit; mais la constatation et la classification des caractères de ces prétendues espèces servent à mieux faire reconnaître les degrés de leur descendance et de leur divergence. On a constaté que ces caractères sont durables, ou du moins qu'ils persistent dans des cultures d'une durée très-grande pour la vie humaine, en réalité trop courte pour être appréciée dans le temps. Mais après tout il faut bien que cela soit, et que le résultat d'influences longtemps répétées dans un même sens soit proportionnellement durable; c'est même là le principe fondamental de toute doctrine transformiste. Et, si la vérité d'une hypothèse se reconnaît à ce fait que chaque progrès de la science la confirme, la vérité de la théorie du transformisme se manifeste par l'appui et la confirmation qu'elle trouve dans les travaux de l'école qui la combat.

Bien qu'elles ne portent que sur un nombre d'espèces très-restreint, les comparaisons histotaxiques qui précèdent font voir encore que certaines

espèces, par leur organisation intime comme par les caractères extérieurs de toutes leurs parties, constituent des groupes où tout est si voisin et si ressemblant, qu'il devient évident qu'il y a eu dans l'origine un point de départ commun ; sans qu'il soit encore possible d'affirmer si une des espèces est une descendance de l'autre, ce qui est peu probable, ou si, ce qui l'est davantage, le type premier a disparu en subissant des modifications d'écart. Il est difficile de nier la parenté originelle du *Galilea mucronata* (*Cyp. schœnoïdes*) et du *C. effusus* Rottb. d'Algérie, du *C. flavescens* et du *C. globosus*, du *C. rotundus*, et du *C. esculentus* ou *aureus*. A côté se trouvent des types isolés, au moins dans nos contrées: *C. vegetus*, *C. serotinus*, *C. distachyos*[1], *C. fuscus*, *C. longus*. Ces deux derniers subissent en ce moment des modifications encore trop faibles et trop peu persistantes pour aboutir à se spécifier réellement, assez marquées toutefois pour que des botanistes sérieux en aient fait des espèces (*C. virescens* Hoffm., *badius* Desf., *pallescens* Desf., etc.).

Mais le *C. longus* est une plante terrestre et qui ne demande que de l'humidité dans le sol ; aussi ses variations sont-elles en parfait accord avec le plus ou le moins d'humidité et se réduisent-elles à du plus ou du moins dans la taille et la couleur.

Il en est tout autrement pour une autre Cypéracée de nos contrées, le *Scirpus lacustris*, plante des eaux dormantes ou courantes. Dans les eaux tranquilles et peu profondes des rives d'un étang ou d'un lac, les chaumes sont grands, l'anthèle bien fournie, et les feuilles basilaires se réduisent à deux ou trois gaînes squamiformes, dont la supérieure est quelquefois prolongée en un acumen subulé et un peu canaliculé. Dans les eaux courantes, ces feuilles ne restent plus rudimentaires, mais, augmentant en nombre et en dimension, elles prennent un limbe plat, fluitant, atteignant ou dépassant 2 mètres de long. Alors, soit par suite de la solidarité des parties qui fait que l'une ne peut changer sans entraîner des modifications corrélatives

---

[1] Je ne possède pas assez d'échantillons pour me prononcer sur la réunion du *C. distachyos* All. au *C. lævigatus* L. opérée par Kunth, *Enum.*, pl. II, pag. 17 et par M. Cosson, *Fl. Alg.*, pag. 250; je n'ai pu les comparer histotaxiquement. Mais si cette réunion est fondée, ce type est un des plus beaux exemples des variations que peut, sous nos yeux, subir une espèce.

dans les autres, soit parce que le développement excessif des feuilles et des rhizomes soustrait l'élément nutritif aux parties supérieures, alors, dis-je, le chaume se réduit, ne supporte plus qu'une petite anthèle, avec organes reproducteurs abortifs, et même, dans les eaux profondes, il disparaît tout à fait; la plante ne produit plus que de gros fascicules de feuilles flùitantes [1] et ne se propage que par ses rhizomes. Dans ces derniers cas, l'épiderme des deux faces de ces longues feuilles vertes est composé de petites cellules sans stomates. Mais, si les rhizomes de ce *Scirpus* se trouvent à sec, alors ils produisent des feuilles toutes différentes, non plus plates et molles, mais dressées, fermes, semi-cylindriques et canaliculées [2]. A chacune des faces est un épiderme propre, comme aux feuilles aériennes des autres Cypéracées : composé à la face supérieure de cellules bulliformes sans stomates, à l'autre face de cellules petites avec des lignes régulières de stomates, comme sur les chaumes. Mais dans tous les cas la structure des racines et des rhizomes demeure identique, ainsi que celle des chaumes, si réduits qu'ils soient ; dans les feuilles, les faisceaux fibro-vasculaires conservent aussi leur forme et leur position relative, et les changements si considérables que subissent ces parties n'affectent que la dimension et la

---

[1] Scheuchzer a décrit avec une parfaite exactitude ces longues feuilles flùitantes (*Agrost.*, pag. 354 et 355). MM. Cosson et Germain de Saint-Pierre, dans leur *Flore des env. de Paris*, 1845, ont signalé cette forme comme sous-variété «fluitans». M. Ch. Des Moulins, qui avait mentionné ces feuilles «rubanaires», en 1849, dans les *Actes de l'Acad. des sc., lettr. et arts de Bordeaux*, en a fait, dans le *Suppl. final au Catal. pl. Dordogne*, pag. 307, 1859, le sujet d'une nouvelle note très-intéressante, où à juste titre il refuse à cette forme la qualité de *variété* et même de *sous-variété*, pour ne lui donner que celle de «forme *è loco*». Elle abonde à Strasbourg (Kirschleger, *Flora*, 1856 ; *Bull. Soc. bot. de France*, III, pag. 542; *Fl. Als.*, II. pag. 612), et aux environs de Montpellier, dans le Lez et dans la Mosson.

[2] M. Durieu de Maisonneuve a d'abord signalé (*Bull. Soc. bot. de France*, IV, pag. 150) et M. Ch. Des Moulins a très-bien décrit cette forme «à feuilles AÉRIENNES, *dressées*, *fermes*, *canaliculées* et formées de tissu spongieux comme les tiges fructifères» (*Suppl. final au Catal. pl. Dordogne*, pag. 311). Elle est assez fréquente aux bords de la Mosson, près du pont de Villeneuve-lès-Maguelone, et aux bords du Lez, à Castelnau et à la Valette. Les feuilles s'élèvent jusqu'à $0^m,80$ de hauteur. La partie antérieure de leur gaîne est membraneuse, pellucide, d'une minceur et d'une fragilité extrêmes ; une ligule très-délicate se détache en lame de $3\text{-}4^{mm}$ arrondie ou un peu ovale allongée. Le limbe, arrondi à la face dorsale, concave à la face appliquée contre le chaume, diminue régulièrement de largeur, de la base à la pointe.

surface[1]. Mais il est facile de comprendre que, si l'influence extérieure est assez longue et en même temps assez énergique, les modifications qu'elle amène devront, de proche en proche, passer de l'extérieur et des extrémités aux éléments essentiels de la constitution, et aboutir ainsi à un type très-différent du premier.

La modification de l'épiderme et le développement des stomates, répondant au besoin de la plante vivant à l'air libre, nous montrent une parfaite harmonie entre la fonction et l'organe, et de plus nous font voir avec évidence que cette harmonie se constitue sous l'influence du milieu et avec le besoin de la fonction. D'autres conditions de milieu imposent à l'individu de nouvelles fonctions: il périt si ses organes ne s'y adaptent pas, il continue à vivre si ses organes sont assez flexibles pour se modifier et adapter les formes de leurs éléments au besoin nouveau. Loin que ce soit la forme de l'organe qui, préétablie *ab initio* pour une fonction, amène cette fonction, c'est au contraire la fonction qui détermine et amène la forme de l'organe. Tout paraît provenir, dans l'être organisé, non de lois absolues et préétablies en dehors de lui, mais de tendances à continuer à vivre en se mettant en harmonie avec les circonstances.

Maintenant ces formes nouvelles, déterminées par le besoin de la fonction, disparaîtront-elles tout entières avec l'individu et sans qu'il en reste la moindre trace à ses descendants? la loi de l'hérédité subira-t-elle une exception unique pour ces caractères acquis? Cela semble bien improbable, et cependant il faudrait l'admettre pour avoir le droit de repousser ce qu'on appelle l'hypothèse du transformisme. Il faudrait faire une contre-hypothèse qui fût la négation des lois ordinaires de l'hérédité, pour refuser à certains caractères acquis par adaptation le droit d'être transmissibles. Nous voyons au contraire par l'expérience que ces modifications se transmettent dans nos cultures: faibles d'abord comme la durée de l'influence, et promptes à disparaître si l'influence cesse; fortes, durables et progressives si l'influence

---

[1] M. Godron a signalé diverses variations qui affectent les organes reproducteurs de cette espèce et dont une avait servi à établir le *Sc. Tabernæmontani* Gmel. *Bad.*, pag. 101. Ce savant botaniste fait avec raison remarquer que les mêmes variations se retrouvent parallèlement sur le *Sc. maritimus* L. (*Fl. Lorr.*, 2me édit., pag. 345 et 343).

a été forte, durable et progressive[1]. Et il est permis d'en conclure que les types nouveaux amenés par certaines conditions ont une persistance au moins égale à la durée des conditions géologiques qui en ont déterminé l'apparition.

Ainsi :

D'une part, la constatation de modifications dans les tissus d'un organe ;

De l'autre, celle de la persistance et de la transmission des caractères acquis,

Nous permettent de comprendre comment ces modifications peuvent,

Avec l'*énergie des circonstances*, s'étendre à toutes les parties de l'organisme,

Et, avec la *persistance des mêmes conditions*, se fixer et aboutir à ce que nous tenons pour espèces différentes,

Espèces distinctes, aussi bien par leurs caractères anatomiques que par leur forme extérieure, des types dont elles se sont écartées,

Par *développement* si les conditions ont été favorables,

Par *réduction* dans le cas contraire.

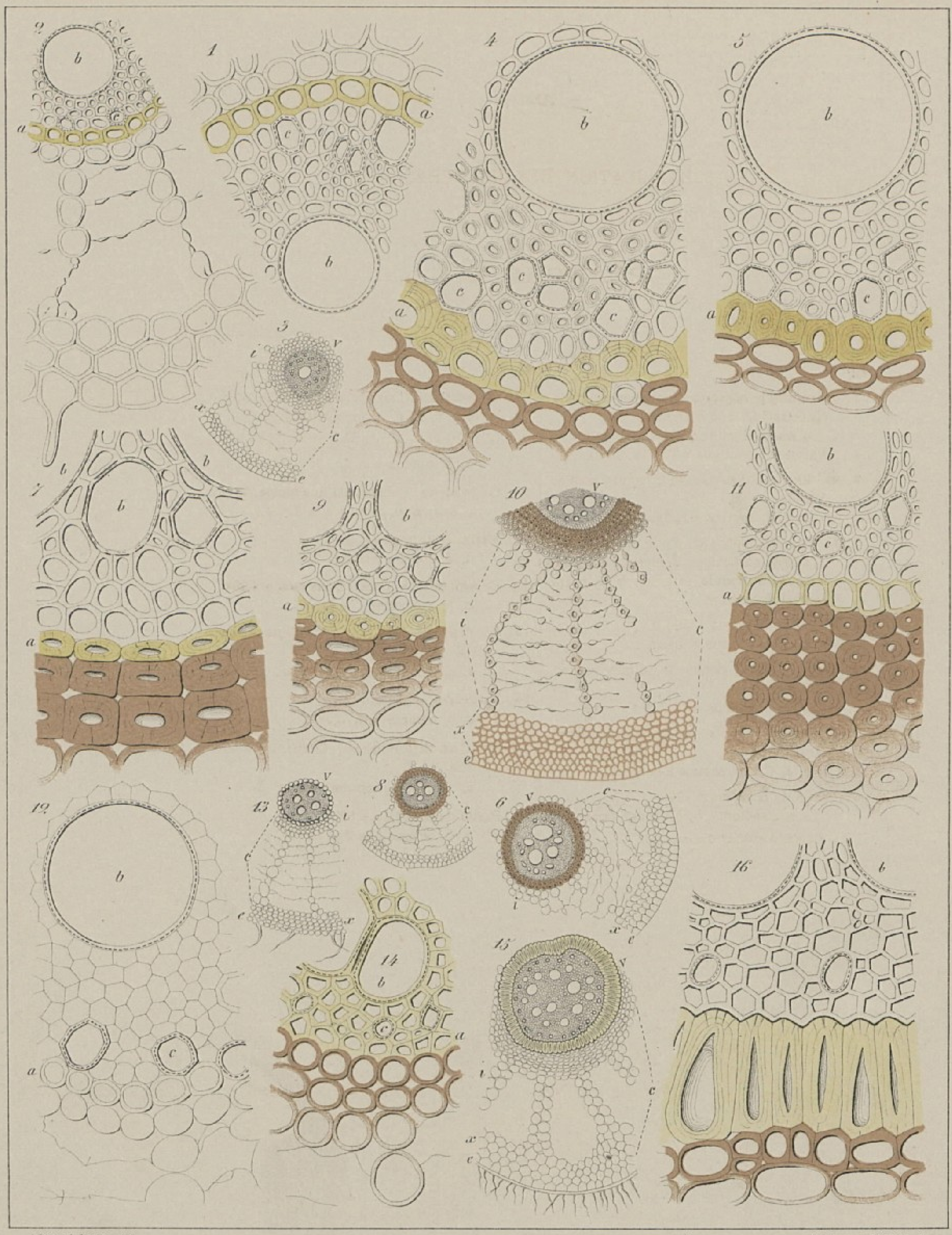
Mais nulle transformation ne se fait subitement, et dans le monde organique tout marche par gradation et par nuances.

Il en est de même dans le monde intellectuel. Les idées et la science, pour se former et se transformer, ont aussi besoin du temps et subissent les influences du milieu. La substitution des principes nouveaux aux anciennes hypothèses est retardée par la loi d'hérédité ; elle est soumise, comme tout le reste, dans sa lutte pour l'existence, aux conditions de la durée et de l'énergie de l'action. C'est pourquoi nous devons tous colliger les faits qui confirment et éclairent les principes de la science moderne, jusqu'au jour où elle sera assez forte pour dominer les croyances à la conservation desquelles on consacre tant d'efforts d'un autre côté.

Montpellier, le 15 mars 1874.

---

[1] Sur la persistance des variations dans la culture des types linnéens, voir Jordan; *Mém. sur l'Ægilops triticoïdes*, pag. 39 et suiv.



J. Duval-Jouve, del. Lith. Boehm & Fils, Montpellier.

RACINES.

EXPLICATION DES PLANCHES.

# PLANCHE XIX

## Racines

Fig.

1. **Cyperus globosus**. Coupe transversale d'une racine. 500 diamètres.
*a* Assise-limite; *b* Vaisseau central: *c* Vaisseaux contigus à l'assise-limite.

2. **C. flavescens.** Coupe tr. d'une racine. 500 d.
*a*, *b*, *c*, comme à la figure 1.

3. **C. fuscus.** Coupe tr. d'une racine. 50 d.
*c* Zone corticale; *e* Épiderme; *i* Zonule interne ; *x* Zonule externe ; *v* Cylindre central vasculaire.

4. Partie de la même à 500 d.
*a*, *b*, *c*, comme à la fig. 1.

5. **C. vegetus**. Coupe tr. d'une racine. 500 d.
*a*, *b*, *c*, comme à la fig. 1.

6. **C. rotundus**. Coupe tr. d'une racine. 50 d.
*c*, *e*, *i*, *x*, *v*, comme à la fig. 3.

7. Partie de la même à 500 d.
*a* Assise-limite; *b*, *b* Grands vaisseaux disposés autour du centre.

Fig.

8. **C. aureus**. Coupe tr. d'une racine. 50 d.
*c*, *e*, *i*, *x*, *v*, comme à la fig. 3.

9. Partie de la même à 500 d.
*a*, *b*, comme à la fig. 7.

10. **C. longus**. Coupe tr. d'une racine. 50 d.
*c*, *e*, *i*, *x*, *v*, comme à la fig. 3.

11. Partie de la même à 500 d.
*a*, *b*, comme à la fig. 7.

12. **C. serotinus**. Coupe d'une racine. 500 d.
*a*, *b*, *c*, comme à la fig. 1.

13. **C. distachyos**. Coupe tr. d'une racine. 50 d.
*c*, *e*, *i*, *x*, *v*, comme à la fig. 3.

14. Partie de la même à 500 d.
*a*, *b*, comme à la fig. 7.

15. **Galilea mucronata**. Coupe tr. d'une racine. 50 d.
*c*, *e*, *i*, *x*, *v*, comme à la fig. 3.

16. Partie de la même à 500 d.
*a*, *b*, comme à la fig. 7.

# PLANCHE XX

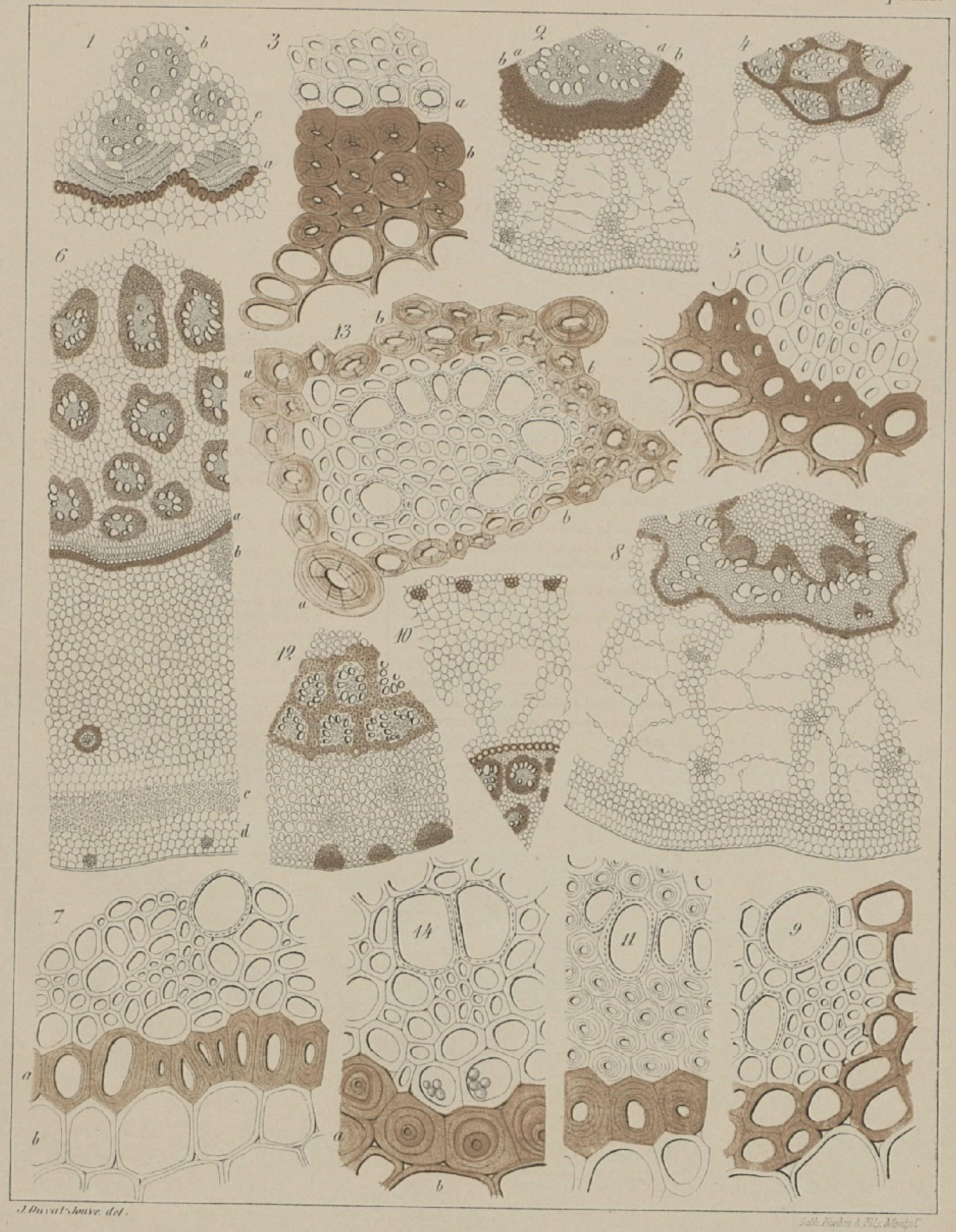
## Rhizomes

Fig.

1. **Cyperus fuscus**. Coupe transversale du rhizome. 120 diamètres.
   *a* Assise-limite; *b* Groupes fibro-vasculaires; *c* Vaisseaux infléchis se rendant aux racines.
2. **C. rotundus**. Coupe tr. du rhizome. 50 d.
   *a* Assise-limite; *b* Cellules internes de la zone corticale.
3. Partie de la même à 500 d.
   *a* Assise-limite; *b* Cellules internes de la zone corticale.
4. **C. aureus**. Coupe tr. du rhizome. 50 d.
5. Partie de la même à 500 d.
6. **C. longus**. Coupe tr. du rhizome. 50 d.
   *a* Assise-limite; *b* Cellules internes de la zone corticale, à parois très-épaissies avec l'âge; *c* Cellules internes de la zonule externe; *d* Cellules externes de la même.

Fig.

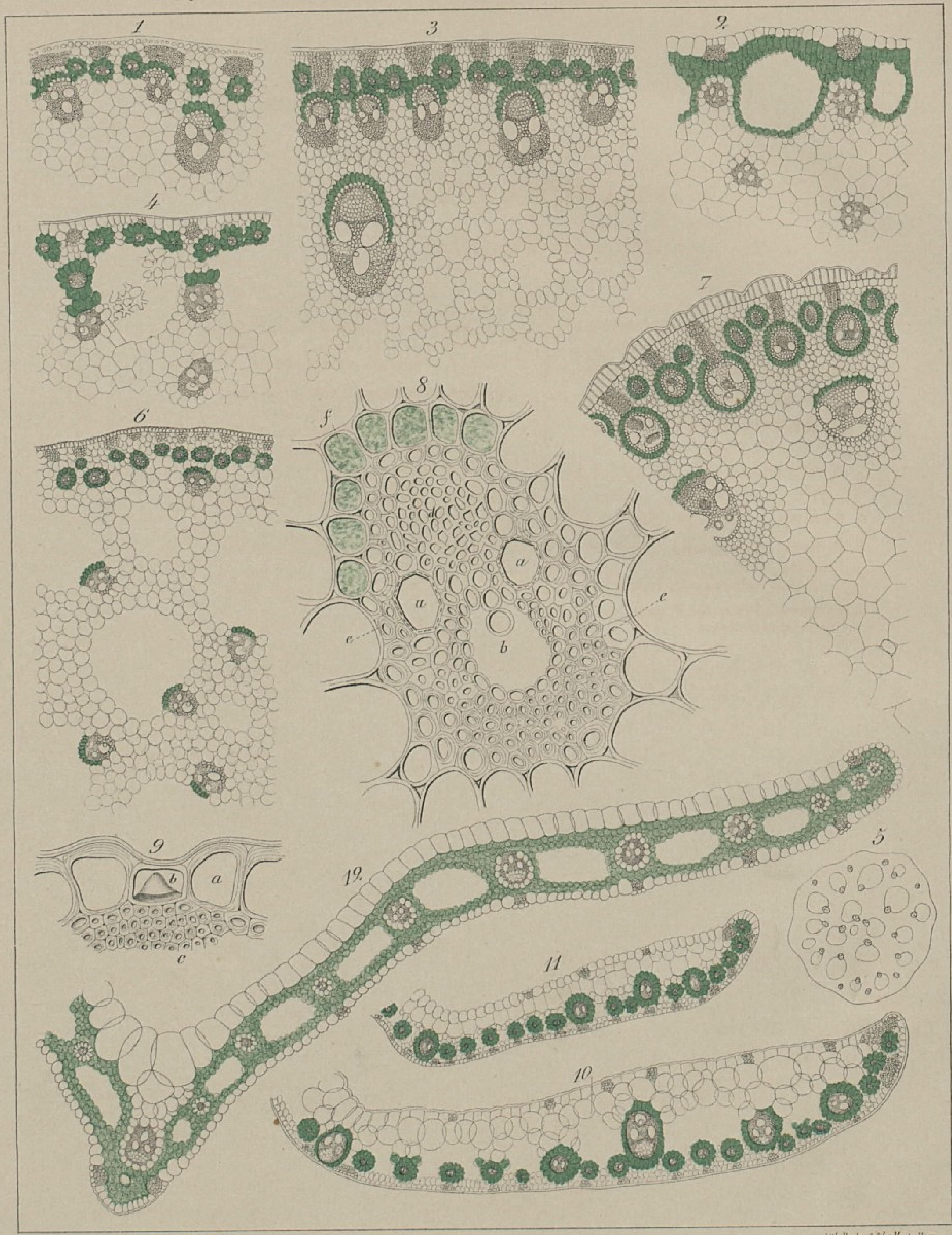
7. Partie du même rhizome jeune. 500 d.
   *a* Assise-limite; *b* Cellules internes de la zone corticale non encore épaissie.
8. **C. serotinus**. Coupe tr. du rhizome. 50 d.
9. Partie de la même à 500 d.
10. **C. distachyos**. Coupe tr. du rhizome. 50 d.
11. Partie de la même à 500 d.
12. **Galilea mucronata**. Coupe tr. du rhizome. 50 d.
13. Partie de la même à 500 d.
    *a* Assise-limite; *b* Limite d'un groupe fibro-vasculaire.
14. Coupe tr. à 500 d. du premier entre-nœud du rhizome de la même plante après la germination.
    La plante entière est représentée Pl. XXII, fig. 12.




J. Duval-Jouve, del.

Lith. Boehm & Fils, Montpl.

RHIZOMES.




J. Duval-Jouve del.

lith. Boehm & Fils Montpellier.

CHAUMES & FEUILLES

# PLANCHE XXI

## Chaumes-Feuilles

Fig.

1. **Cyperus globosus.** Coupe transversale du chaume. 50 diamètres.

2. **C. fuscus.** Coupe tr. du chaume. 50 d.

3. **C. longus.** Coupe tr. du chaume. 50 d.

4. **C. serotinus.** Coupe tr. du chaume. 50 d.

5. **C. distachyos.** Coupe tr. du chaume. 10 d.

6. Partie de la même coupe à 50 d.

7. **Galilea mucronata.** Coupe tr. du chaume. 50 d.
   *a* Gros vaisseaux latéraux rayés;

8. **Cyperus globosus.** Faisceau primaire d'un chaume. 500 d.
   *b* Lacune avec vaisseaux annelés; *c* Petits vaisseaux; *d* Tissu grillagé; *e* Prosenchyme; *f* Cellules à chlorophylle.

9. **Galilea mucronata.** Cellule de l'épiderme à renflement conique. 500 d.
   *a* Cellule de l'épiderme sans renflement; *b* Cellule avec renflement conique; *c* Groupe de fibres.

10. **Cyperus globosus.** Coupe tr. de la feuille. 50 d.

11. **C. flavescens.** Coupe tr. de la feuille. 50 d.

12. **C. fuscus.** Coupe tr. de la feuille. 50 d.

# PLANCHE XXII

## Feuilles

Fig.

1. **Cyperus vegetus**. Coupe transversale de la feuille. 50 diamètres.

2. **C. rotundus**. Coupe tr. de la feuille. 10 d.
*a* Carène ; *b* Plicature latérale.

3. Partie de la même à 50 d.

4. **C. aureus**. Coupe tr. de la feuille. 50 d.
*a* Carène ; *b* Plicature latérale.

5. **C. longus**. Coupe tr. de la feuille. 10 d.
*a* Carène ; *b* Plicature latérale.

6. Partie médiane de la même à 50 d.
*a*, *a* Faisceaux primaires ; *b* Faisceau secondaire ; *c* Faisceau tertiaire ; *d* Faisceau quaternaire.

7. **C. serotinus**. Coupe tr. de la feuille. 50 d.

Fig.

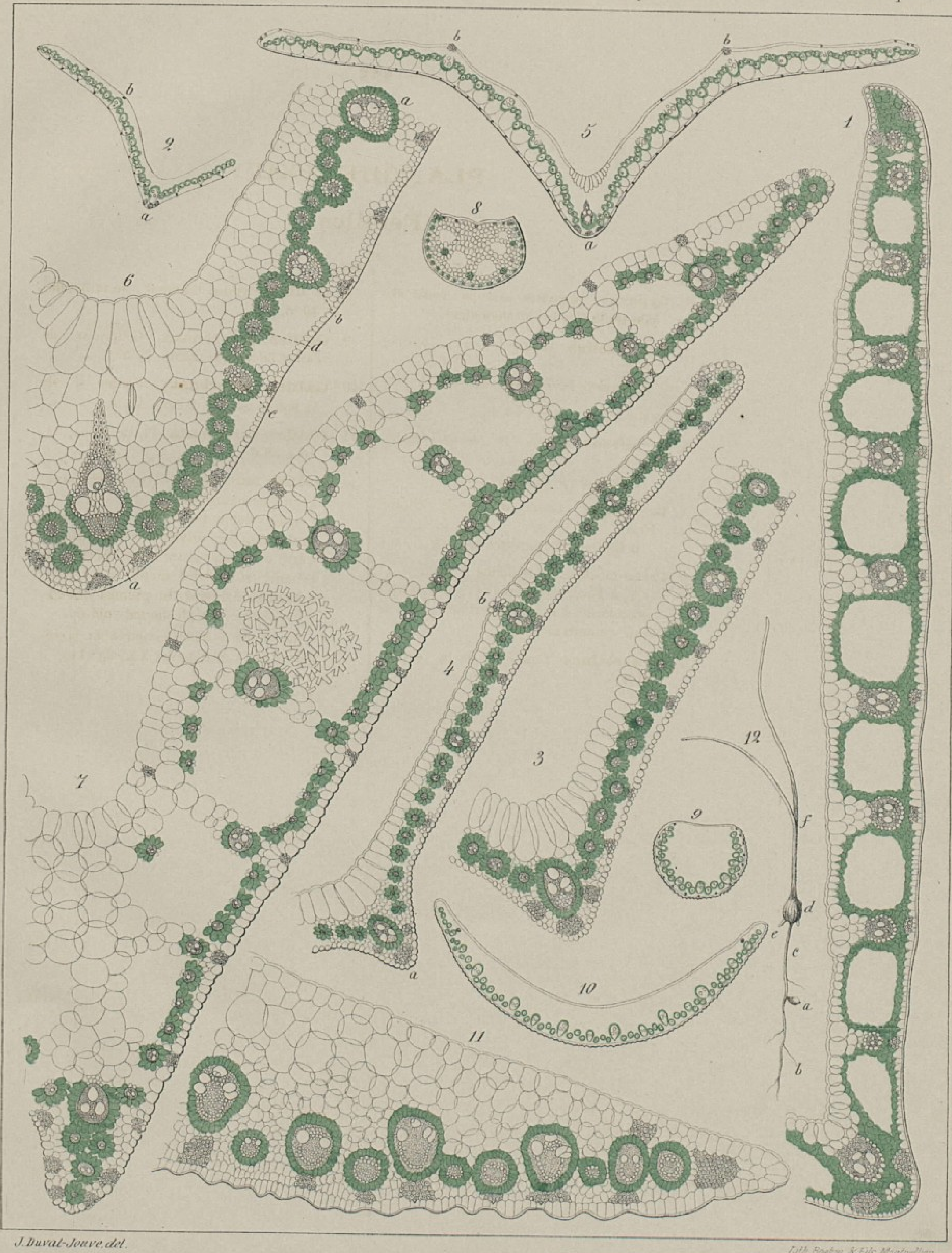
8. **C. distachyos**. Coupe tr. de la feuille. 10 d.

9. **Galilea mucronata**. Coupe tr. de la feuille vers la pointe. 10 d.

10. **Galilea mucronata**. Coupe tr. de la feuille vers le milieu. 10 d.

11. **Galilea mucronata**. Partie de la fig. 10 à 50 d.

12. **Galilea mucronata**. Très-jeune plante ; grandeur naturelle.
*a* Enveloppe persistante de la graine renfermant le cotylédon ; *b* Pivot primitif ; *c* Premier entre-nœud du rhizome primitif ; *d* Premier nœud déjà renflé ; *e* Racines naissant du premier nœud ; *f* Feuilles. — La piléole est enlevée.
La coupe à 500 diamètres de la région *c* est à la Planche XX, fig. 14.




J. Duval-Jouve, del.

Lith. Boehm & Fils Montpellier

FEUILLES.

# ANATOMIE DE LA MOULE COMMUNE,

**Par M. A. SABATIER.**

---

## I.

La Moule commune (*Mytilus edulis*) est un des mollusques lamellibranches les plus communs sur nos côtes. On le trouve très-abondamment sur les marchés, où il constitue, pendant une bonne partie de l'année, une ressource alimentaire assez importante. On en apporte à Montpellier de divers points du littoral ; et cette circonstance qui permet de renouveler fréquemment les sujets pour l'étude, en même temps que les dimensions relativement considérables qu'atteignent certains individus, m'ont engagé à faire de la Moule une étude un peu détaillée et en quelque sorte une monographie. J'ai pensé qu'un pareil travail présenterait un double avantage : celui d'une connaissance plus approfondie d'un être organisé, et celui de fournir aux naturalistes inexpérimentés les éléments de l'étude d'un mollusque qu'il est très-facile de se procurer et qui peut devenir le point de départ d'études ultérieures sur les autres mollusques lamellibranches.

Le désir que j'ai eu d'être utile aux jeunes naturalistes qui débutent et qui ne sont point familiarisés avec les procédés des recherches zoologiques, m'engage à entrer dans quelques détails à cet égard, et à indiquer avec soin la marche que j'ai suivie dans la poursuite des résultats. J'insisterai spécialement sur les divers modes d'injection, sur les points d'attaque du système vasculaire, c'est-à-dire sur les lieux où il convient d'appliquer les canules à injection quand on veut obtenir tel ou tel résultat.

Je suivrai un ordre méthodique, et, après avoir décrit la forme et les organes extérieurement visibles de l'animal, je passerai à l'étude de l'appareil musculaire, du tube digestif, des appareils circulatoires et respiratoires et de l'appareil excréteur qui leur est intimement lié ; enfin je terminerai par l'étude de l'appareil reproducteur et du système nerveux. Je n'insisterai pas également sur ces divers sujets, mais je m'attacherai surtout à ceux qui présentent chez la Moule les particularités les plus remarquables et qui demandent un examen plus approfondi.

## II.

### FORME GÉNÉRALE ET DISPOSITION EXTÉRIEURE DES ORGANES.

La Moule commune est un mollusque lamellibranche dont la coquille est équivalve, cunéiforme, arrondie en arrière, à crochets antérieurs et pointus, couverte à l'extérieur d'un épiderme noir bleuâtre, violacé, assez transparent, nacrée à l'intérieur ; les dents cardinales sont très-petites.

Le ligament est linéaire, sub-marginal, très-long (Pl. XXIII, *fig.* 1, 5). A la face interne, la coquille présente une impression palléale simple. Les impressions musculaires sont au nombre de cinq :

1° Une impression arrondie et souvent légèrement bilobée, relativement grande, obscure, placée à l'extrémité postérieure du bord supérieur : c'est l'insertion du muscle adducteur postérieur; 2° une impression très-petite, mais très-marquée, située près du sommet et à l'extrémité antérieure du bord inférieur : elle appartient au muscle adducteur antérieur (Pl. XXIII, *fig.* 6, 11); 3° une impression placée en avant de celle de l'adducteur postérieur, et composée d'une série horizontale d'impressions elliptiques correspondant à l'insertion des faisceaux des muscles dits du byssus, et des muscles rétracteurs postérieurs du pied ; 4° une impression petite, linéaire, placée sous l'extrémité antérieure de la charnière, et à laquelle vient s'insérer le muscle rétracteur antérieur du pied ; 5° en arrière et au-dessous du muscle adducteur postérieur, une petite empreinte triangulaire, rudiment de sinus palléal, pour l'insertion des muscles de la membrane anale.

Le manteau tapisse la face interne des valves et a un bord légèrement

saillant. Très-mince et passablement transparent en dehors de la saison de la reproduction, le manteau acquiert pendant cette saison une épaisseur notable et une opacité complète.

Les muscles marginaux du manteau, formés de faisceaux délicats, généralement perpendiculaires au bord et anastomosés entre eux, occupent tout le bord libre du manteau, son bord postérieur arrondi et le bord supérieur, jusqu'à l'angle supérieur obtus de la valve. Leur insertion laisse sur les valves une impression obscure, mais pourtant visible, formant une bande marginale, et dont le bord interne est par places finement frangé.

Les bords du manteau sont libres, sauf en arrière, où ils sont réunis par une membrane contractile recouverte d'un épithélium très-pigmenté : c'est la *membrane anale* (Pl. XXIII, *fig.* 1, 3 ; *fig.* 6, 12, 13 ; Pl. XXV, *fig.* 3, 5, 5') qui sépare ainsi de l'ouverture générale du manteau une ouverture supérieure et postérieure, en forme d'entonnoir, qui correspond au siphon anal (Pl. XXIII, *fig.* 1, 4 ; *fig.* 6, 14).

Le bord libre du manteau est dédoublé en deux lèvres (Pl. XXIII, *fig.* 1 et 6), dont l'une, interne et saillante, est lisse et tranchante dans les régions antérieure et anale, et au contraire recouverte de papilles disposées par groupes ou festons dans les régions postérieure et inférieure. Le bord lisse et externe est recouvert par un prolongement interne de l'épiderme corné de la coquille. Ce prolongement se replie intérieurement sur le bord du manteau et forme une sorte d'ourlet qui adhère au manteau, le fixe à la coquille et recouvre un grand sinus sanguin qui parcourt tout le bord libre du manteau, et sur lequel je reviendrai (Pl. XXIII, *fig.* 6, 1).

En relevant le manteau, on aperçoit les branchies, qui comprennent deux feuillets de chaque côté, un externe et un interne. Chacun des feuillets est composé de deux lames unies par leur bord inférieur. La lame intérieure est fixée au corps de l'animal par son bord supérieur, dans l'étendue de ses quatre cinquièmes antérieurs. Le cinquième postérieur est libre et occupé par un vaisseau qui se rétrécit d'avant en arrière, le vaisseau afférent de la branchie (Pl. XXV, *fig.* 3). Ce vaisseau est commun aux feuillets d'un même côté, d'où il résulte que les deux feuillets sont fixés l'un à l'autre dans toute la longueur du bord supérieur de leurs lames intérieures. La Pl. XXIV, *fig.* 3, montre en arrière du muscle adducteur postérieur le vais-

seau afférent commun aux deux feuillets et les vaisseaux efférents libres des lames interne et externe du même côté. La lame externe a un bord supérieur libre, et occupé dans toute son étendue par le vaisseau efférent de la branchie (Pl. XXIV, *fig.* 3, 11; *fig.* 6, 13). En arrière, les extrémités fermées et effilées des deux vaisseaux afférent et efférent se réunissent pour adhérer ensemble à la face inférieure de la membrane anale (Pl. XXV, *fig.* 3).

Les lames branchiales présentent un aspect strié, très-délicat, dû à ce qu'elles sont constituées par des filets très-déliés; larges dans presque toute leur étendue, elles se rétrécissent en avant et en arrière pour se terminer par un angle aigu (Pl. XXIV, *fig.* 3; Pl. XXV, *fig.* 3). L'angle aigu antérieur passe entre les deux tentacules buccaux d'un même côté (Pl. XXIII, *fig.* 8), et à ce niveau les vaisseaux afférents et efférents de la branchie adhèrent au corps de l'animal.

Dans l'angle de séparation du manteau et de la branchie on aperçoit une série de lamelles transversales qui vont du manteau au vaisseau afférent de la branchie, et dont les dimensions augmentent d'avant en arrière (Pl. XXIII, *fig.* 3, 3, 4; Pl. XXIV, *fig.* 2, 8, 8). Je reviendrai longuement sur la nature et les fonctions de ces organes.

En soulevant les deux branchies d'un même côté, on aperçoit le corps de l'animal (Pl. XXIII, *fig.* 6). Ce corps se compose de plusieurs parties dont la position peut être déterminée par rapport au pied. Le pied est rudimentaire, peu développé et a une forme très-comparable à celle d'une langue de mammifère. Il est mobile, rétractile et susceptible de prendre des dimensions et des formes assez variées, comme l'organe buccal, auquel je le compare. Ce n'est pas un organe de locomotion, puisque l'animal est fixé par son byssus et n'est point appelé à changer de place; c'est plutôt un organe destiné à saisir des matières alimentaires, mais surtout, je le crois, à introduire, à un moment donné, dans le système vasculaire, une certaine quantité d'eau.

En avant du pied, sur la description duquel je reviendrai à propos de la circulation, se trouve une masse plus ou moins volumineuse ayant une forme conique à sommet antérieur, et composée surtout par le foie, par la partie antérieure du tube digestif et par les muscles ***rétracteurs*** antérieurs du pied. A l'extrémité antérieure de cette masse se trouve la bouche,

en forme de fente transversale courbe à concavité supérieure (Pl. XXIII, *fig.* 8, 5), limitée par deux lèvres minces, l'une supérieure et l'autre inférieure. Aux angles externes de la lèvre supérieure font suite les tentacules ou palpes labiaux externes, et aux angles externes de la lèvre inférieure font suite les deux tentacules labiaux internes. Ces tentacules sont longs et pointus; ils ont une forme triangulaire (Pl. XXIII, *fig.* 6, 8, 1); leur extrémité forme un angle aigu, leur bord adhérent est relativement court, leur direction est en bas et en arrière. Les tentacules d'un même côté sont appliqués immédiatement l'un à l'autre par une de leurs faces, et ne sont séparés qu'au voisinage de leur base ou bord adhérent par l'angle antérieur de la branchie.

La face extérieure ou libre des palpes est lisse, mais la face par où les palpes d'un même côté se correspondent et s'appliquent l'un à l'autre a une disposition spéciale. Elle se divise en deux bandes longitudinales séparées par une ligne qui va du milieu de la base au sommet (Pl. XXIII, *fig.* 8). La bande postérieure est lisse, unie, et présente un bourrelet saillant qui forme une gouttière en recouvrant le bord voisin de la bande antérieure (Pl. XXIII, *fig.* 10). Cette dernière est composée de bourrelets ou saillies très-fins, perpendiculaires à l'axe du palpe, qui se recouvrent successivement de la pointe à la base et présentent ainsi une imbrication très-régulière (Pl. XXIII, *fig.* 10, 2). Chacune de ces petites saillies n'est que la miniature de la bande lisse et saillante du palpe. Elle a comme elle une face inclinée et un bourrelet saillant, limitant une petite gouttière ouverte vers la base du palpe ; toutes ces parties sont tapissées d'un épithélium à cils vibratiles très-actifs. On comprend que cette disposition est éminemment propre à diriger vers l'ouverture buccale les matières alimentaires, le plus souvent vivantes, qui sont saisies entre les palpes.

Les matières alimentaires, composées pour la plupart de diatomées, de petits entomostracés, d'infusoires, de larves d'animaux inférieurs, etc., sont très-souvent amenées aux palpes par le pied, dont les cils vibratiles saisissent ces petits objets. Le pied peut être rétracté, ramassé vers la bouche, au voisinage des palpes, qui s'emparent des objets que l'animal doit avaler; mais la grande voie suivie par les particules alimentaires se trouve surtout sur le bord inférieur de la branchie, qui présente une gouttière garnie de

longs cils vibratiles, sur laquelle je reviendrai. Or, nous savons que ce bord de la branchie vient précisément se rendre entre les deux palpes, qui reçoivent de lui les aliments et les transmettent à la bouche.

Ces matières parviennent aux palpes par leur bord postérieur, puisque la bouche, la base des palpes et leur bord antérieur sont recouverts par un capuchon formé à ce niveau par le manteau (Pl. XXIII, *fig.* 1), capuchon qui est représenté déchiré Pl. XXIII, *fig.* 8, 4 et retiré en avant, *fig.* 6. Les aliments saisis par la bande lisse des palpes sont amenés par les contractions des palpes et par les cils vibratiles vers le bourrelet saillant, qu'ils fanchissent pour tomber dans la bande striée. Une fois là, les matières alimentaires, le plus souvent vivantes, ne peuvent plus reculer et sont obligées de progresser vers la bouche. Le bourrelet longitudinal les arrête d'un côté, et la gouttière qu'il limite les conduit précisément à l'angle de l'orifice buccal. D'autre part, les petits bourrelets transversaux leur permettent de progresser vers la bouche, à cause de l'obliquité en pente douce de leur face postérieure, mais les empêchent de rétrograder à cause de la saillie et de la gouttière antérieure. Il résulte de là que les contractions vermiculaires des palpes, les vibrations des cils et les mouvements des proies vivantes, poussent nécessairement les aliments vers la bouche.

En arrière du pied, et séparé de la base de ce dernier par une dépression, se trouve le byssus, qui est inséré au centre d'un disque charnu auquel correspondent des muscles importants (Pl. XXVII *ter*, *fig.* 6). Le byssus est composé d'une tige cornée légèrement aplatie latéralement, et sur les bords antérieur et postérieur de laquelle s'insèrent de très-nombreux filaments cornés de plusieurs centimètres de longueur, et adhérant solidement aux corps étrangers, le plus souvent aux rochers, par une extrémité légèrement aplatie en forme de petit disque.

En arrière du byssus se trouve une masse parenchymateuse qui s'étend jusqu'au muscle adducteur des valves (Pl. XXIII, *fig.* 6 ; Pl. XXVII *ter*, *fig.* 6). Cette masse renferme dans sa partie libre les muscles postérieurs du pied et du byssus, et quelques parties de la glande génitale. Dans la portion placée au-dessus de l'insertion des branchies, elle comprend la partie postérieure du tube digestif, la cavité péricardique et le cœur.

La forme comprimée latéralement de la partie libre de cette masse posté-

rieure et son contour arrondi et saillant en arrière lui ont fait donner le nom pittoresque de *bosse de Polichinelle*. On lui a aussi donné le nom d'*abdomen*, qui me paraît peu juste, attendu que cette partie du corps ne contient ni le foie ni l'estomac. Cette portion libre et saillante présente des dimensions variables suivant l'époque où on l'étudie, et surtout suivant que l'animal est plus ou moins amaigri, plus ou moins dépourvu de liquide hydro-sanguin, etc.

Quand l'animal est gras ou gorgé de liquide, il existe sur les parties latérales du corps et en-dessous des muscles postérieurs du byssus une excavation profonde, ou *cavité des flancs*, qui s'ouvre alors, par un large orifice ovalaire (Pl. XXIII, *fig*. 6; Pl. XXVII *ter*, *fig*. 6, 9), en dedans d'une *papille* blanchâtre qui est l'orifice du canal excréteur des glandes génitales ou *pore génital*. Cette excavation remonte en haut entre les muscles postérieurs du pied et du byssus, qui sont en dehors, et la masse centrale du corps formée par l'appareil intestinal. Si, quand l'animal est extrait de la coquille, on pratique une déchirure en dedans des surfaces d'insertion des muscles postérieurs du byssus et du pied, on pénètre de chaque côté dans l'une de ces cavités latérales que j'ai appelées *cavité des flancs* (Pl. XXIII, *fig*. 4, 10, 10). Quand l'animal est peu volumineux, amaigri, cette cavité des flancs est peu étendue, et l'orifice est petit, oblique et caché dans l'angle formé par le corps et la base des branchies, en dedans de la *papille génitale*.

L'existence de cette *cavité des flancs* est due au développement considérable des muscles rétracteurs postérieurs du pied et du byssus, muscles qui font saillie sur les parties latérales du corps, et qui, ayant un trajet fortement oblique en arrière, s'appliquent sur ces parties latérales et déterminent ainsi la formation d'une cavité entre eux et les parois latérales du corps (Pl. XXIII, *fig*. 6; Pl. XXVII *ter*, *fig*. 6, 9).

Dans l'angle rentrant formé par l'union du corps et des branchies, on remarque une série de vésicules ou renflements fusiformes de couleur brun verdâtre qui s'étendent en arrière jusqu'au voisinage de la *papille*, ou *pore génital*. C'est une partie de l'*organe de Bojanus*, ou appareil d'excrétion (Pl. XXIII, *fig*. 6; Pl. XXVII *ter*, *fig*. 6, 1, 1), qui s'étend plus en arrière et jusqu'au muscle adducteur postérieur sous la forme d'une bande brune placée entre la base de la branchie et le conduit génital.

Tels sont les diverses parties ou organes qui sont visibles sans dissection, et qui contribuent à la forme générale et à l'aspect de l'animal. Je vais maintenant entrer dans l'étude détaillée des systèmes et des appareils.

## III.

### APPAREIL MUSCULAIRE.

L'appareil musculaire de la Moule est assez complexe. Il se compose : 1° de muscles destinés à rapprocher les valves, muscles *adducteurs des valves*; 2° de muscles agissant sur le pied, ou *rétracteurs du pied*; 3° de muscles agissant sur le byssus, ou *muscles du byssus*, dont l'action est complexe; 4° des muscles *palléaux*, et 5° des muscles *anaux*.

1° Les muscles *adducteurs des valves* sont au nombre de deux, l'un antérieur et l'autre postérieur. Leurs dimensions sont très-inégales, le postérieur étant un muscle volumineux, et l'antérieur un muscle si petit et si rudimentaire qu'il est passé inaperçu pour quelques observateurs, qui ont placé la Moule parmi les bivalves monomyaires. L'adducteur postérieur est un muscle puissant (Pl. XXIII, *fig.* 1, 6; Pl. XXIV, *fig.* 1, *fig.* 2, 10, *fig.* 3, 10, *fig.* 4, 7, *fig.* 6, 9), transversalement étendu d'une valve à l'autre, et présentant une coupe ovalaire, quelquefois légèrement bilobée. J'ai déjà indiqué ses insertions ou empreintes sur la coquille.

Le muscle adducteur antérieur est très-petit (Pl. XXIII, *fig.* 6, 11) ; il occupe transversalement le capuchon antérieur du manteau, et s'insère à la face interne de chaque valve, dans une fossette placée à l'extrémité antérieure du bord inférieur. La partie moyenne de ce muscle est comprise dans l'épaisseur même du manteau.

Le rôle de ces deux muscles est évidemment de rapprocher les valves et de fermer la coquille; leur action, celle du postérieur surtout, est très-puissante, ce qui est en rapport avec les dimensions du muscle postérieur, avec la courte étendue et le parallélisme parfait de leurs fibres, avec leur insertion perpendiculaire sur les leviers qu'ils ont à mouvoir, et avec la longueur du bras de levier pour le muscle postérieur, qui est relativement éloigné de la charnière. Aussi est-il très-difficile d'ouvrir une Moule, et faut-il déployer

une force considérable pour écarter les valves. Quand on veut étudier ces animaux à l'état frais et vivants, il faut employer certains procédés pour les mettre à nu sans leur faire subir des altérations trop considérables. Je les indiquerai, en vue des débutants, après avoir décrit les autres muscles.

2° Les *muscles rétracteurs du pied* sont, les uns antérieurs et les autres postérieurs. Il y a deux muscles antérieurs et deux postérieurs.

Les muscles antérieurs forment deux faisceaux très-volumineux qui, partant du pied, se portent en avant et un peu en haut, et vont s'insérer dans une fossette allongée située un peu en arrière de l'extrémité antérieure de la charnière. Ces deux muscles comprennent entre eux un angle très-aigu ouvert en avant, angle qui s'agrandit d'autant plus que les valves s'écartent davantage. Ils forment deux faisceaux blancs nacrés parfaitement visibles au-devant du pied (Pl. XXIII, *fig.* 6 ; Pl. XXVII *ter*, *fig.* 6, 11).

Les muscles rétracteurs postérieurs sont de petits muscles composés d'un ou deux petits faisceaux aplatis, et qui, insérés sur la face interne de la coquille, au-dessous de la cavité péricardique, se portent en bas et en avant et pénètrent dans la base du pied, qu'ils parcourent dans toute sa longueur. Ces muscles sont essentiellement rétracteurs du pied, sur lequel ils agissent bien plus directement que les rétracteurs antérieurs. Tandis que l'action de ces derniers ne porte que sur la base du pied, et par conséquent sur la position de cet organe, les muscles rétracteurs postérieurs, pénétrant dans le pied lui-même et venant s'insérer dans toute la longueur du pied, à l'enveloppe cutanée de cet organe, influent non-seulement sur la situation du pied, mais encore sur la forme et la longueur de cet organe. Quand ces muscles se contractent dans leur totalité, le pied est non-seulement ramené en haut, mais il est fortement raccourci, et son épaisseur est accrue. Quand ces muscles sont le siége de contractions partielles de certaines de leurs fibres, le pied est déformé de telle ou telle manière et présente des dépressions et des saillies diversement distribuées. Nous verrons plus tard quelle peut être l'influence de ces muscles sur la pénétration de l'eau dans le système circulatoire.

3° Les *muscles du byssus* sont constitués par une série de faisceaux musculaires volumineux qui, partant de la base du byssus, s'écartent en un éventail composé de quatre ou cinq faisceaux qui vont s'insérer sur cette

empreinte musculaire longitudinale et horizontale qui est au-devant du muscle adducteur postérieur des valves et au-dessous de la région péricardique. Ces muscles s'appliquent sur les flancs de l'animal et limitent en dehors cette cavité que j'ai décrite sous le nom de *cavité des flancs*. On les aperçoit sur la *fig.* 6 de la Pl. XXIII, et *fig.* 6, 10 de la Pl. XXVII *ter*. Ils s'insèrent ordinairement sur le disque (Pl. XXVII, *fig.* 14, 5) qui renferme la glande du byssus, et ils forment à ce niveau une sorte de décussation, soit avec ceux du côté opposé, soit même quelquefois avec le muscle rétracteur antérieur du pied, qui au lieu de s'arrêter au pied s'étend en arrière jusqu'à la base du byssus et semble parfois même se continuer directement avec le faisceau postérieur des muscles du byssus. Il y a donc de grandes variations à cet égard, et il faut, pour être exact, dire que les muscles rétracteurs antérieurs du pied et les muscles du byssus forment dans leur ensemble un système qui vient converger indifféremment à la base du pied et du byssus, tandis que le rétracteur postérieur du pied appartient exclusivement à ce dernier organe. Il résulte de cette disposition que la masse du corps de l'animal est comprise dans l'intervalle des branches d'un X musculaire qui doit exercer sur elle une certaine compression.

On comprend quelle peut être l'action de ce groupe de muscles, soit pour rapprocher l'animal de l'extrémité du byssus qui se fixe à l'extérieur, et par conséquent pour diminuer sa mobilité, soit pour rapprocher les deux valves et venir en aide aux adducteurs. Ces muscles, prenant leur point fixe sur le byssus, peuvent en effet rapprocher les valves, de telle sorte que la même action musculaire consolide l'animal sur le rocher, auquel il adhère, et contribue à l'occlusion énergique de la coquille; deux effets qui tendent à le défendre contre certains dangers. Mais je répète que le muscle rétracteur postérieur du pied est toujours indépendant de ce groupe et pénètre seul dans le pied, pour se distribuer successivement à la peau de la moitié terminale de cet organe. Nous verrons quel est son rôle spécial dans les fonctions du système aquifère.

4° Les *muscles palléaux* occupent tout le bord libre du manteau et le bord supérieur jusqu'à la charnière (Pl. XXIII, *fig.* 1, 1; Pl. XXIV, *fig.* 1, 7). Ils forment sur chaque lobe du manteau une bande qui se rétrécit en pointe à ses deux extrémités. Cette bande est composée de petits faisceaux

musculaires dont la direction est perpendiculaire aux bords du manteau. Ces petits faisceaux nacrés s'anastomosent obliquement entre eux. Quand ces muscles sont relâchés, la lèvre festonnée et papillaire des bords du manteau proémine entre les valves; mais, dès que ces muscles se contractent, les bords du manteau et les festons papillaires sont retirés au dedans de manière à ce que l'animal puisse fermer hermétiquement sa coquille en appliquant les valves l'une contre l'autre; les lèvres saillantes et papillaires du manteau, ramassées en dedans, s'appliquent aussi l'une à l'autre, et contribuent à fermer la cavité du manteau et à y retenir une certaine quantité d'eau nécessaire à la vie de l'animal.

Les muscles palléaux, en se contractant, tendent la lèvre lisse ou externe du manteau, et aplatissent un grand vaisseau veineux ou *sinus marginal,* qu'ils contribuent ainsi à vider. Nous verrons quelle est l'influence de cette action sur la circulation.

5° Les *muscles anaux* prennent leur insertion derrière le muscle adducteur postérieur des valves, sur une petite impression triangulaire. Ces muscles s'épanouissent dans la membrane anale, qu'ils tendent et retirent en dedans quand l'animal veut fermer sa coquille. Ils ferment ainsi l'orifice anal du manteau, et représentent précisément, au point de vue anatomique et physiologique, les muscles des siphons des bivalves siphonés.

Pour étudier la Moule à l'état frais dans de bonnes conditions, il convient de l'ouvrir sans léser les organes. Ce n'est pas toujours facile, et il faut avoir recours à quelque tour de main. Voici celui que j'emploie. J'introduis peu profondément entre les deux valves, au niveau du byssus, un corps large et mince, comme le tranchant d'un ciseau ou la lame d'un fort couteau. En faisant pirouetter cet instrument sur son axe longitudinal, j'écarte légèrement les valves, entre lesquelles j'introduis un coin d'un demi-centimètre d'épaisseur environ. Puis, avec la pointe d'un scalpel étroit, je détache le bord adhérent du manteau au niveau de la région anale. Je glisse soigneusement le scalpel entre le manteau et la coquille, et je vais détacher de son insertion le muscle adducteur postérieur des valves. Une fois ce muscle coupé, les valves s'écartent avec assez de force pour amener des déchirures. Je les maintiens entre les doigts de manière à régler leur écartement, et je continue avec le

scalpel à détacher d'abord les muscles postérieurs du byssus et du pied, en ayant la précaution de ne pas entamer le péricarde et la veine afférente oblique. Je détache ensuite successivement les muscles palléaux jusqu'à l'extrémité antérieure, et je finis par les muscles adducteur antérieur des valves et rétracteur antérieur du pied.

On peut aussi obtenir une Moulé détachée de ses valves sans déchirure, en la plongeant pendant quelques instants dans de l'eau à 60° centigrades environ. Les muscles se détachent alors très-nettement des valves, et l'on a l'animal, mort il est vrai, mais dans un état suffisamment normal, si l'on a eu la précaution de le retirer de l'eau chaude dès que les valves se sont entr'ouvertes.

## IV.

### APPAREIL DIGESTIF.

L'appareil digestif commence à la bouche, dont j'ai déjà donné la description (Pl. XXIII, *fig.* 8). C'est une fente transversale en forme de croissant concave en haut, et dont les angles se continuent avec des gouttières comprises entre les bases des deux paires de tentacules buccaux, sur la forme et le rôle desquels j'ai déjà insisté.

La cavité buccale, qui, comme celle de tous les bivalves, est lisse et dépourvue d'armature, se rétrécit en arrière pour former une sorte d'œsophage très-court (Pl. XXVII, *fig.* 4, 10; Pl. XXVII *bis*, *fig.* 1, 1), auquel fait suite l'estomac.

Ce dernier se compose de deux parties très-distinctes : une partie dilatée et évasée postérieurement (Pl. XXVII, *fig.* 4, 5 ; Pl. XXVII *bis*, *fig.* 1, 2, 3, 4), et une partie étroite et allongée en forme de tube, qui s'étend directement en arrière jusque sur le muscle adducteur postérieur des valves (Pl. XXVII, *fig.* 3 et 4, 2; Pl. XXVII *bis*, *fig.* 1, 5, 6, 7, 8, 9), où elle se termine par un petit cul-de-sac ou cœcum (Pl. XXVII, *fig.* 4; 8).

La portion dilatée s'évase en arrière et se termine assez brusquement à ce niveau. Elle forme de chaque côté une sorte de golfe ou sinus (Pl. XXVII, *fig.* 4, 4; Pl. XXVII *bis*, *fig.* 1), dans lequel on aperçoit un certain nombre d'orifices qui sont des ouvertures glandulaires. Sur la face inférieure se

trouve un orifice (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 1, 4) de deux millim. environ, qui conduit dans une sorte de cul-de-sac (Pl. XXVII, *fig.* 4, 6) de cinq à six millim. de longueur, séparé de la cavité de l'estomac par un simple repli de la muqueuse. Cette cavité ou *diverticulum stomacal* présente aussi des orifices glandulaires.

A la portion renflée ou *utriculaire* de l'estomac fait suite la portion *tubulaire* (Pl. XXIII, *fig.* 2 et 4, 2, et Pl. XXVII, *fig.* 3 et 4, 2; Pl. XXVII *bis*, *fig.* 1, 5, 6, 7, 8), qui s'étend jusque sur le muscle adducteur postérieur, et qui se termine là par un court cœcum (Pl. XXVII, *fig.* 4, 8).

On trouve toujours dans cette portion de l'intestin un stylet cristallin de consistance cartilagineuse, dur et cassant, qui s'étend dans toute la longueur de cette portion tubulaire de l'estomac. Ce stylet, résistant sur l'animal très-frais, se ramollit bientôt et finit par devenir diffluent et par disparaître au bout de quelques jours, quoique l'animal soit encore vivant, mais dans un laboratoire et en dehors de ses conditions normales de vie et de nutrition. C'est ce qui fait qu'après un certain temps on ne trouve plus le stylet cristallin. Ce stylet (Pl. XXVII, *fig.* 4, 7), rectiligne et de forme cylindrique, a une extrémité antérieure mousse et une extrémité postérieure aiguë au voisinage de l'orifice de l'intestin.

Près de l'extrémité postérieure de l'estomac, au point où commence le court cœcum, on aperçoit sur la paroi de droite un orifice ovalaire (Pl. XXIII, *fig.* 4, 4) très-net et comme taillé en emporte-pièce. C'est l'orifice de l'intestin (Pl. XXVII, *fig.* 4, 3; Pl. XXVII *bis*, *fig*, 1, 9), orifice qui est laissé libre par l'extrémité aiguë du stylet cristallin.

Tandis que l'œsophage et la portion dilatée de l'estomac sont entièrement enveloppés et comme ensevelis au milieu du foie (Pl. XXVII, *fig.* 3, 9, 9), la portion tubulaire (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 1) n'a de rapports avec cette glande que dans une petite étendue, et s'en dégage bientôt pour passer sous la cavité péricardique et pour occuper ensuite avec le rectum et l'*intestin récurrent* le bord supérieur du corps de l'animal et la face supérieure du muscle adducteur, où il se termine par le cœcum.

L'intestin, qui fait suite à l'estomac, est constitué par une anse allongée dont les branches sont rectilignes dans leurs moitiés postérieures et sinueuses dans leurs moitiés antérieures, qui sont englobées dans le foie. La

première branche de l'anse ou branche droite constitue l'*intestin récurrent* (Pl. XXIII, *fig.* 2, 3, *fig.* 4, 3, 3; Pl. XXVII, *fig.* 3 et 4, 3); la branche gauche est l'*intestin terminal* (Pl. XXVII, *fig.* 3, 3). Les portions rectilignes et postérieures des branches de l'anse se voient presque à nu en arrière sur le bord supérieur de la *bosse de Polichinelle;* mais, quand les glandes reproductrices sont gorgées de produits, elles enveloppent et cachent ces portions de l'intestin.

L'*intestin récurrent* est d'un calibre moindre que l'estomac tubulaire. Il est cylindrique. Après s'être détaché obliquement de l'estomac tubulaire, il se porte en avant et se place en dehors et en dessous du rectum (Pl. XXVII, *fig.* 3 et 4, 3), sur le côté droit de l'*estomac tubulaire*. Il est presque superficiel, mais toujours plus ou moins enveloppé par des portions de la glande génitale. Arrivé ainsi au niveau du péricarde, il parcourt d'arrière en avant le côté droit du plancher de cette cavité. Encore là, il est enveloppé par la glande génitale, qui occupe le plancher du péricarde. Au sortir de la région péricardique il pénètre dans le foie, y devient sinueux et décrit une première courbe à concavité gauche et une seconde à concavité droite. Il coupe ainsi très-obliquement le trajet de l'aorte, au-dessous de laquelle il passe; et, parvenu au-dessus de la dilatation stomacale, il décrit une anse à concavité postérieure placée entre les deux grandes *veines longitudinales antérieures* (Pl. XXVII, *fig.* 3).

A partir de ce point, l'intestin, devenant *intestin terminal*, se dirige en arrière en décrivant de légères sinuosités au voisinage de la grande veine afférente longitudinale gauche, où l'on peut l'apercevoir quand on a détaché la coquille. Puis il se porte assez brusquement vers la ligne médiane, passe au-dessous du bulbe aortique et pénètre immédiatement dans le ventricule du cœur (Pl. XXIII, *fig.* 3, 3, *fig.* 5, 5, et Pl. XXVII, *fig.* 3), où il forme le *rectum cardiaque*. Il traverse le ventricule en droite ligne d'avant en arrière, mais sans occuper exactement l'axe de sa cavité, car, pénétrant au-dessous du bulbe aortique, il sort en arrière au-dessus de la pointe postérieure du cœur (Pl. XXIV, *fig.* 1, 5, *fig.* 2 et 3, 9).

Au sortir du cœur, l'intestin devient libre et forme une saillie longitudinale sur le bord supérieur de l'animal. Il constitue le *rectum* et se place dans la gouttière formée en haut par le contact de l'estomac tubulaire et de l'intes-

tin récurrent (Pl. XXIII, *fig.* 3, 7; Pl. XXVII, *fig.* 3, 1, *coupe* 1). Il chemine directement d'avant en arrière, et passe au-dessus du muscle adducteur postérieur, auquel il adhère, et sur la face supérieure et postérieure duquel il se courbe, pour se terminer par un orifice dont les parois molles et délicates sont ordinairement affaissées, pour ne s'ouvrir que lors de la sortie des matières fécales.

Au sortir du péricarde et sur la moitié environ de sa longueur, le rectum est recouvert par des portions de la glande génitale qui donnent à ses parois une épaisseur plus grande et forment là un renflement d'autant plus prononcé qu'on est plus près de l'époque de la maturation des produits reproducteurs (Pl. XXIII, *fig.* 3, 3; Pl. XXVII, *fig.* 3, 4, *coupe* 1).

Au niveau du muscle adducteur postérieur, le rectum passe au-dessus de l'embouchure de l'intestin dans l'estomac tubulaire (Pl. XXVII, *fig.* 3 et 4, 1. Ses parois, à ce niveau, sont dégagées de la glande génitale; elles sont minces et recouvertes extérieurement d'un épithélium pigmenté en brun foncé, qui permet de distinguer immédiatement la terminaison du rectum sur le blanc nacré du muscle adducteur postérieur. L'orifice de l'anus se trouve exactement au niveau de l'ouverture anale du manteau, par où est expulsée l'eau qui vient des branchies et qui entraîne avec elle les matières fécales.

Après avoir décrit la forme générale et le trajet du tube digestif, je dois en étudier la constitution, la structure et le rôle physiologique. La bouche et l'œsophage ont des parois lisses, tapissées par un épithélium cylindrique à cils vibratiles. Les mouvements des cils se font d'avant en arrière, de manière à entraîner vers l'estomac les substances alimentaires. L'œsophage et la bouche possèdent des fibres musculaires lisses, dont les unes, internes, sont transversales, et les autres, externes, longitudinales.

L'estomac, soit utriculaire, soit tubulaire, présente des particularités de structure très-remarquables, et sur lesquelles je dois insister. Lorsque ces cavités sont ouvertes par le bord supérieur, comme dans la *fig.* 1 de la Pl. XXVII *bis*, on distingue immédiatement des saillies ou bourrelets séparés par des sillons plus ou moins irréguliers. Les saillies ont une couleur d'un blanc mat; elles sont tomenteuses, veloutées. Les sillons sont légèrement

brunâtres, les uns par transparence, d'autres par suite de la coloration propre de l'épithélium.

Dans la partie utriculaire de l'estomac on remarque (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 1) sur la face inférieure une saillie médiane 2 qui commence en avant, au point où finit l'œsophage. Cette saillie, de forme assez irrégulière, commence par un bouton antérieur suivi d'une partie étroite et allongée qui s'élargit ensuite fortement en une saillie transversale placée à l'orifice de l'estomac tubulaire. Du bord postérieur de cette saillie transversale naît un bourrelet 6 qui parcourt l'estomac tubulaire dans toute sa longueur, et que je désigne sous le nom de *bourrelet gauche*. De chaque côté de la saillie médiane de l'estomac utriculaire se remarquent deux saillies 3, qui, larges sur la face inférieure de l'estomac, remontent sur les parois latérales et supérieure, et regagnent la paroi inférieure en décrivant une courbe à concavité inférieure et en se rétrécissant fortement. Elles limitent un sillon antéro-postérieur médian sur la paroi supérieure de l'estomac. Celle de gauche se termine par une extrémité fine au niveau de l'orifice de l'estomac tubulaire, et tout près de l'origine du bourrelet gauche, dont elle n'est séparée que par un petit sillon. Celle de droite se relie directement par son extrémité postérieure avec le *bourrelet droit* 5 de l'estomac tubulaire. Sur le sujet de la Pl. XXVII *bis*, *fig.* 1, son extrémité antérieure est plus volumineuse que celle de la saillie gauche, et elle décrit sur la face inférieure et latérale droite de l'estomac utriculaire une sorte de circonvolution en forme d'S. De chaque côté de la saillie médiane se remarquent une série de petits orifices séparés par des digitations, soit de la saillie moyenne, soit des saillies latérales ; ce sont des orifices correspondant à des culs-de-sac glandulaires de l'estomac. Sur la face inférieure (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 1, 4) se trouve un orifice plus considérable, masqué par l'extrémité antérieure de la saillie gauche. Cet orifice correspond à un diverticulum ou cul-de-sac assez étendu (Pl. XXVII, *fig.* 4, 6), qui reçoit les canaux biliaires.

L'estomac tubulaire va se rétrécissant d'avant en arrière. On y remarque sur la face inférieure une gouttière profonde 8 qui est comprise entre les deux bourrelets longitudinaux 5, 6, que j'ai déjà signalés. Cette gouttière est lisse et de couleur blanc sale. Son extrémité antérieure se rétrécit brusquement en se portant à droite, pour se continuer avec les sillons étroits et

tortueux qui séparent les saillies droites de l'estomac utriculaire. Mais le sillon de communication est plutôt virtuel que réel; attendu que les saillies qui le bordent sont en contact immédiat. Cette gouttière de l'estomac tubulaire conserve ses dimensions dans presque tout son parcours, et jusqu'à l'orifice de l'intestin 9, qui est logé à droite, sous le bourrelet droit. A partir de ce point, la gouttière se rétrécit rapidement, et finit en pointe par le contact des deux extrémités amincies et aiguës des bourrelets.

Les bourrelets 5 et 6 qui limitent la gouttière 8 sont très-saillants (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 1 et 2), à peu près égaux, celui de droite quelquefois un peu plus gros; ils sont d'un blanc mat, d'un aspect velouté, et présentent de très-légères ondulations de la surface. Dans un estomac non ouvert, ces bourrelets, appliqués l'un à l'autre, sont en contact par leur face large. Au-dessus d'eux se trouve une surface muqueuse d'un aspect très-remarquable, et qui se distingue nettement des bourrelets blancs par sa couleur brun jaunâtre. Cette surface, examinée très-attentivement à l'œil nu, et mieux encore à la loupe, présente une série de sillons et de bourrelets transversaux très-fins, très-réguliers, qui décrivent trois quarts de circonférence (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 1 et 2, 7, 7'). Ces bourrelets transversaux, partant ainsi des bords externes des grands bourrelets longitudinaux, sur lesquels ils semblent s'attacher, tapissent donc les trois quarts d'une gouttière supérieure de forme cylindrique, dont le quart inférieur est formé par les bourrelets longitudinaux (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 6). Ils ont une épaisseur de $0^{mm},3$ environ. Ils ne sont bien visibles que sur un estomac très-frais pris chez un animal en très-bon état. Au bout de peu de temps, la surface de l'estomac perd son aspect strié transversalement, et devient lisse et comme diffluente. Nous verrons bientôt pourquoi. C'est dans cette gouttière supérieure que se trouve le stylet cristallin que j'ai déjà décrit, et qui en occupe presque tout le calibre, de telle sorte qu'il ne reste entre le stylet et la paroi de l'estomac qu'une zone étroite. Cette gouttière supérieure se rétrécit légèrement d'avant en arrière, et se termine par une extrémité conique dans le cœcum stomacal.

Examinons maintenant quelle est la structure des diverses régions de l'estomac. Les parois de l'estomac sont complexes. On y trouve des tissus musculaires, du tissu conjonctif, des éléments épithéliaux de nature diffé-

rente, et un tissu sous-muqueux spécial, que je décrirai plus loin sous le nom de *tissu adénoïde*.

Le tissu musculaire forme autour de l'œsophage et de tout le tube digestif en général une couche décomposable en deux couches secondaires : l'une externe, composée de fibres longitudinales, et l'autre, interne, de fibres transversales ou circulaires. Ces fibres musculaires, lisses et pourvues de noyaux allongés (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 8, 5, et Pl. XXVII *ter*, *fig.* 3 et 5, 5), forment des faisceaux plus ou moins serrés (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 18) et fréquemment reliés entre eux par des anastomoses très-obliques. Les deux couches, l'une longitudinale 1, et l'autre circulaire et interne 2, sont unies entre elles par un tissu conjonctif amorphe qui, au niveau des intervalles losangiques ou trapézoïdes placés entre les faisceaux, renferme un très-grand nombre de granulations (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 18, 3). Cette couche de tissu conjonctif forme une sorte de gaîne générale aux couches musculaires; sur elle repose immédiatement l'épithélium de la cavité intestinale. Mais il est des points où la couche de tissu conjonctif sous-épithéliale prend plus d'épaisseur et renferme des éléments relativement volumineux, sous forme de gros noyaux entourés d'une atmosphère de protoplasma (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 8, 4, *fig.* 13). Ces éléments cellulaires sont de volume variable, plus ou moins groupés et mêlés à de nombreuses granulations. On peut en juger par la *fig.* 13, qui représente l'aspect de cette couche après traitement par le nitrate d'argent au 0,03. Les noyaux sont restés blancs, tandis que le protoplasme environnant s'est fortement coloré en noir. J'ajoute que l'imbibition par le nitrate d'argent, en colorant en noir les granulations et en brun la masse du tissu conjonctif, tandis qu'il laisse les faisceaux musculaires incolores, m'a permis de reconnaître très-nettement la disposition des couches musculaires. La *fig.* 18 a été prise sur une de ces préparations.

Sur la couche de tissu conjonctif interne repose la couche épithéliale. Cette couche est vibratile depuis la bouche jusqu'à l'anus, c'est-à-dire dans toute la longueur de l'intestin. Elle est aussi partout formée de cellules cylindriques, mais dont les dimensions, la forme et le rôle varient considérablement d'un point à l'autre. Je vais décrire l'épithélium stomacal suivant les régions auxquelles il appartient.

L'épithélium buccal et œsophagien est, avons-nous dit, composé de cellules cylindriques uniformes de petites dimensions et pourvues de cils vibratiles qui entraînent les matières alimentaires d'avant en arrière et les portent à l'estomac.

Dans l'estomac, il faut distinguer les sillons et les saillies. Les sillons sont tapissés par un épithélium cylindrique vibratile tout à fait analogue à celui de l'œsophage. Ce sont de petites cellules très-serrées, sur une seule couche et ayant environ $0^{mm},03$ de longueur, et des cils de $0^{mm},01$ environ. L'épithélium des saillies est très-remarquable par ses dimensions, par sa forme et par son rôle physiologique.

La surface épithéliale des saillies, examinée à la loupe, est passablement ondulée et présente des sillons sinueux. Examinée sur le frais et sur un petit fragment détaché avec des ciseaux courbes, elle montre de magnifiques faisceaux dont le bord libre s'élargit en éventail. Ce bord est terminé par une cuticule brillante très-réfringente et surmontée de cils vibratiles.

Sur une coupe des parois stomacales durcies dans une solution de gomme glycérinée, on obtient des préparations semblables à celle qui est dessinée (Pl. XXVII *ter, fig.* 5), où plusieurs éventails successifs 9, 9 sont représentés dans leurs rapports mutuels. Ces éventails ont, comme on le voit, des bords courbes présentant de légères ondulations, et sont séparés par des sillons profonds dont le fond présente parfois des cellules d'une conformation spéciale. La même Planche représente (*fig.* 1) une saillie épithéliale fort belle, plus considérable que les autres et correspondant à la saillie médiane de la face inférieure de l'estomac. On voit que les cellules épithéliales augmentent de dimension à mesure qu'elles se trouvent plus près du centre de la saillie. Ces longues cellules sont portées le plus souvent par des saillies ou papilles plus ou moins prononcées, formées par les tissus sous-jacents, et sur lesquelles je reviendrai.

Si l'on prend des parcelles d'épithélium détachées par la raclure après macération suffisante dans un mélange de deux parties d'eau pour une d'alcool à 36° Cartier, suivant le conseil de Ranvier, on obtient de magnifiques lambeaux d'épithélium, sur lesquels on peut étudier les cellules isolées (Pl. XXVII *bis, fig.* 7, 8, 9, 10, 11). Ces cellules sont très-remarquables par leur longueur, qui les fait ressembler à de longs pilotis très-serrés. Elles

possèdent un noyau allongé elliptique vers la réunion du tiers supérieur et des deux tiers inférieurs. Ces noyaux renferment plusieurs granulations; ils sont plus réfringents que le contenu de la cellule. La portion de la cellule où se trouve le noyau est élargie et fusiforme; au-dessus du noyau, la cellule, d'abord légèrement rétrécie, s'élargit de nouveau pour former un ruban assez large, de $0^{mm},007$ environ à l'état frais. La portion inférieure ou noyau est au contraire étroite, filiforme, et forme une sorte de cordon délié qui se termine inférieurement par une extrémité mousse, et quelquefois même par une extrémité bifurquée (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 9).

La position des noyaux varie dans de certaines limites d'une cellule à l'autre, de manière à permettre l'accolement exact des cellules voisines, le renflement nucléaire de l'une étant reçu dans les échancrures correspondantes des cellules voisines (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 10). Ainsi se distingue dans l'épaisseur de la couche épithéliale une zone assez étendue qui constitue la région des noyaux. Le bord libre ou supérieur de la cellule est formé par une cuticule brillante, réfringente, de $0^{mm},002$ d'épaisseur environ, surmontée de cils vibratiles qui se courbent et se redressent rapidement, et ont $0^{mm},01$ de longueur au plus.

La longueur de ces cellules est très-variable et dépend de la place qu'elles occupent dans la saillie. Elle s'accroît de la circonférence au centre ou sommet, et varie depuis $0^{mm},05$ jusqu'à $0^{mm},24$ et même $0^{mm},25$, ce qui est très-considérable. Lorsque ces cellules sont à l'état frais, leur contenu renferme des granulations fines et réfringentes; et lorsqu'on les plonge dans l'eau pure ou salée, il s'échappe par endosmose ou à travers les pores de la cuticule une portion du contenu, qui forme au-dessus de chacune d'elles une sphère hyaline (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 7).

Les saillies épithéliales voisines sont généralement en contact les unes avec les autres par leurs cellules, qui sont plus ou moins pressées les unes contre les autres, et ne laissent aucun espace libre. Mais il est aussi des intervalles de saillies qui se font remarquer par leur disposition particulière. Ces intervalles (Pl. XXVII *ter*, *fig.* 5), placés ordinairement entre deux saillies très-proéminentes, ont une profondeur remarquable et atteignent presque la couche sous-jacente à l'épithélium. Les cellules externes des saillies limitent une cavité en forme d'utricule à goulot supérieur. Cette utri-

cule est occupée par des cellules en massue, à grosse tête portée sur un pédicule court et convergeant supérieurement, comme les pétales d'une tulipe entr'ouverte. Ces cellules n'ont pas de cuticule réfringente ni de cils vibratiles; leur contenu est très-finement granuleux, et leur noyau est arrondi. Je les considère comme des cellules glandulaires, et les utricules comme de vraies glandes dont le goulot ou canal de sortie se prolonge entre deux saillies épithéliales voisines.

Une coupe des parois de l'estomac utriculaire au niveau des orifices latéraux séparés par des digitations de la *fig.* 1, Pl. XXVII *bis*, permet de reconnaître la disposition des culs-de-sac qui correspondent aux orifices (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 15). Ces culs-de-sac sont limités extérieurement par la couche musculaire de l'estomac, et sont subdivisés en cavités secondaires par un stroma conjonctif très-riche en noyaux et en granulations. On y trouve un épithélium cylindrique vibratile dont les cellules, courtes au fond des culs-de-sac, acquièrent plus de longueur à mesure qu'elles se rapprochent du sommet des saillies de séparation. Ces cavités sont sans aucun doute des cavités à la fois de sécrétion et d'absorption.

L'épithélium de l'estomac tubulaire mérite de nous arrêter. Les saillies longitudinales blanches (5 et 6, *fig.* 1, Pl. XXVII *bis*) sont composées d'un épithélium à longues cellules, comparable à celui des saillies de l'estomac utriculaire. Cet épithélium se trouve, sur des coupes, former des éventails de cellules rayonnantes, séparés par des sillons plus ou moins prononcés, dont le fond est souvent occupé par des cellules glandulaires en massue, semblables à celles que je viens de décrire. La *fig.* 5 de la Pl. XXVII *ter* représente une coupe oblique faite sur le bourrelet droit. Ces touffes épithéliales reposent, comme dans l'estomac utriculaire, sur des saillies coniques formées par un stroma conjonctif, avec noyaux et granulations, dans lequel se trouve, près de la surface, une mince couche de tissu musculaire. Ce sont là de véritables villosités creusées de vaisseaux lacunaires. Ces cônes conjonctifs reposent sur une couche de tissu musculaire plus épaisse que la couche superficielle.

La rigole ou gouttière inférieure placée entre les deux bourrelets est tapissée par un épithélium cylindrique vibratile dont les cellules ont $0^{mm},02$ de longueur, et dont les cils vibratiles, très-serrés, sont longs de $0^{mm},007$

environ. Le passage de l'épithélium des bourrelets à celui de la rainure est assez brusque, ainsi qu'on le voit sur une coupe perpendiculaire à la direction du canal (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 14).

Quant à la gouttière supérieure ou jaunâtre de l'estomac tubulaire, son épithélium se distingue, par des caractères très-saillants, des épithéliums que nous avons rencontrés sur les autres régions de l'estomac. Nous avons vu que cette gouttière était remarquable par sa couleur brun jaunâtre et par les petits bourrelets transversaux qu'elle présente dans toute son étendue. Si l'on prend un lambeau frais de cette muqueuse, qu'on l'étale sur une plaquette et qu'on l'examine à nu avec un objectif faible, le n° 0 de Vérick ou de Nachet, on s'aperçoit que les petits bourrelets transversaux (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 2, 7, 7') ont leur surface recouverte elle-même de bourrelets beaucoup plus petits et dirigés obliquement par rapport à l'axe des bourrelets transversaux (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 5). Ces petits bourrelets obliques sont environ dix fois plus étroits que ces derniers et mesurent à peu près $0^{mm},03$.

Sur une coupe de l'estomac faite perpendiculairement à ces bourrelets de troisième ordre, on constate que les bourrelets transversaux ou de deuxième ordre sont dus à des plissements ou ondulations de l'ensemble des parois mêmes de l'estomac, tandis que les bourrelets obliques ou de troisième ordre sont dûs à la disposition spéciale de l'épithélium.

Cet épithélium (Pl. XXVII *ter*, *fig.* 3) présente, sur une coupe, de petits éventails réguliers, égaux entre eux, constitués par des cellules cylindriques de longueurs inégales, les plus longues occupant le centre du bourrelet, et les cellules allant en se raccourcissant jusqu'au fond même des sillons de séparation. Les cellules qui composent cet épithélium sont cylindriques, et ont depuis $0^{mm},04$ jusqu'à $0^{mm},06$ de longueur. Les noyaux elliptiques sont clairs et très-distincts, pourvus d'un nucléole (Pl. XXVII *ter*, *fig.* 4). La partie sous-nucléaire de la cellule n'est point filiforme, mais légèrement conique, claire, finement granuleuse. La partie qui correspond au noyau, et surtout la tête de la cellule, sont remplies de granulations fines de couleur brun jaunâtre, très-nombreuses ; c'est à cette circonstance qu'est due la coloration de cette région de l'estomac. Le bord libre de la cellule est pourvu d'une cuticule brillante, de $0^{mm},002$ d'épaisseur, qui vue à un fort grossisse-

ment est facilement décomposable en grains brillants placés côte à côte sur une seule rangée. Ces grains brillants portent des cils très-remarquables par leur volume et par leur longueur. Ces cils sont en effet relativement volumineux, comme de fins bâtonnets, très-réfringents, et d'une longueur remarquable, $0^{mm},02$, c'est-à-dire la moitié ou le tiers de la longueur de la cellule. Ces cils sont au moins deux fois plus longs et plus forts que ceux des autres cellules épithéliales de l'estomac; ils sont très-résistants et se conservent bien mieux et beaucoup plus longtemps que les autres sur les coupes et dans les divers liquides employés pour les préparations. Ces cils forment à la surface de l'épithélium une sorte de couche très-serrée et très-puissante, d'une résistance relative considérable, qui est en rapport avec le stylet cristallin que nous avons vu remplir la cavité de cette gouttière supérieure de l'estomac tubulaire.

J'ajoute que la limite entre l'épithélium brunâtre et l'épithélium blanc des bourrelets est très-tranchée, et que le passage se fait brusquement. Là où finit l'épithélium brunâtre commence sans transition l'épithélium blanchâtre. Les coupes montrent très-nettement cette particularité.

Il me reste enfin à déterminer le rôle physiologique des diverses parties de l'estomac. Je vais d'abord m'occuper de l'épithélium à longues cellules, ou épithélium des saillies, que l'on peut désigner comme ***épithélium d'absorption des particules insolubles*** (matières grasses, endochrome, etc.). Quand on examine des lambeaux de cet épithélium, soit sur le frais, soit après macération dans l'alcool au tiers, on aperçoit dans l'épaisseur de la couche, et à divers niveaux, des agglomérations de granulations, de gouttelettes graisseuses ou de globules d'endochrome provenant des diatomées ingérées par l'animal. On a affaire à une véritable émulsion. Ces agglomérations ont sur le frais la forme de fuseaux dont l'extrémité profonde est arrondie, mousse (Pl. XXVII *bis, fig.* 3, 5, 5). Il y a en outre des granulations et des globules graisseux isolés, parsemés çà et là dans la couche. Si la préparation est recouverte d'un verre très-mince et très-léger, et que l'on presse délicatement avec la pointe d'une aiguille, on s'aperçoit que ces agglomérations et ces granulations cheminent suivant la direction des interstices cellulaires et s'échappent enfin de l'épithélium par la surface libre. Sur

les préparations faites après macération dans l'alcool au tiers, les substances renfermées dans la couche épithéliale se sont plus agglomérées ; la finesse des granulations et des globules est moindre, et les matières se sont groupées en grains plus gros, plus uniformes, moins distincts et plus disposés en masses arrondies. Le tout est coloré en brun verdâtre par l'endochrome des diatomées (Pl. XXVII *bis, fig.* 8 et 10). Si l'on dissocie avec des aiguilles un lambeau d'épithélium après macération dans l'alcool au tiers, on peut se rendre un compte exact de la position de ces diverses granulations et de leurs rapports avec les cellules. On obtient en effet de nombreuses préparations semblables à la *fig.* 11 de la Pl. XXVII *bis*, où l'on voit nettement les globules sus-nommés accolés aux cellules et placés précisément dans leurs interstices, et non dans la substance même des cellules.

On peut donc ici se rendre compte d'une manière claire et précise de la voie suivie dans la couche épithéliale par les granulations, ou globules insolubles. Ce qu'il faut remarquer, c'est que ces particules insolubles ne se trouvent que dans l'épaisseur de la couche des cellules incolores. On les rencontre quelquefois, mais très-rarement, dans la couche des cellules incolores courtes. Leur nombre, leur quantité et leur fréquence sont en raison inverse de la longueur des cellules ; et aux points où celles-ci forment les grandes saillies ou bourrelets, on en trouve presque toujours. Quand l'animal est ouvert en pleine digestion et peu de temps après avoir été pêché, la couche en présente à toutes les hauteurs. Mais plus il a jeûné avant d'être ouvert, plus les particules sont limitées à un niveau profond de l'épithélium. Dans ce cas, les régions à cellules courtes en sont entièrement dépourvues. Ces résultats sont évidemment dus en partie au temps nécessaire pour parcourir l'épaisseur de la couche. Mais je crois néanmoins qu'il est permis de penser que les renflements, ou bourrelets épithéliaux à longues cellules, sont éminemment propres à l'absorption des particules insolubles, et que c'est par là surtout que se fait leur introduction dans les tissus sous-jacents, dont j'aurai à parler plus tard.

L'épithélium brun jaunâtre de la gouttière supérieure de l'estomac tubulaire appartient exclusivement à cette région de l'estomac. Nous savons du reste que ses limites d'avec l'épithélium blanchâtre des bourrelets voisins sont nettes et très-tranchées. Sur des coupes perpendiculaires à l'axe de

l'estomac, on constate le passage brusque de la tranche brune, granuleuse et à très-longs cils, à la tranche blanchâtre, dont les cils sont relativement courts. Quelque nombreuses qu'aient été les préparations que j'ai observées, je n'ai jamais rencontré dans cette couche d'épithélium la plus petite parcelle d'aliments solides. L'aspect particulier de ses cellules, leur richesse en protoplasma granuleux, me portent à la considérer surtout comme un épithélium de sécrétion destiné à fournir à l'estomac un liquide digestif. La longueur et la force des cils de cette couche peuvent être regardés comme des moyens de trituration stomacale propres à favoriser l'action des sucs gastriques. Il faut remarquer en effet que la gouttière supérieure de l'estomac tubulaire est occupée dans toute sa longueur par le stylet cristallin, dont j'ai signalé la résistance et le faible degré de compressibilité. Quand les cils vibratiles hyalins, durs, épais, de la couche brune se relèvent, ils appliquent fortement contre la surface dure du cylindre les corps mous ou durs qui sont introduits dans l'estomac. Ces corps consistent surtout en diatomées, en infusoires, en petits crustacés, qui sont protégés, les uns par une frustule à deux valves, les autres par une mince enveloppe chitineuse ou non ; et l'on peut penser que les compressions très-repétées et les frottements auxquels ils sont soumis doivent avoir pour effet d'exprimer les matières alibiles contenues sous l'enveloppe. L'action des muscles stomacaux vient sans aucun doute s'ajouter à celles des cils vibratiles pour exprimer les dernières portions de ces matières.

La couche ciliaire épaisse, massive et résistante que j'étudie, doit avoir aussi une influence importante sur la progression des matières contenues dans l'estomac, et elle me paraît par cela même s'opposer à l'arrêt et à la pénétration sur place des particules solides. Aussi, je le repète, n'ai-je jamais trouvé dans l'épaisseur de cet épithélium la moindre trace de ces particules.

Quant à l'épithélium cylindrique à petites cellules des sillons de l'estomac utriculaire et de la gouttière inférieure de l'estomac tubulaire, il est probablement destiné à permettre facilement l'arrivée des matières solubles dans le torrent circulatoire, et ses cils servent à faire progresser les détritus qui doivent être rejetés.

Voici en définitive comment je présume que s'accomplissent les phénomè-

nes de la digestion et de l'absorption dans les diverses régions de l'estomac.

Les diatomées, infusoires, petits crustacés, larves de vers, de mollusques, etc., sont conduits vers l'estomac en suivant la gouttière qui se trouve au bord inférieur de la branchie, et qui est garnie de très-longs cils vibratiles. Ces aliments sont conduits ainsi jusque dans l'intervalle qui sépare les deux tentacules buccaux d'un même côté, et ces derniers les introduisent dans l'estomac, ainsi que nous l'avons vu précédemment. Arrivés dans l'estomac utriculaire, les aliments sont mis en contact avec les produits de sécrétion du foie et des glandes gastriques. Ils sont en partie attaqués par ces sucs ; les matières grasses sont émulsionnées et en partie absorbées. On en trouve en effet des quantités considérables dans les bourrelets d'épithélium à grandes cellules, et c'est ce que montre la *fig.* 3, Pl. XXVII *bis*, où l'on aperçoit la partie profonde de la couche épithéliale. Cette pénétration des globules graisseux dans les interstices des cellules est évidemment provoquée et favorisée par les contractions des parois stomacales. Ces globules graisseux sont ainsi enfoncés entre les cils, et de là dans les intervalles des cellules, où la couche est plus facilement pénétrable.

Les globules cheminent ensuite de la surface à la partie profonde de l'épithélium, soit en vertu de la *vis à tergo*, poussés qu'ils sont par les globules nouvellement introduits, soit par résorption graduelle de la substance intercellulaire molle de la couche épithéliale. Nous les suivrons plus tard dans les couches sous-jacentes de l'estomac.

Les portions d'aliments dissoutes s'écoulent dans les rigoles sinueuses de l'estomac, et y sont en partie absorbées. Les aliments non dissous et non suffisamment divisés tombent également dans ces rigoles et sont conduits par elles jusqu'à l'estomac tubulaire. Ils pénètrent tous dans la gouttière supérieure ou glandulaire de cet estomac, attendu que la gouttière inférieure est fermée par le contact des deux bourrelets latéraux et par le bourrelet médian de l'estomac utriculaire (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 1). Là, ces aliments se trouvent soumis à l'action d'un nouveau liquide provenant des cellules brunâtres, et à la pression des cils puissants de cette couche contre le stylet cristallin. Les diatomées sont attaquées, comprimées, et leur endochrome est rendu libre sous forme de gouttelettes jaunâtres.

Les aliments sont malaxés dans le plan courbe compris entre le stylet et

la paroi de la gouttière, soit par les cils, soit par les contractions musculaires. Les parties dissoutes peuvent être là en partie absorbées, tandis que les aliments non solubles et les résidus inabsorbables sont conduits par les gouttières obliques et circulaires jusqu'aux bourrelets inférieurs de la gouttière. Ils se trouvent là en présence des grandes cellules. Comprimés entre les deux bourrelets qui s'appliquent l'un contre l'autre, ils pénètrent entre les cellules, s'ils sont d'une ténuité suffisante ; sinon, ils sont rejetés dans la gouttière inférieure lisse, en même temps que les liquides qui proviennent de la gouttière supérieure. Cette gouttière inférieure, tapissée par des cils vibratiles d'une grande activité, les pousse vers l'extrémité postérieure de l'estomac tubulaire et jusqu'à l'orifice pylorique, qui se trouve précisément compris dans cette gouttière et sous le bourrelet droit (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 1, 9).

Les sucs non absorbés et les matières non absorbables pénètrent ainsi dans l'intestin, où elles trouvent sur la paroi inférieure deux bourrelets de longues cellules qui passent insensiblement sur le reste de la paroi intestinale à une couche de cellules plus courtes, mais de même nature qu'elles et bien différentes de l'épithélium jaunâtre de l'estomac tubulaire. Dans l'intestin, l'absorption continue, les substances solides pénétrant surtout dans les bourrelets, qui par leur mollesse relative permettent mieux leur introduction. Ces bourrelets en effet renferment des particules insolubles jusqu'en arrière du rectum cardiaque. Enfin les résidus non digestibles sont rejetés par l'anus. Celui-ci se trouve exactement sur le passage de l'eau, qui revenant des branchies va s'engager dans un orifice spécial du manteau.

Il y a donc, dans le tube digestif de la Moule, des formes diverses d'épithélium qui paraissent en rapport avec des fonctions spéciales.

1° Un épithélium brun jaunâtre à cellules volumineuses et à granulations brunes nombreuses, à cils durs, forts, résistants, et que je considère comme un épithélium de sécrétion et d'absorption des matières dissoutes. Je n'ai jamais découvert dans l'intervalle de ces cellules la plus petite parcelle de substance figurée.

2° Un épithélium d'absorption des particules insolubles, et peut-être aussi des substances dissoutes. Il y a toujours dans sa profondeur des particules, des globules non dissous, à moins que l'animal ne soit à jeun depuis plusieurs jours. Le niveau où se trouvent ces particules est d'autant plus

profond que l'animal a été retiré depuis plus longtemps du milieu où il vit.

3° Enfin un épithélium à petites cellules vibratiles, à cils très-actifs, produisant à l'œil, sous l'objectif du microscope, l'aspect d'un fleuve qui s'écoule à flots pressés. Il me paraît être un épithélium d'absorption des liquides, et plus spécialement un épithélium conducteur des corps non absorbables et des détritus qui doivent être rejetés.

A ces trois espèces d'épithélium on peut en ajouter une quatrième formée par les cellules épithéliales renflées en massue, que l'on trouve çà et là dans le fond des sillons qui séparent les mamelons à longues cellules.

Je dois maintenant parler du trajet que suivent les particules solides absorbables quand elles ont atteint la base de l'épithélium des bourrelets.

Ces particules, réunies en petites masses fusiformes, ont cheminé entre les longues cellules jusqu'à la couche conjonctive qui revêt les muscles du tube digestif, et qui est pourvue par places de gros noyaux. Elles pénètrent à travers cette couche, et ensuite à travers la couche musculaire, comme des corps étrangers qui cheminent dans l'organisme, produisant la résorption des parties les moins résistantes, et suivant un trajet qui leur est tracé par la position même de ces parties. Elles passent à côté des petites artères, vrais capillaires qui se trouvent dans les parois intestinales, et notamment dans la couche musculaire. Il est peu probable qu'elles pénètrent dans ces vaisseaux, où la pression cardiaque se fait sentir dans une certaine mesure. Dans tous les cas, il ne m'a pas été possible de rien constater à cet égard; mais ce que j'ai pu voir nettement sur des Moules examinées en pleine digestion, peu de temps après la pêche et alors que le tube digestif était bourré de matières alimentaires, c'est qu'après avoir traversé les muscles, ces espèces de fuseaux alimentaires pénétraient dans la couche de tissu lacunaire qui enveloppe le tube digestif, mais qui est plus particulièrement épaisse et développée au niveau des bourrelets et des saillies à grandes cellules (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 3, 4; Pl. XXVII *ter*, *fig.* 1, 4).

Cette couche de tissu lacunaire m'a présenté du reste deux aspects bien différents selon que je l'examinais sur un animal à jeun depuis plusieurs jours, ou sur un animal en pleine digestion. Sur un animal à jeun, ce tissu était formé de trabécules de tissu conjonctif fibrillaire (Pl. XXVII *ter*, *fig.* 2,

3, 3, 3) qui limitaient des intervalles plus ou moins réguliers et arrondis, formant des lacunes 1, 1, 1 dans lesquelles se déversait le sang à la sortie du système capillaire. Ces bandes ou trabécules renfermaient un petit nombre de noyaux pourvus de plusieurs nucléoles brillants, et dont quelques-uns, placés sur les bords mêmes des trabécules et faisant saillie dans la cavité de la lacune, semblaient près de tomber dans le courant sanguin.

Sur une Moule bien nourrie et prise en pleine digestion, l'aspect était différent: la structure fibrillaire des trabécules était insaisissable et masquée par une accumulation extraordinaire de noyaux fortement pressés les uns contre les autres (Pl. XXVII *ter*, *fig.* 1), limitant les lacunes veineuses 4, 4. Ces noyaux avaient généralement $0^{mm},01$ de diamètre. Sur la limite externe du tissu périphérique du tube digestif, la quantité de noyaux décroissait et la structure fibrillaire redevenait évidente. C'est ce qui se voit nettement dans la *fig.* 1, Pl. XXVII *ter*, qui représente la coupe d'une saillie de l'estomac où le tissu lacunaire sous-jacent à la couche musculaire présente les deux aspects que je viens de décrire ; au centre de ce mamelon se trouvent deux artères 3, 3 qui se distinguent des lacunes par leur enveloppe musculaire. Le tissu lacunaire est limité à l'extérieur par des tubes hépatiques.

La *fig.* 3 de la Pl. XXVII *bis* représente la partie profonde de l'épithélium de cette saillie stomacale, ainsi qu'une partie de la couche musculaire, exagérée par le dessin, et un fragment du tissu lacunaire sous-jacent. Elle représente également, sur cet animal observé en pleine digestion, l'aspect et la marche des fuseaux de corpuscules insolubles ; ces fuseaux traversent la couche de tissu conjonctif sous-épithélial, la couche musculaire, et pénètrent enfin dans les trabécules du tissu lacunaire, dans lequel ils deviennent plus étroits et se réduisent à des traînées presque linéaires. On comprend qu'il n'est pas possible de les suivre plus loin.

Il me semble permis de comparer ce tissu conjonctif lacunaire qui entoure le tube digestif, mais dont la couche s'épaissit généralement au-dessous des bourrelets épithéliaux à longues cellules ; il me semble, dis-je, permis de le comparer au tissu *adénoïde* des follicules de Peyer et des ganglions lymphatiques de l'intestin des vertébrés. On est conduit à penser, en effet, que la pénétration des liquides nutritifs et des corpuscules graisseux dans les

trabécules de ce tissu y produit, pendant la digestion, comme dans le tissu *adénoïde* ci-dessus, une prolifération abondante de noyaux et de corpuscules qui, s'échappant des trabécules, tombent dans les lacunes sanguines pour former les globules du sang. Il y aurait donc, autour du tube intestinal, et plus particulièrement au niveau des bourrelets épithéliaux à longues cellules, un tissu représentant le *système chylifère* des vertébrés, avec les différences que comporte la simplicité de l'organisme chez les mollusques, et le défaut d'une distinction entre le système des vaisseaux sanguins et le système des vaisseaux lymphatiques.

Le *foie*, que je décris ici comme annexe du tube digestif, occupe la partie antérieure de la masse viscérale, et entoure entièrement l'estomac utriculaire, une petite portion de l'estomac tubulaire, et l'anse antérieure formée par une partie de l'intestin récurrent et de l'intestin terminal (Pl. XXVII, *fig.* 3, 9, 9). Il s'étend en arrière jusqu'au voisinage du péricarde, et est formé de lobules qui sont eux-mêmes décomposables en acini glandulaires allongés. C'est une véritable glande en grappe dont les canaux excréteurs se réunissent successivement pour venir déboucher dans l'estomac utriculaire.

Les tubes glandulaires sont constitués par une membrane externe conjonctive mince, par une couche de cellules internes (Pl. XXVII *ter*, *fig.* 1, 1). Ces cellules, dépourvues d'enveloppe, doivent à leur pression réciproque une forme prismatique (Pl. XXVII *bis*, *fig.* 17 ; Pl. XXVII *ter*, *fig.* 1, 1). Elles se distinguent difficilement l'une de l'autre ; on peut pourtant les isoler, et l'on remarque alors qu'elles sont formées par un protoplasma jaune verdâtre renfermant des granulations plus foncées et de nombreux globules graisseux. Au centre de la cellule se trouve un noyau à granulations jaunes verdâtres. Ces cellules ont de $0^{mm},01$ à $0^{mm},02$.

Les tubes ou acini glandulaires sont séparés entre eux par des espaces lacunaires dans lesquels circule le liquide sanguin (Pl. XXVII *ter*, *fig.* 7, 1).

*Note*. Soixante-deux examens provenant du contenu de l'estomac de Moules arrivant des Martigues (étang de Berre), examens faits par mon ami M. Guinard, si compétent pour tout ce qui a trait à l'histoire des Diatomacées, ont donné le résultat suivant :

DIATOMACÉES.

Achnanthes longipes (Agardh).
Achnanthes brevipes (Agardh).
Amphipleura sigmoïdea (Smith).
Amphitetras antediluviana (Ehrenberg).
Amphora robusta (Grégory).
Bacillaria paradoxa (Gmelin).
Biddulphia pulchella (Gray).
Cocconeis scutellum (Ehrenberg).
Coscinodiscus excentricus (Ehrenberg).
Coscinodiscus radiatus (Ehrenberg).
Grammatophora marina (Kützing).
Navicula didyma (Ehrenberg).
Navicula nitescens (Grégory).
Nitzschia sigma (Smith).
Pinnularia cyprinus (Ehrenberg).
Pleurosigma formosum (Smith).
Pleurosigma strigosum (Smith).
Rhabdonema arcuatum (Kützing).
Rhipidophora paradoxa (Kützing).
Synedra gracilis (Smith).

Nombreuses spicules d'éponges.
Débris nombreux de petits entomostracés.
Fragments d'ulves.
Filaments de Bangia.
Nématoïdes (Stenolaimus lepturus, Marion).
Spicules de Gorgones.

On trouve également des infusoires, des œufs d'animaux inférieurs, de petites larves, etc.

## V.

### APPAREIL DE LA CIRCULATION.

L'appareil de la circulation chez la Moule présente quelques particularités dignes d'être signalées. Je compte du reste ici donner une description détaillée de cet appareil, faire une étude histologique de ses diverses parties

et indiquer aussi les moyens d'étude. Cette dernière partie ne pourra être traitée qu'après l'étude descriptive, c'est-à-dire quand le nom et la disposition des parties seront assez connus du lecteur pour qu'il puisse comprendre les indications données pour le choix des vaisseaux qui doivent être le point de départ des injections.

Coeur et péricarde. — Le cœur est situé à la région dorsale, immédiatement en arrière de l'extrémité postérieure de la charnière (Pl. XXIII, *fig.* 1, 7; Pl. XXIV, *fig.* 1, 3, *fig.* 2, *fig.* 3, 1). Il se compose d'un ventricule et de deux oreillettes. Le ventricule est fusiforme à l'état de plénitude moyenne; il devient ovoïde lorsqu'il est bien distendu par une injection. Son extrémité antérieure correspond à l'embouchure de l'aorte (Pl. XXIV, *fig.* 2, 1'; Pl. XXIII, *fig.* 1); son extrémité postérieure est fermée, et forme un cul-de-sac au-dessous de l'intestin rectal, qui, comme nous l'avons vu, traverse la cavité du cœur d'avant en arrière. Il résulte de là que l'embouchure de l'aorte est au-dessus du rectum quand celui-ci pénètre dans le cœur, tandis que le cœcum postérieur du cœur est au-dessous du rectum quand celui-ci en sort.

Les oreillettes sont placées d'une manière symétrique de chaque côté du ventricule, qu'elles enveloppent en partie. Ce sont deux masses de couleur brune à surface très-mamelonnée (Pl. XXIII, *fig.* 1, 12; Pl. XXIV, *fig.* 1, *fig.* 2, *fig.* 3; Pl. XXV, *fig.* 1, *fig.* 3), présentant une cavité centrale entourée de nombreux diverticula ou culs-de-sac qui font saillie à la surface. Chacune des oreillettes communique d'une part avec le ventricule, et d'autre part avec le vaisseau qui remonte obliquement de bas en haut et d'arrière en avant, et auquel j'ai donné le nom de *veine afférente oblique*.

L'oreillette communique avec le ventricule par un goulot très-étroit (Pl. XXIV, *fig.* 1), auquel correspond un petit orifice en forme de boutonnière verticale 4, pourvu de deux valvules sigmoïdes qui permettent le passage du sang de l'oreillette dans le ventricule, et s'opposent à son retour.

La *veine afférente oblique* (Pl. XXIV, *fig.* 2, 5, *fig.* 3, *fig.* 4, 1; Pl. XXIII, *fig.* 1, 13) s'abouche largement dans l'oreillette, en bas et en avant de cette cavité. Cette veine s'élargit à ce niveau en entonnoir et forme

en réalité l'oreillette par sa dilatation. Je reviendrai sur ces rapports quand je décrirai la veine afférente oblique.

Enfin l'oreillette, qui est libre dans le péricarde par la presque totalité de sa surface, adhère par la partie postérieure de son bord inférieur à la paroi externe de la cavité péricardique. Ces adhérences sont formées par de petits vaisseaux veineux assez nombreux qui viennent des parties voisines du manteau et qui se jettent directement dans l'oreille (Pl. XXIV, *fig.* 2).

La cavité péricardique, dans laquelle se trouvent logés le ventricule et les oreillettes, présente la forme d'un parallélipipède aplati de haut en bas, et à angles arrondis (Pl. XXVII, *fig.* 3). Son plancher est formé, comme nous l'avons vu, par l'estomac tubulaire et par l'intestin récurrent, placés parallèlement, l'un à gauche, l'autre à droite, et plongés dans du tissu conjonctif parcouru par des portions de la glande génitale. Les parois externes et supérieure du péricarde sont formées par une membrane mince, transparente, qui se continue sur toute sa circonférence avec le corps de l'animal (Pl. XXIV, *fig.* 1, 2).

Le péricarde est lui-même recouvert supérieurement et sur la ligne médiane, par le raphé du manteau et ses deux bandes musculaires (Pl. XXIV, *fig.* 1), et latéralement par une portion très-amincie du manteau, qui ne renferme pas ordinairement de portion de la glande génitale. Cela permet de voir les mouvements du cœur à travers les deux membranes qui le recouvrent, dès qu'on a détaché l'animal de la coquille.

Le péricarde renferme toujours du liquide, et sa cavité, loin d'être complétement fermée, présente de chaque côté, près de l'extrémité antérieure de son plancher, un large orifice (Pl. XXIII, *fig.* 1; Pl. XXIV, *fig.* 1, *fig.* 2, *fig*, 3; Pl. XXV, *fig.* 3; Pl. XXVII, *fig.* 3) qui fait communiquer le péricarde avec un conduit placé au-devant de la veine afférente oblique, conduit auquel j'ai donné le nom de *couloir* (Pl. XXIV, *fig*, 2 et 3, 4), et sur lequel nous aurons à revenir.

Artères. — Le ventricule ne fournit pas de vaisseau par son extrémité postérieure ; il en résulte que, contrairement à ce qui se passe chez la plupart des mollusques lamellibranches, il n'y a pas d'*aorte postérieure*, et les vaisseaux, soit intestinaux, soit palléaux postérieurs, qui naissent ordinai-

rement de cette dernière, proviennent, chez la Moule, d'un tronc commun qui naît de la face inférieure du *bulbe aortique*.

De l'extrémité antérieure du ventricule naît l'aorte antérieure (Pl. XXIII, *fig.* 1), qui commence par un renflement ou *bulbe*. Entre le bulbe et le ventricule se trouve un rétrécissement pourvu de valvules sigmoïdes qui s'opposent au retour du sang dans le ventricule.

Le bulbe aortique (Pl. XXIII, *fig.* 5, 1) naît immédiatement au-dessus et au-devant du point où le rectum cardiaque 5 pénètre dans le ventricule 4.

Le bulbe donne immédiatement naissance à plusieurs gros vaisseaux, et se rétrécit ensuite pour former l'aorte antérieure, qui suit le bord supérieur du corps au-dessous de la charnière (Pl. XXIII, *fig.* 1), et qui là est tout à fait superficielle et peut facilement être distinguée, comme une bande de deux millimètres de largeur, transparente et légèrement sinueuse. Quand elle est injectée, l'aorte fait sur le bord supérieur du corps une saillie très-marquée. Elle est protégée dans tout son parcours par la charnière et son ligament. Au niveau de l'extrémité antérieure de ce dernier, l'aorte se bifurque et forme deux gros troncs qui se portent un peu à côté de la ligne médiane et suivent un parcours identique des deux côtés.

De la face inférieure du bulbe naît un gros tronc très-court qui se divise immédiatement en un bouquet de trois troncs secondaires (Pl. XXIII, *fig.* 2, 10). On peut lui donner le nom de *tronc cœliaque*. Il fournit d'abord deux gros troncs très-courts et latéraux, ou artères *gastro-intestinales* (Pl. XXIII, *fig.* 5, 2, 2), et un petit tronc médian 3, ou *artère péricardique*.

L'artère péricardique (Pl. XXIII, *fig.* 5, 9, *fig.* 2, 9, *fig.* 4, 8) se porte immédiatement en arrière, en suivant la partie moyenne du plancher du péricarde. Elle est d'un moyen calibre. Comme elle est superficiellement située, on l'aperçoit sur les sujets injectés, dès qu'on a ouvert le péricarde et repoussé le cœur sur le côté. Elle fournit à droite et à gauche de petits vaisseaux qui se distribuent au plancher du péricarde, c'est-à-dire à la portion correspondante de l'estomac tubulaire et de l'intestin récurrent, au tissu conjonctif et à la portion des glandes génitales qui se trouvent dans cette région. Elle se termine postérieurement sur l'origine du rectum terminal. La *fig.* 3, Pl. XXIII, dans laquelle le rectum cardiaque 3, dépouillé

du ventricule, a été détaché du rectum terminal 4 et soulevé, permet de se rendre compte de la distribution de cette artère péricardique.

Les troncs *gastro-intestinaux* sont beaucoup plus volumineux; ils sont très-courts et se divisent en artères *gastro-intestinales antérieures* et en artères *gastro intestinales postérieures*.

Les artères gastro-intestinales antérieures (Pl. XXIII, *fig.* 2, 4, 4', *fig.* 4, 6; 6') se portent immédiatement en avant, et forment deux troncs parallèles antéro-postérieurs. Peu après leur origine, elles fournissent chacune une longue artère *récurrente* (Pl. XXIII, *fig.* 2, 5, 5. *fig.* 4, 10, 10) qui se porte d'abord en dehors et ensuite directement en arrière. Ces artères ont un long trajet : situées dans la partie supérieure des parois de la cavité des flancs, elles atteignent et dépassent la limite postérieure de cette cavité. Elles fournissent successivement des branches qui se distribuent aux parois interne et externe de la cavité des flancs, mais surtout à la paroi externe, qui renferme, comme nous l'avons vu, plusieurs faisceaux de muscles et des portions des glandes génitales. Les terminaisons inférieures de ces branches se distribuent à la bosse de Polichinelle. La *fig.* 4 de la Pl. XXIII, où les cavités des flancs ont été ouvertes supérieurement, montre la distribution de ces vaisseaux récurrents.

Après avoir fourni ces artères récurrentes, les artères gastro-intestinales antérieures se portent en avant de chaque côté de l'estomac tubulaire, auquel elles fournissent des branches, et s'épanouissent enfin en un bouquet de rameaux qui se distribuent à l'estomac utriculaire et à la portion voisine de l'intestin récurrent.

Les artères gastro-intestinales postérieures sont volumineuses (Pl. XXIII *fig.* 2, 6, 7, *fig.* 4, 7, 9). Elles diffèrent un peu à droite et à gauche, ce qui tient à leur position symétrique de chaque côté de l'estomac tubulaire et à la présence de l'intestin récurrent à la droite de ce dernier. L'artère gastro-intestinale postérieure gauche se porte à gauche de l'estomac tubulaire, qu'elle suit jusqu'à sa terminaison postérieure (Pl. XXIII, *fig.* 2, 6, *fig.* 4, 7). Elle fournit, chemin faisant, une série de petites branches qui se détachent à angle droit et qui se ramifient sur la moitié gauche de cet estomac. L'artère gastro-intestinale droite est plus volumineuse; elle se place à droite de l'estomac tubulaire (Pl. XXIII, *fig.* 2, 7, *fig.* 4, 9). Elle est située

dans la gouttière formée par le parallélisme de l'estomac tubulaire et de l'intestin récurrent (Pl. XXVII, *fig.* 3, 4), et se trouve profondément cachée. Pour la découvrir, il faut détacher le rectum terminal et écarter ensuite l'intestin récurrent de l'estomac tubulaire. Peu après son origine, elle fournit ordinairement une ou deux grosses branches collatérales qui, se portant à droite, passent au-dessous de l'intestin récurrent en croisant sa direction, et qui, longeant ensuite le côté droit de celui-ci, viennent former une artère *intestinale* symétrique à l'artère gastro-intestinale postérieure gauche (Pl. XXIII, *fig.* 2, 8). Cette artère se distribue à la portion correspondante de l'intestin récurrent. Quant à l'artère gastro-intestinale postérieure droite, elle fournit successivement des rameaux à la moitié droite de l'estomac tubulaire et à la moitié gauche de l'intestin récurrent. Quelques rameaux assez importants se portent en haut sur le rectum terminal (Pl. XXIII, *fig.* 5, 7, 7), et s'y anastomosent entre eux, pour former un tronc longitudinal qui fournit des artérioles au rectum et se prolonge jusqu'à l'anus.

Un peu en arrière de l'origine du tronc cœliaque, le bulbe aortique fournit latéralement de chaque côté un tronc volumineux qui, quoique donnant quelques rameaux au foie, mérite surtout le nom de *grande artère palléale* (Pl. XXIII, *fig.* 1, 9, *fig.* 5). Cette artère, d'abord noyée dans le tissu parenchymateux qui enveloppe le bulbe, devient bientôt superficielle et très-facile à voir, même sans injection, sur la face externe du foie, un peu au-devant du péricarde et du couloir péricardique. Sa situation est très-utile à connaître, car on peut la choisir pour point de départ des injections du système artériel, et, comme elle est d'un calibre assez considérable, elle permet d'obtenir de fort beaux résultats sans détériorer l'animal. J'indiquerai plus tard la manière dont il faut opérer.

L'artère grande palléale se divise ordinairement, peu après son origine, en deux troncs d'une importance relative variable. Ces troncs sont sinueux et se portent l'un et l'autre en bas et en arrière. L'antérieur se distribue à la partie antérieure et moyenne du manteau, le postérieur à la partie moyenne et postérieure. Ils fournissent d'abord l'un et l'autre quelques rameaux hépatiques, et ensuite des branches palléales nombreuses qui se subdivisent à leur tour dans toute l'étendue du manteau, pour y former le réseau lacu-

naire palléal. Je dois faire remarquer que c'est à la *face externe* du manteau que se trouvent les artères palléales. Sur un manteau épaissi et rendu opaque par le développement des glandes génitales à l'époque de la reproduction, les artères injectées ne se voient pas sur la face interne du manteau; elle n'apparaissent que sur la face externe. Les troncs veineux, au contraire, ne sont visibles que sur la face interne.

Après avoir fourni les artères grandes palléales, l'aorte donne naissance à plusieurs artères *hépatiques*, ordinairement au nombre de trois de chaque côté (Pl. XXIII, *fig.* 1, 9′, 9″, 9‴). Ce sont des troncs très-courts se détachant par paires et à angle droit du tronc aortique, et se distribuant dans le foie. Quelques petits rameaux dépassant la région du foie vont aussi se distribuer dans la portion voisine du manteau 9′.

Les deux artères *terminales* de l'aorte se séparent à angle très-aigu (Pl. XXIII, *fig.* 1, 9⁗), et se portent en bas et en avant jusqu'au sommet du capuchon formé antérieurement par le manteau. Là, elles se recourbent en arrière et se terminent en fournissant plusieurs vaisseaux. Il arrive assez souvent que la troisième artère hépatique 9‴ naît d'une des artères terminales de l'aorte. Après, naissent de petits vaisseaux destinés au capuchon palléal et au bord antérieur de l'ouverture du manteau.

L'artère terminale de l'aorte fournit, pour chacun des tentacules buccaux, une artère assez importante qui en suit le bord libre supérieur ou lisse (Pl. XXIII, *fig.* 9, 5, et *fig.* 10, 1, *fig.* 6, 10), et qui donne, surtout par le bord inférieur, une série très-élégante de petits vaisseaux sinueux et parallèles qui se distribuent dans le tentacule. Il y a donc quatre artères *tentaculaires*.

Les *aortes terminales* fournissent encore des artères destinées à la partie antérieure du corps, aux lèvres buccales, aux muscles rétracteurs antérieurs du pied, au pied lui-même, etc.

Le muscle adducteur postérieur des valves est vascularisé par des rameaux postérieurs de la grande palléale et par des rameaux des artères gastro-intestinales postérieures.

VEINES. — Les voies de retour du sang au cœur sont beaucoup plus complexes et bien plus difficiles à étudier que les artères. Sur leur parcours

se trouvent deux systèmes particuliers qui méritent chacun une étude spéciale, et sur lesquels je reviendrai après l'étude de l'appareil circulatoire; je veux dire les branchies ou organes de la respiration, et le corps de Bojanus ou organe de l'excrétion urinaire. Pour le moment, je me bornerai à quelques indications générales sur la circulation spéciale dont ces organes sont le siége.

Le sang qui revient des diverses parties du corps suit des trajets très-différents suivant les organes; mais, après avoir suivi des voies diverses, la plus grande partie du sang vient se réunir dans des canaux communs qui aboutissent directement au cœur; c'est par ces canaux collecteurs que je vais commencer la description du système veineux.

Il y a de chaque côté du corps un grand vaisseau oblique de haut en bas et d'avant en arrière, et qui, partant de l'oreillette, dans laquelle il s'abouche largement, va s'ouvrir dans un grand vaisseau horizontal placé au niveau du bord adhérent du manteau et de la base des branchies. Le vaisseau oblique auquel j'ai donné le nom de *veine afférente oblique du cœur* (Pl. XXIV, *fig.* 1, 9, *fig*, 2, 5, *fig.* 4, 1; Pl. XXVII, *fig.* 1, 1), est renfermé dans le *couloir péricardique* du corps de Bojanus, couloir que nous avons déjà vu (Pl. XXIV, *fig.* 1, *fig.* 2, 4, *fig.* 3, 4, *fig.* 4, 2). Elle adhère à la paroi externe et lisse du couloir par le tiers postéro-externe de sa circonférence environ, les deux autres tiers étant libres et faisant saillie dans le couloir péricardique. Ces deux tiers antéro-internes sont en grande partie occupés par des inégalités ou saillies mamelonnées exactement semblables à celles de l'oreillette, dont elles ne sont du reste que la continuation directe. Ces saillies ont aussi, comme l'oreillette, une coloration brunâtre qui s'aperçoit parfaitement dès qu'on a enlevé la coquille, grâce à la transparence de la paroi externe du couloir péricardique. La veine afférente oblique se trouve donc divisée nettement suivant sa longueur en deux portions distinctes : l'une postérieure et externe, lisse et incolore, en grande partie adhérente, et l'autre antérieure, inégale, mamelonnée, de couleur brune, qui est entièrement libre et plongée dans le liquide du couloir péricardique.

Inférieurement, la veine afférente oblique s'évase un peu, et s'abouche obliquement avec un grand canal veineux que j'ai déjà désigné sous le nom de veine *longitudinale*, et qui doit être divisé en deux parties : la partie

postérieure ou veine ***longitudinale postérieure*** (Pl. XXIV, *fig.* 2, 6, *fig.* 3, 6, *fig.* 4, 3; Pl. XXVII, *fig.* 1, 3), et la partie antérieure ou ***veine longitudinale antérieure*** (Pl. XXIV, *fig.* 2, 6', *fig.* 3, 6', *fig.* 4, 8; Pl. XXVII, *fig.* 1, 3').

La veine longitudinale antérieure se distingue, même sans injection, à la surface externe du corps, après qu'on a détaché la coquille. Son trajet correspond exactement à la base de la branchie ; il est marqué en gris (Pl. XXIII, *fig.* 1. Elle commence antérieurement par une extrémité légèrement recourbée et étroite, et se porte ensuite horizontalement en arrière, en prenant progressivement un calibre plus considérable. C'est un canal aplati de dehors en dedans, et qui a par conséquent deux parois, l'une externe et l'autre interne. La paroi externe est formée par du tissu conjonctif. Elle est lisse et présente quelquefois, à la partie supérieure seulement, quelques plaques de tissu bojanien brun verdâtre (Pl. XXVII$^{5}$, *fig.* 2, *fig.* 3) (1). La paroi interne est lisse. Elle est formée par une membrane transparente à travers laquelle on aperçoit la partie supérieure des filets branchiaux, auxquels elle adhère (Pl. XXIV, *fig.* 2 et 3, 6, *fig.* 4, 5, *fig.* 5, 4). Sur la paroi externe de cette veine longitudinale antérieure viennent adhérer des organes spéciaux qui prennent naissance sur le manteau, et que je décrirai plus tard sous le nom d'*organes godronnés* (Pl. XXIV, *fig.* 2, 8).

La veine longitudinale postérieure a une forme moins régulière que la précédente. Tandis que celle-ci s'abouche dans la *veine afférente oblique* en faisant un angle très-aigu, la veine longitudinale forme avec la veine afférente oblique un angle si obtus qu'elle en est pour ainsi dire la continuation directe. Cette veine présente une cavité très-irrégulière, très-anfractueuse et très-variable suivant les sujets (Pl. XXVII$^{5}$, *fig.* 1, 1, 1, 1). On y distingue généralement une cavité centrale avec laquelle communiquent des cavités ou anfractuosités secondaires ; mais cette cavité centrale est très-variable dans ses dimensions et dans sa capacité, relativement aux anfractuosités qui en dépendent. Ainsi, nous voyons dans la *fig.* 4 de la Pl. XXIV une veine longitudinale postérieure dont la cavité centrale ou confluente est très-distincte, très-vaste, et s'étend jusqu'au muscle adducteur postérieur des

(1) La Pl. XXVII$^{5}$ ne paraîtra que dans le prochain fascicule de l'Académie.

valves. Le sujet de la *fig.* 2, au contraire, avait une cavité centrale plus courte, plus réduite. Il existe même des cas où la veine longitudinale est si anfractueuse, si subdivisée dès son origine, qu'on a de la peine à la reconnaître comme un vaisseau; c'est plutôt un tissu caverneux ou spongieux. Ce qui frappe dans sa structure, c'est que ses parois sont presque partout tapissées par le tissu de l'organe de Bojanus, qui s'y subdivise en languettes, en lobes, en saillies, en lames dirigées dans tous les sens. Ce sont ces lames qui donnent à la cavité de la veine longitudinale postérieure cette structure spongieuse, et qui subdivisent sa cavité en cavités secondaires communiquant plus ou moins les unes avec les autres.

Les *fig.* 4 et 5 de la Pl. XXV représentent une portion de la paroi externe de la veine sur laquelle sont situés plusieurs groupes de lobes ou culs-de-sac bojaniens. Sur cette paroi externe viennent s'insérer, comme sur la veine longitudinale antérieure, les organes godronnés de la partie correspondante du manteau (Pl. XXIV, *fig.* 2, 8, *fig.* 3, 8, *fig.* 4, 6; Pl. XXV, *fig.* 4, *fig.* 5).

Le sang du manteau revient par les veines *palléales ascendantes*, qui sont placées à sa face interne et qui y forment des arborisations très-élégantes dont les branches présentent entre elles des angles très-aigus (Pl. XXV, *fig.* 3). Les ramuscules d'origine proviennent de la région des muscles palléaux par de petites lacunes capillaires parallèles aux fibres de ces muscles 7. Ces premiers ramuscules se réunissent successivement et constituent des troncs ascendants sinueux dont le calibre croît de bas en haut. Quelques-uns de ces troncs commencent inférieurement, non pas uniquement par des lacunes capillaires, mais par un tronc déjà constitué et qui s'abouche dans le sinus *veineux marginal*, sur lequel je reviendrai (*fig.* 3, 6). La direction des veines palléales ascendantes est verticale pour celles des parties moyenne et antérieure du manteau. Elle devient de plus en plus oblique de bas en haut et d'arrière en avant, à mesure que l'on s'approche de la partie postérieure du manteau, où elle est entièrement horizontale.

Arrivées au voisinage du bord adhérent du manteau, les veines palléales ascendantes se jettent dans un grand sinus veineux horizontal qui occupe toute la longueur antéro-postérieure du manteau (Pl. XXVII, *fig.* 1, 5, 5, 5; Pl. XXV, *fig.* 3) : c'est la veine *horizontale* du manteau.

Cette veine commence en avant par une extrémité très-fine, et s'élargit d'avant en arrière. Au voisinage du muscle adducteur postérieur, son calibre est relativement considérable. Elle est très-sinueuse et forme inférieurement des angles aigus, qui sont plus ou moins prononcés suivant les sujets. C'est à ces angles que viennent s'aboucher les troncs des veines palléales ascendantes (Pl. XXVII, *fig.* 1).

Du bord supérieur de la veine longitudinale du manteau, depuis l'extrémité antérieure jusqu'au niveau du muscle adducteur postérieur des valves, naît une série de petits troncs veineux, inférieurs pour le calibre, mais supérieurs pour le nombre, aux veines palléales ascendantes. Ces troncs, logés à la face profonde du manteau (Pl. XXVII, *fig.* 1, *fig.* 1', 1), reçoivent eux-mêmes le sang des lacunes de la région correspondante du manteau, et se divisent bientôt en un bouquet de petites veines parallèles qui remontent supérieurement et occupent le bord supérieur ou externe de l'un des organes godronnés que j'ai déjà signalés. Ce petit vaisseau lacunaire communique largement avec la cavité du corps godronné (Pl. XXVII, *fig.* 2, 5) par son bord interne, et avec des lacunes capillaires du manteau par son bord externe (*fig.* 2, 6).

Le corps godronné conduit le sang dans la veine longitudinale et le met en contact avec l'organe de Bojanus, surtout en arrière (Pl. XXVII$^5$, *fig.* 1, 5). Ce sang, ou bien pénètre directement de l'organe godronné dans la veine longitudinale, et c'est ce qui a lieu surtout pour la veine longitudinale antérieure; ou bien il n'y pénètre qu'après avoir traversé en grande partie l'organe de Bojanus, ce qui a lieu pour la veine longitudinale postérieure. De la veine longitudinale, le sang retourne au cœur par la veine afférente oblique. Il résulte de là qu'une grande partie du sang qui revient du manteau se rend directement au cœur sans traverser les branchies. C'est là un fait important, que je signale en passant pour y revenir plus tard. Ce fait est établi, et par l'étude des injections, et par les insufflations de la veine longitudinale, qui remplissent immédiatement d'air les corps godronnés, la veine horizontale du manteau et les veines palléales ascendantes ; ce qui prouve bien qu'il y a une communication directe entre ces vaisseaux, et que les organes godronnés déversent une partie de leur sang dans la grande veine longitudinale.

A partir du muscle adducteur postérieur des valves, les organes godron-

nés cessent d'exister, et la grande veine palléale horizontale contracte de nouveaux rapports. Elle reçoit toujours inférieurement les veines palléales ascendantes, et près de l'extrémité postérieure les veines de la lèvre interne ou papillaire du bord du manteau (Pl. XXIII, *fig.* 6, 2; Pl. XXVII, *fig.* 1, 11); mais supérieurement elle reçoit une veine très-importante ou veine *anastomotique* (Pl. XXVII, *fig.* 1, 8), qui se porte obliquement de bas en haut et d'arrière en avant, et qui, passant sous le muscle adducteur postérieur des valves (Pl. XXIII, *fig.* 6, 3), va se jeter dans la partie postérieure de l'organe de Bojanus et de la veine longitudinale postérieure (*fig.* 6, 6, 6). Cette veine anastomotique reçoit, chemin faisant, les sinus veineux transversaux placés entre les faisceaux du muscle adducteur postérieur des valves. Elle reçoit également les veines des membranes anales supérieure et inférieure du manteau (Pl. XXIII, *fig.* 6, 13).

Un peu en avant du muscle adducteur postérieur des valves, la veine horizontale du manteau reçoit une veine importante provenant des sinus veineux compris entre les faisceaux de ce muscle adducteur (Pl. XXVII, *fig.* 1, 6); et comme ces sinus (nous venons de le voir) communiquent d'autre part avec la veine anastomotique, et par suite avec la veine longitudinale postérieure, il en résulte que cette veine du muscle adducteur constitue avec la veine anastomotique une double voie de communication entre la veine longitudinale postérieure et la veine horizontale du manteau.

Enfin, postérieurement, la veine horizontale du manteau vient s'aboucher dans un sinus veineux qui occupe le bord libre du manteau ou *sinus marginal* du manteau (Pl. XXVII, *fig.* 1, 9, 10; Pl. XXIII, *fig.* 6, 1).

Ce sinus marginal occupe tout le bord libre du manteau. Très-étroit en avant, il s'élargit progressivement en arrière et acquiert un calibre assez considérable. Il relie pour ainsi dire toutes les veines palléales. Occupant le bord même du manteau, il est caché sous le repli corné qui continue en dedans l'enveloppe cornée de la coquille, et qui recouvre, en y adhérant, la lèvre lisse ou externe du bord du manteau. Quand les muscles palléaux se contractent, cette lèvre lisse et l'enveloppe cornée sont tirées, tendues, et la veine marginale est aplatie et vidée. Nous verrons quelle est la conséquence de ce fait.

Le sang qui revient des organes digestifs, de l'estomac, des intestins, du foie, se porte vers l'organe de Bojanus, qui est longitudinalement placé

depuis le voisinage de la bouche jusqu'à la partie antéro-inférieure du muscle adducteur. Les veines du foie sont de véritables lacunes interlobulaires entourant les tubes glandulaires (Pl. XXVII *ter*, *fig.* 7, 1). Elles versent le sang dans l'organe de Bojanus en suivant des voies lacunaires du tissu conjonctif. (Pl. XXVIII[5], *fig.* 3, 9). Celles qui proviennent de la partie profonde et supérieure du foie se portent en bas et en dehors et se jettent dans le réseau sanguin du tissu bojanien; celles qui proviennent de la partie inférieure et surtout superficielle (Pl. XXIII, *fig.* 6; Pl. XXVII *ter*, *fig.* 7, 1, 2) pénètrent dans des piliers saillants situés à la surface du foie (Pl. XXVII *ter*, *fig.* 6, 1, *fig.* 7, 3; Pl. XXVII[5], *fig.* 2, 7, *fig.* 3, 8), au voisinage de la base de la branchie, et trouvent là le tissu bojanien, avec lequel elles entrent en rapport. C'est ce que démontrent clairement les injections et les coupes faites sur un animal injecté et durci.

La partie antérieure du corps comprise entre la base des tentacules buccaux et les muscles rétracteurs postérieurs du byssus présente superficiellement, entre les saillies des muscles rétracteurs du pied et du byssus, des intervalles ou cavités qui sont de vastes sinus veineux que je désigne sous le nom de *sinus intermusculaires*. De ces sinus, l'un impair médian, le plus volumineux, est entre les deux muscles rétracteurs antérieurs du pied; deux autres, pairs, sont en dehors de ces muscles, et deux autres, également pairs, sont entre le muscle rétracteur postérieur du pied et les muscles du byssus. Ils sont en communication, d'une part avec les veines du foie, du pied et des organes voisins, et d'autre part avec le réseau superficiel très-délicat qui se rend, soit dans les piliers bojaniens de la région hépatique, soit dans les veines de la bosse de Polichinelle. Nous verrons quelles sont leurs relations importantes avec l'appareil aquifère.

Le sang qui provient de la bosse de Polichinelle se réunit dans des vaisseaux lacunaires qui s'abouchent successivement d'une manière dendroïde pour former ordinairement trois troncs principaux, dont l'un, médian, suit toujours le voisinage du bord libre de la bosse, et les deux autres, latéraux, suivent les faces latérales de cette région. Ces vaisseaux communiquent du reste largement avec ceux de la partie antérieure du corps, ce qui fait qu'ils recueillent en grande partie le sang du pied et des muscles rétracteurs antérieurs et postérieurs du pied et du byssus (Pl. XXIII, *fig.* 6).

Les trois troncs formés par ces dernières veines se réunissent en un tronc commun (Pl. XXIII, *fig.* 6, 7; Pl. XXVII *ter*, *fig.* 6, 8) qui vient aboutir à la face inférieure du muscle adducteur postérieur, au voisinage des ganglions viscéraux et de leur commissure. Là, ce tronc s'abouche dans un vaisseau transversal (Pl. XXVII *ter*, *fig.* 6, 7) placé au-dessus même de la commissure nerveuse, et qui verse le sang, soit dans les vaisseaux du tissu bojanien, soit directement dans la veine longitudinale postérieure. En injectant cette veine longitudinale postérieure, on voit l'injection pénétrer immédiatement dans les veines de la bosse de Polichinelle; et réciproquement, l'injection du tronc qui vient de cette bosse pénètre directement dans la veine longitudinale et le tissu bojanien qui en dépend. Si l'on pique la veine transversale, dont le trajet est exactement indiqué par la commissure nerveuse des deux ganglions viscéraux, on injecte à la fois la veine longitudinale, le tissu bojanien et les veines de la bosse de Polichinelle.

On trouve à la face inférieure du muscle adducteur postérieur des valves deux replis triangulaires (Pl. XXIII, *fig.* 6, 16; Pl. XXIV, *fig.* 6, 8; Pl. XXVII *ter*, *fig.* 6, 6) qui sont les représentants très-réduits des ligaments suspenseurs de la branchie de certains mollusques, les Pecten par exemple. Ces ligaments sont occupés par un riche réseau de petites lacunes veineuses, qui d'une part proviennent des sinus veineux du muscle adducteur, et d'autre part vont se jeter dans la partie voisine de l'organe de Bojanus et dans le canal afférent de la branchie.

Le sang qui, venant de diverses parties du corps, pénètre dans le tissu bojanien, y parcourt un lacis lacunaire très-remarquable, sur la description duquel je reviendrai. De là, il passe en *partie* dans la branchie, en *partie* dans la veine longitudinale, qui le conduit au cœur.

Celui qui est destiné à la branchie traverse les filets branchiaux et se réunit dans la veine efférente de la branchie (Pl. XXIII, *fig.* 6, 7; Pl. XXVII *ter*, *fig.* 6, 5, 5). Ce vaisseau, dont le calibre croît d'arrière en avant, vient adhérer à la face externe du corps, au voisinage des tentacules buccaux; là, il continue son trajet entre les deux tentacules du même côté, et enfin se jette dans l'extrémité antérieure de la veine longitudinale antérieure, qui ramène au cœur le sang qu'elle reçoit. Au moment où elle devient adhérente, la veine efférente de la branchie reçoit un tronc assez volumineux

(Pl. XXVII, *fig*. 8, 3, *fig*. 7; Pl. XXVII *ter*, *fig*. 6, 5″) qui est le confluent d'un bouquet vasculaire très-élégant provenant de la surface de la région antérieure du corps, et dont le sang a subi l'influence de la respiration cutanée. La veine efférente de la branchie reçoit aussi entre les tentacules un certain nombre de petits vaisseaux qui naissent de la face interne lisse de ces tentacules.

Le sang provenant des tentacules buccaux, qui s'est trouvé en présence de l'eau, par suite de la richesse du réseau vasculaire de ces organes, se réunit en grande partie en un tronc qui suit le bord libre supérieur ou crénelé de ces organes (Pl. XXIII, *fig*. 9, 6), et qui conduit le sang directement dans la veine longitudinale antérieure. Celle-ci le ramène au cœur, sans passer par la branchie.

Enfin, je dois signaler un certain nombre de petites veines superficielles placées au voisinage de la veine afférente oblique et de l'oreillette, qui se jettent directement dans ces cavités (Pl. XXIV, *fig*. 2).

Pour résumer l'étude détaillée que je viens de faire du système circulatoire de la Moule, nous voyons qu'il comprend:

1° Un cœur à deux oreillettes, dont le ventricule est traversé par l'anus.

2° Une aorte antérieure, qui fournit au niveau du bulbe:

*A*. Une artère péricardique, impaire et médiane ;

*B*. Deux artères gastro-intestinales, paires et à peu près symétriques ;

*C*. Les artères grandes palléales, paires et symétriques ;

*D*. Les artères hépatiques, au nombre de trois de chaque côté ;

*E*. Les deux artères terminales de l'aorte, qui fournissent les artères des tentacules buccaux et de la partie antérieure du corps, du pied, etc.

3° Un système veineux, qui comprend :

*A*. Les veines afférentes obliques, paires et symétriques ;

*B*. Les veines afférentes longitudinales, paires et symétriques, divisées en antérieures et postérieures, et qui sont en relation avec le tissu bojanien, qui en tapisse les parois sur divers points ;

*C.* Des veines palléales ascendantes, qui se jettent dans la veine horizontale du manteau ;

*D.* La veine horizontale du manteau, qui fournit les petites veines des organes godronnés. Ces derniers se jettent dans la veine longitudinale et dans l'organe de Bojanus ;

*E.* Le sinus marginal du manteau, qui communique largement avec la veine horizontale du manteau ;

*F.* La veine anastomotique et la veine du muscle adducteur postérieur, qui relient la veine horizontale du manteau et la veine longitudinale postérieure ;

*G.* Les veines viscérales (foie, intestin), qui conduisent le sang à l'organe de Bojanus.

*H.* Les grands sinus superficiels de la région des muscles du pied et du byssus, ou sinus intermusculaires ;

*I.* Les veines de la bosse de Polichinelle, qui se mettent en relation avec l'organe de Bojanus et la veine longitudinale postérieure;

*J.* Les vaisseaux branchiaux, sur lesquels je reviendrai, et dont le sang provient des lacunes bojaniennes, pour se jeter ensuite dans la veine longitudinale antérieure, qui le ramène au cœur.

Voilà quelles sont les diverses parties du système circulatoire. Il me reste, pour compléter son étude, à parler du *système aquifère* et des organes godronnés.

Système aquifère. — La Moule, comme la plupart et peut-être tous les mollusques lamellibranches, possède un orifice qui fait communiquer la cavité du système sanguin avec l'eau au milieu de laquelle l'animal est plongé. L'orifice de ce système aquifère se trouve placé près de l'extrémité libre du pied, sur la face postérieure de cet organe (Pl. XXVII, *fig.* 14, 4). Il est situé au fond d'un entonnoir dont la profondeur varie considérablement suivant l'état de contraction des muscles du pied; aussi est-il très-difficile à apercevoir sur l'animal tant que la tonicité musculaire est conservée, c'est-à-dire quelquefois assez longtemps après la mort de l'animal. Pour le voir nettement, il faut l'examiner sur des animaux qui soient morts lentement dans de l'eau

additionnée d'alcool et d'acide chlorhydrique. Les muscles sont alors dans un état de relâchement complet; l'infundibulum au fond duquel se trouve l'orifice est effacé; l'orifice est devenu superficiel et apparaît sous la forme d'une petite fente losangique à grand axe parallèle à l'axe du pied, et entourée d'une petite aréole blanche, où le pigment fait défaut.

A l'orifice fait suite un canal ou *sinus pédieux* dont la coupe est à peu près triangulaire, et qui se voit nettement sur le milieu de la face postérieure du pied (Pl. XXVII, *fig.* 14, 3). Sa paroi superficielle est constituée par une membrane mince de tissu conjonctif, qui s'affaisse vers la cavité du canal quand celui-ci est vide. Il en résulte la formation d'un sillon longitudinal sur la face postérieure du pied. Ses parois profondes ou latérales sont formées par des faisceaux musculaires dépendant des muscles rétracteurs postérieurs du pied. Ce sinus débouche supérieurement dans les grands sinus veineux compris entre les muscles rétracteurs du pied et du byssus, et plus directement dans le sinus médian compris entre les rétracteurs antérieurs du pied.

Les deux faces latérales du sinus aquifère sont criblées d'orifices qui les font communiquer avec de nombreuses lacunes dont le pied est creusé et qui font de cet organe un véritable organe érectile. Les parois de ces lacunes, en effet, sont constituées par des faisceaux musculaires très-nombreux, très-anastomosés entre eux, unis à des tractus de tissu conjonctif fibrillaire qui leur servent de tendons et viennent s'insérer à la peau du pied (Pl. XXVII [4], *fig.* 11, *fig.* 12, 12'); cette peau n'est du reste elle-même que la couche extérieure de ce tissu conjonctif fibrillaire. Les muscles, disposés en faisceaux plus ou moins volumineux 1, 1, dépendent des rétracteurs du pied, mais surtout des rétracteurs postérieurs, dont ils sont la continuation directe. Ces faisceaux sont, pour la plupart, parallèles à l'axe du pied et logés vers la face postérieure, c'est-à-dire auprès des conduits aquifères. Quelques-uns prennent une direction oblique et s'entre-croisent avec d'autres, de manière à constituer des mailles losangiques dont les angles sont arrondis par la présence du tissu fibrillaire. Ces faisceaux s'insèrent successivement à la peau du pied, surtout à celle de la moitié inférieure, et plus abondamment encore à la partie infundibuliforme, au fond de laquelle est l'orifice aquifère.

Le mode d'action de cet appareil est facile à comprendre. La contraction des faisceaux musculaires longitudinaux et obliques raccourcit le pied, le

durcit, s'oppose à sa dilatation et ferme l'orifice aquifère en augmentant la profondeur de l'infundibulum et en retirant les lèvres de l'orifice. Dans ces conditions, le liquide compris dans les mailles du pied est comprimé et refoulé dans les veines de la région du foie et de la bosse de Polichinelle. Si l'on cherche alors l'orifice aquifère, il est impossible d'y pénétrer : il est fortement serré et profondément caché. Si l'on tente d'injecter ou d'insuffler le pied de la base vers l'extrémité, l'injection ou l'air ne pénètrent pas, car ils rencontrent une grande résistance de la part des muscles.

Si au contraire l'animal est au repos, et qu'il désire introduire de l'eau dans son système vasculaire, il relâche les muscles du pied : celui-ci s'allonge considérablement, les mailles reprennent un certain calibre dû à la simple tonicité des muscles, l'infundibulum s'efface, l'orifice devient superficiel et béant, et l'eau pénètre dans les lacunes inférieures.

Alors surviennent des contractions antipéristaltiques qui vont de l'extrémité libre à la base du pied, et des mouvements vermiculaires qu'il est facile d'observer et qui font remonter le liquide de bas en haut, en même temps qu'ils provoquent la pénétration de l'eau par aspiration dans l'orifice et les lacunes inférieures. Si, après avoir fait écouler l'eau que les Moules conservent ordinairement dans leur coquille, on place ces animaux dans un vase, avec une quantité d'eau insuffisante pour dépasser le bord de la valve sur laquelle repose l'animal couché latéralement, on peut observer que les Moules ouvrent bientôt leurs valves et laissent leur pied relâché plonger dans le liquide, pour aspirer ce dernier par des mouvements vermiculaires de bas en haut.

Cette eau ainsi absorbée peut avoir deux usages : réparer les pertes dues à l'évaporation et à l'excrétion urinaire, et fournir de l'eau oxygénée au sang, qui n'est qu'imparfaitement hématosé par une respiration devenue très-incomplète.

Quand l'animal a ainsi le pied relâché et plein de liquide, s'il vient à être inquiété, il y a immédiatement une contraction générale des muscles des valves du pied et du byssus, contraction qui exprime les liquides renfermés dans les vaisseaux de l'animal et qui provoque un jet brusque et court par l'orifice aquifère, avant que celui-ci ait eu le temps de se fermer. Mais c'est là une circonstance exceptionnelle et une action tout à fait acci-

dentelle ; normalement, l'orifice aquifère sert à introduire dans le système circulatoire une quantité d'eau dont j'ai déjà signalé le rôle.

Cette eau aspirée passe des lacunes du tissu érectile du pied dans les grands sinus veineux intermusculaires placés au voisinage des muscles rétracteurs du pied et du byssus. De là, ce liquide pénètre dans le réseau veineux de la partie antérieure du corps et dans les veines de la bosse de Polichinelle ; il s'y mêle avec le sang apporté par les artères. Par ces deux voies, le liquide mixte est conduit à l'organe de Bojanus, qu'il traverse avant de pénétrer dans la branchie (Pl. XXVII[5], *fig.* 3). Au sortir de la branchie il est conduit au cœur, et ce n'est qu'alors que le liquide hydro-sanguin pénètre dans l'aorte et les artères. C'est là, du reste, invariablement la voie que suivent les injections bien faites par l'orifice et les voies aquifères.

Il a été émis, sur le rôle et le jeu du système aquifère, des idées qui me paraissent mériter quelques observations.

On a pensé que, par ce système, l'animal pouvait introduire rapidement dans ses vaisseaux une grande quantité de liquide, et que c'était à cette réplétion instantanée du système vasculaire qu'étaient dus ce gonflement énorme et cette projection au dehors du pied, si remarquables chez les mollusques lamellibranches qui veulent changer de place. C'est là certainement une conception tout à fait erronée : la constitution même de l'appareil aquifère, l'exiguïté de ses orifices, le mécanisme de son fonctionnement, ne permettent pas d'admettre cette introduction immédiate et rapide d'une quantité considérable de liquide. En outre, il n'est nullement rationnel d'attribuer la saillie brusque du pied à l'introduction non moins brusque d'une quantité correspondante d'eau ; ce phénomène est dû, en réalité, à un déplacement, à un refoulement du liquide déjà contenu dans l'appareil circulatoire. Ce liquide, comprimé par des contractions musculaires dans tout le reste du corps, vient remplir et distendre les lacunes du pied, dont les muscles sont dans un état de relâchement relatif. L'effet est trop brusque et trop instantané pour qu'on puisse l'expliquer autrement.

Contrairement à l'opinion que je viens de combattre, quelques zoologistes ont pensé que les mollusques n'usaient que modérément de la faculté d'introduire de l'eau dans le système vasculaire. Le professeur Kollmann, qui

partage cette manière de voir, s'appuie sur ce que, lorsque nos mollusques d'eau douce se trouvent tranquilles dans leur habitat, ils demeurent pendant des *semaines* avec leur coquille légèrement ouverte, sans que le pied soit jamais *gonflé*[1]. Il ressort de là que le gonflement du pied serait la condition et l'indice de l'introduction de l'eau, et que cette introduction n'aurait lieu qu'à des intervalles éloignés de une ou plusieurs semaines. Il y a là, je crois, une double erreur. L'étude de l'appareil aspirateur du système aquifère, aussi bien que l'observation directe des animaux, m'ont démontré que la condition essentielle de la prise d'eau était bien plutôt un relâchement relatif des muscles du pied, accompagné de contractions fibrillaires et comme antipéristaltiques. Quant à la fréquence du phénomène, je la crois très-variable suivant les circonstances, mais dans tous les cas bien supérieure à ce qu'en pense l'auteur que je cite.

L'animal peut être exposé à de fréquentes attaques, et appelé par conséquent à rentrer fréquemment dans sa coquille. Dans ce cas, les contractions brusques et répétées de tous les muscles vident la cavité de l'organe de Bojanus, expulsent par les orifices du pied une certaine quantité de liquide hydrosanguin, et augmentent la filtration liquide de la surface de l'animal. Il y aura donc des pertes assez importantes à réparer, et l'aspiration sera assez active. Si l'animal est au contraire paisible, les pertes de liquide existeront encore, mais bien plus modérées. L'excrétion par l'organe de Bojanus, la filtration cutanée et branchiale, nécessiteront une prise d'eau, faible sans doute, mais assez souvent renouvelée. A ces conditions, ajoutons le besoin d'eau oxygénée pour l'hématose intravasculaire et pour l'excitation nutritive des tissus, et très-probablement aussi la nécessité pour l'animal de maintenir la composition du sang dans un état déterminé et pas trop différent de la composition du milieu, afin d'eviter une exosmose trop active à travers des membranes très-délicates, très-perméables et très-humectées. En présence de ces considérations, nous serons porté à penser que l'eau est introduite par l'orifice aquifère à doses très-fractionnées sans doute, par petites gouttes, mais presque incessamment. Il ne faut pas oublier de plus que nous sommes en présence d'animaux à tissus mous, presque spongieux, chez

---

[1] *Zeitschrift für viss. Zoologie*, 1875, tom. XXVI, cahier 1.

lesquels les changements momentanés de forme et de place sont dus au moins autant à des déplacements de liquide qu'à des contractions musculaires, et chez lesquels par conséquent le système vasculaire doit être maintenu dans un degré convenable de réplétion et de tension. Au reste, le fonctionnement normal de l'appareil de la circulation ne peut se faire régulièrement dans toutes les parties de l'animal qu'à cette condition.

ORGANES GODRONNÉS. — J'ai donné le nom d'*organes godronnés* à de petits organes très-délicats qui sont situés dans l'angle formé par la branchie et le manteau, et dont la forme plissée en jabot est vraiment remarquable. Quand on soulève le manteau, on aperçoit une série considérable de petits cordons parallèles qui se portent du manteau vers la base de la branchie. Ces petits cordons paraissent au premier abord n'être que des vaisseaux qui se portent du manteau au vaisseau afférent de la branchie. Au reste, M. de Lacaze-Duthiers[1] les a considérés comme tels, tandis que M. de Siebold[2] a cru y voir une portion de l'organe de Bojanus, opinion sur laquelle je reviendrai. Mais si l'on a soin d'examiner ces petits organes à la loupe et même à l'œil nu, si on les sépare des organes semblables voisins, on s'aperçoit que, au lieu d'être de simples vaisseaux, ce sont de véritables lames triangulaires qui offrent un plissement très-remarquable (Pl. XXIV, *fig.* 2, 8, *fig.* 3, 8, *fig.* 4, 6; Pl. XXV, *fig.* 3, 4, *fig.* 4, *fig.* 5; Pl. XXVII, *fig.* 2, 4).

Ces lames triangulaires adhèrent au manteau par leur bord externe à la base de la branchie et à la veine longitudinale par leur bord interne. Elles présentent un bord inférieur libre qui se voit lorsqu'on écarte le manteau, et qui a été pris pour un vaisseau. Les bords adhérents de ces lames sont plissés en jabot suivant leurs faces, de manière à présenter de leur base libre à leur sommet une succession de gouttières et de saillies très-régulières, très-élégantes, et qui sont relativement nombreuses, puisqu'on peut en compter 30 ou 40 pour un même organe. Ces plis vont en décroissant régulièrement de dimension, de la base ou bord libre au sommet. L'inférieur

---

[1] H. de Lacaze-Duthiers ; *Mém. sur l'organe de Bojanus*. (*Annal. des sciences natur.*, 1855, 4e série, tom. IV, pag. 276.)

[2] De Siebold et Stannius ; *Anat. comparée*, tom. I, 2e partie, pag. 279, note 2.

est le plus grand et présente même, quand l'organe est distendu par l'injection, une sorte de renflement ampulliforme qui se voit bien sur la *fig.* 3 de la Pl. XXV. La coupe d'une de ces lames, faite de la base au sommet, donne une figure comparable à la *fig.* 16 de la Pl. XXVII.

La structure de ces lames sinueuses est assez remarquable. Elles sont formées de deux membranes qui subissent parallèlement les mêmes inflexions (Pl. XXVII, *fig.* 16). Ces deux membranes sont très-délicates, très-minces (Pl. XXVI, *fig.* 9), formées par du tissu conjonctif fibrillaire et réunies l'une à l'autre par des piliers de ce même tissu conjonctif. Ces piliers naissent des deux membranes par des épaississements coniques qui s'effilent rapidement et se réunissent par leurs sommets (Pl. XXVI, *fig.* 9, 5, 5, 5). L'espace compris entre les deux membranes, traversé ainsi par de nombreux piliers, renferme du sang avec ses corpuscules, dont quelques-uns adhèrent plus ou moins aux piliers (*fig.* 9, 3).

Quand l'organe est distendu par une injection solidifiée, sa surface présente au microscope un aspect capitonné, car les points correspondant aux piliers sont retenus et forment des enfoncements entourés par la saillie des parties voisines distendues (Pl. XXVII[5], *fig.* 1, 5). Sur la face externe de la membrane se trouve une belle couche de cellules épithéliales très-pâles, incolores et dépourvues de pigment (*fig.* 9, 1), ayant $0^{mm},01$ de diamètre, pourvues d'un noyau de $0^{mm},006$ et portant chacune un petit nombre de cils vibratiles remarquables par leur force, leur longueur et la forme de leurs mouvements. Ces cils en effet, examinés sur le bord d'un des replis, se courbent assez lentement suivant deux sens opposés, de manière à former un sigma dont la convexité est supérieure, et se détendent ensuite d'une manière brusque, parallèlement à la surface de l'épithélium. Ces deux mouvements, qui sont représentés *fig.* 9, Pl. XXVI, sont bien faits pour chasser vivement l'eau de haut en bas et en amener le renouvellement complet à la surface des organes godronnés.

Les organes godronnés ne sont point de simples expansions de la face interne du manteau, car ils en diffèrent notablement par la régularité de leur structure, par la disposition régulière et uniforme de leurs vacuoles, disposition en série simple et telle que toutes ont de larges surfaces de contact avec l'eau ambiante. Elles en diffèrent encore par la nature de leur

épithélium, dont les cellules sont plus volumineuses que celles de la face interne du manteau, et surtout par la longueur et les mouvements de leurs cils vibratiles, car ceux de la face interne du manteau sont courts, très-serrés et ont des mouvements simples et rapides.

Aux faits précédents il faut ajouter ces considérations que, dans les organes godronnés, la surface de contact avec l'eau a été considérablement multipliée par la formation des nombreuses sinuosités ou replis, et que de plus le sang, tout en circulant librement dans l'intervalle des deux lames, y trouve pourtant des causes de ralentissement dans les nombreuses courbes à parcourir et dans l'existence des piliers. Toutes ces conditions réunies portent à considérer les organes godronnés comme destinés à favoriser et à prolonger le contact du liquide sanguin avec l'eau oxygénée, et par conséquent à jouer le rôle d'organes respiratoires.

A cela on pourrait objecter qu'il y a déjà chez la Moule, comme chez tous les mollusques lamellibranches, un organe spécial de la respiration, c'est-à-dire la branchie. Mais on peut répondre avec juste raison que certaines circonstances viennent militer en faveur de l'utilité du rôle respiratoire des organes godronnés.

On sait en effet que chez les lamellibranches, comme chez les brachiopodes ou palliobranches, le manteau joue un rôle respiratoire important. Certaines conditions, telles que la présence de cils vibratiles et la situation superficielle des veines sur la face interne du manteau, favorisent cette fonction. Mais chez la Moule, ainsi que nous le verrons plus tard, le manteau est occupé par une portion considérable d'un organe très-important, c'est-à-dire la glande mâle ou femelle, dont les acini et les canaux occupent presque toute l'étendue du manteau et prennent, à l'époque de la reproduction, un développement remarquable. Pendant cette période, en effet, le manteau, autrefois mince et transparent, acquiert une épaisseur relativement grande et devient parenchymateux. Il résulte de cette modification que cette membrane, loin de rester un lieu d'hématose, est au contraire un lieu de nutrition très-active, et par conséquent de combustions importantes. Le sang s'y charge d'acide carbonique et s'y hématose d'autant moins que, le manteau ayant pris une grande épaisseur, le sang renfermé dans des lacunes profondes n'est plus en contact avec l'eau oxygénée que

par une surface restreinte. Pendant cette période, qui dure plusieurs mois dans le courant de l'année, les vaisseaux du manteau, qui sont le siége d'une circulation très-active, rapporteraient au vaisseau longitudinal, et par conséquent au cœur, une grande masse de sang qui n'aurait point respiré. L'existence et les fonctions des organes godronnés parent à cet inconvénient.

Le sang qui a respiré en passant par les organes godronnés se jette en partie dans l'organe de Bojanus, en partie directement dans la veine longitudinale, qui le conduit au cœur. C'est ce que démontrent bien les injections poussées par la veine longitudinale antérieure, injections qui pénètrent immédiatement dans les organes godronnés, et de là dans les veines du manteau. C'est ce que démontrent très-clairement aussi les coupes faites sur des sujets injectés et durcis (Pl. XXVI[5], *fig.* 2, 5, *fig.* 3, 5.) Pour ce qui a trait aux relations des organes godronnés avec le tissu bojanien, nous verrons que ces relations sont considérables, et que le sang qui a traversé ce tissu tombe dans la veine longitudinale ; de telle sorte que le sang qui se rend au cœur, soit après avoir traversé les branchies, soit après avoir traversé les organes godronnés, a subi, du moins en grande partie, une épuration à travers le tissu bojanien. Seulement, dans le premier cas, cette épuration a eu lieu avant de traverser la branchie ; dans le second, c'est après le passage du sang à travers les organes godronnés.

Enfin je dois faire remarquer que lorsque les organes reproducteurs sont en pleine activité, il arrive beaucoup de sang au manteau, et une portion notable de ce sang ne peut revenir par les veines palléales ascendantes, attendu que la circulation lacunaire palléale est gênée par le gonflement des glandes génitales, ainsi que le démontrent clairement les injections et les coupes du manteau. Ce sang est recueilli par le sinus marginal du manteau, qui se vide, soit spontanément, soit par la contraction des muscles palléaux, dans l'embouchure postérieure de la veine horizontale du manteau. Cette dernière veine, qui est très-ample, très-dilatable, reçoit ce sang et le transmet aux organes godronnés ; mais comme une contraction très-brusque des muscles palléaux pourrait refouler dans la veine longitudinale du manteau une quantité de sang trop considérable et capable d'amener des ruptures dans des organes aussi délicats que les organes godronnés, le sang en excès peut traverser, soit la veine anastomotique (Pl. XXVII, *fig.* 1, 8), soit la

veine du muscle adducteur postérieur 6, et parvenir ainsi à l'organe de Bojanus et à l'extrémité postérieure de la veine longitudinale. La veine anastomotique et la veine du muscle adducteur jouent donc dans ce cas le rôle de soupape de sûreté.

Moyens d'étude pour l'appareil de la circulation.— Le meilleur moyen d'étude pour l'appareil de la circulation consiste évidemment dans les injections. C'est avec leur aide seulement que l'on peut arriver à se rendre compte de la distribution des vaisseaux, et surtout de leurs voies de communication, ce qui est parfois très-difficile. Les injections se font avec des matières qui varient selon le but que l'on veut atteindre. Je ne puis évidemment faire ici une revue complète des diverses substances qui peuvent être employées ; je me borne à indiquer celles qui m'ont donné de bons résultats dans le cas actuel. Pour l'étude des vaisseaux à l'œil nu, ou à la loupe, pour des dissections ordinaires ou même délicates, je me suis très-bien trouvé d'un mélange, à proportions variables selon la saison, de saindoux et d'essence de térébenthine, mélange auquel j'ajoutais en été un peu de suif ou de cire pour augmenter la solidité de la pâte. Cette matière était colorée avec des couleurs broyées à l'huile. Parmi celles-ci, je recommande le jaune de chrome clair, qui est très-brillant et très-lumineux, le vermillon et le bleu d'outremer. J'ai obtenu avec cette pâte des injections fort belles et fort brillantes. Pour l'étude microscopique, j'ai employé, tantôt les injections à l'essence de térébenthine colorée avec les couleurs précédentes, tantôt et plus souvent les injections avec la gélatine colorée par le carminate d'ammoniaque, ou par le bleu de prusse dissous dans l'acide oxalique, ou encore par le précipité de chromate de plomb. Enfin, et pour certains cas, j'ai obtenu d'excellents résultats en insufflant de l'air dans les cavités vasculaires.

Je recommande beaucoup ce dernier mode de recherches, car il est très-facile, d'un emploi immédiat et rapide, et il donne des résultats très-frappants. Il est extrêmement utile, soit pour indiquer le parcours des vaisseaux, soit surtout pour révéler l'existence de voies de communication entre diverses cavités. Voici en quelques mots la manière de procéder et les précautions à prendre. Il faut se munir pour cela de tubes ou pipettes de verre effilées à la lampe, et dont l'extrémité conique offre des dimen-

sions variables, les unes étant très-aiguës et propres à piquer les tissus, et les autres étant plus ou moins larges et mousses. Il convient d'en avoir de droites, et d'autres coudées sous différents angles. On peut souffler directement avec la bouche, ce qui peut à la longue devenir fatigant, ou bien mieux avec une de ces boules en caoutchouc munies d'une seconde boule ou réservoir d'air, dont on se sert dans les appareils à pulvérisation, et qui donnent un courant d'air continu très-facile à régler. C'est avec un de ces instruments que je procède. Il faut placer l'animal dans l'eau, mais de manière à ce que le point par où se fera l'insufflation soit au niveau de la surface du liquide, ou un peu au-dessous. Par ce moyen, on évite la formation très-nombreuse de bulles d'air qui embarrassent l'observateur, masquent la vue de l'objet et rendent l'opération et l'observation très-difficiles. D'autre part, il est bon que l'animal soit dans l'eau, parce que dans ce liquide l'air donne aux cavités qu'il distend un aspect brillant et argenté qui rend la préparation très-éclatante et l'observation très-facile. En outre, dès que l'insufflation est suffisante, il faut rapidement disposer l'animal dans l'eau, de manière à ce que l'orifice par où a été faite l'insufflation soit placé plus bas que les parties injectées, car alors l'air n'a aucune tendance à s'échapper par l'orifice, et on peut observer la préparation tout à son aise. Quand on veut s'éclairer sur le parcours d'un vaisseau, sur sa distribution, sur ses anastomoses, sur l'étendue et la forme d'une cavité, il faut, si le vaisseau est petit, le piquer délicatement avec une pipette aiguë, et procéder à l'insufflation. Si la cavité est considérable, on peut aussi faire une légère ouverture avec la pointe d'un scalpel et y introduire une pipette à pointe mousse et plus grosse. Quand il s'agit de reconnaitre s'il y a des orifices de communication entre deux cavités, il ne faut pas se borner à insuffler l'une des deux pour voir si l'air pénètre aussi dans l'autre. Il est indispensable d'insuffler alternativement l'une et l'autre, et de ne conclure à l'absence de tout orifice de communication que lorsque les deux épreuves ont donné un résultat négatif. Il arrive en effet quelquefois que les orifices sont disposés de manière à permettre le passage des liquides ou des gaz dans une direction, et à s'y opposer dans le sens contraire.

L'insufflation est aussi un bon moyen pour découvrir l'existence d'une cavité ou d'un orifice. Pour cela, il faut se servir d'une pipette dont l'orifice ne soit pas trop étroit, et qui puisse donner un jet d'air assez fort. Pour

s'assurer de l'existence d'une cavité, d'un vaisseau, il faut faire une petite ouverture avec la pointe du scalpel sur la paroi mince de la cavité présumée ; et puis il convient de projeter sur ce point un courant d'air énergique avec la pipette, dont la pointe doit être tenue à une petite distance de l'orifice. S'il y a une cavité dans ce point, il arrive que le jet puissant de l'air, rencontrant l'orifice, pénètre dans la cavité, se réfléchit contre la paroi opposée, soulève la paroi libre et se répand dans la cavité, qu'il distend. Quand on soupçonne l'existence d'un orifice naturel, que son obliquité ou la flaccidité de ses parois cachent à la vue, on peut par ce procédé parvenir à en constater l'existence. Ce sont là des moyens très-précieux pour l'étude d'animaux à tissus mous, flasques, et qui s'affaissent au point de rendre les cavités et les orifices insaisissables. Aussi je les recommande beaucoup, et d'autant plus qu'ils n'exigent aucune préparation préalable et sont d'un emploi immédiat.

Comme exemple de résultat brillant donné par les insufflations, je citerai l'insufflation faite par la veine longitudinale antérieure. Si l'on fait une incision sur la paroi externe de cette veine (Pl. XXIV, *fig.* 2, 6, 6') , et qu'on insuffle de l'air d'avant en arrière, la veine longitudinale antérieure, la veine longitudinale postérieure, la veine afférente oblique, l'oreillette et le ventricule, se gonflent aussitôt ; mais en même temps on a une dilatation des organes godronnés, de la veine horizontale du manteau et des veines ascendantes qui sont ses affluents. Ces dernières parties sont très-brillantes et forment un ensemble de traînées d'aspect argenté extrêmement élégantes. L'insufflation du sinus pédieux par l'orifice aquifère démontre immédiatement le trajet et les relations de ce sinus avec les grands sinus intermusculaires de la région. On peut également se rendre compte de la distribution de l'organe de Bojanus et de ses relations avec le couloir péricardique et le péricarde, en employant convenablement la méthode des insufflations.

On peut employer des instruments très-variés et très-compliqués pour pousser les injections liquides dans le système vasculaire. Après avoir essayé plusieurs de ces instruments, tels que tube à mercure, pompe à compression, etc., j'en suis revenu à la simple seringue, qui avec un peu d'habitude permet de modérer, de régler l'injection et de l'arrêter juste

au point nécessaire pour le but à atteindre. La petite seringue de Robin convient parfaitement pour l'injection des Moules.

Avant de procéder à une injection du système vasculaire, il faut préparer l'animal. C'est là une condition très-importante et sans laquelle on ne peut rien obtenir de convenable. C'est une grande illusion que de s'imaginer pouvoir réussir des injections sur une Moule fraîche et vivante. Dans ces cas, la contraction des muscles de l'animal et de ses vaisseaux oppose des obstacles presque insurmontables, et l'on ne va que d'insuccès en insuccès.

Il y a plusieurs manières de préparer l'animal , c'est-à-dire de l'obtenir dans cet état de résolution musculaire qui permette aux liquides injectés de parcourir librement les vaisseaux. Ces divers moyens reviennent du reste tous à obtenir la mort lente de l'animal sans détérioration, sans altération des tissus. On peut laisser mourir l'animal d'inanition, et attendre que, ses forces étant épuisées, il ouvre les valves et ne puisse plus les refermer. Il faut toujours plusieurs jours pour cela. Mais on peut en diminuer le nombre en tenant les valves ouvertes à l'aide d'un coin, et en disposant l'animal de manière à ce qu'il perde non-seulement l'eau de la cavité du manteau, mais successivement le liquide sanguin qui suinte de la surface du corps. Cette manière d'agir exige, surtout en été, une surveillance incessante. En effet, dès que l'animal est mort, il s'altère très-rapidement, et l'on se trouve en présence de tissus sans résistance, ce qui devient la source de ruptures et d'extravasations pendant l'injection. Il faut que l'animal soit *à point*, et l'on risque fort d'agir quand il est en deçà ou au-delà de la limite désirable.

Dans le procédé précédent, l'animal reste intact, ce qui est indispensable dans certains cas ; mais quand l'intégrité de l'animal n'est pas nécessaire, pour des injections partielles, par exemple, on peut arriver plus rapidement en enlevant une valve de l'animal, et en le plaçant de manière à ce qu'il perde lentement le sang. En été, une Moule ainsi préparée le matin peut être injectée six ou huit heures après. En hiver, il faut attendre au lendemain, et quelquefois plus.

J'ai obtenu aussi de bons résultats en prenant une Moule intacte, en maintenant ses valves écartées par un coin et en plaçant l'animal dans un vase bouché, au fond duquel se trouvaient quelques grammes d'éther. Le lendemain, l'animal pouvait être injecté.

Enfin j'ai indiqué aussi un moyen employé par quelques zoologistes, et qui consiste à plonger l'animal tout entier dans de l'eau additionnée d'alcool et d'acide chlorhydrique. On obtient au bout d'un jour ou deux des Moules très-propres à l'injection, et dont les tissus n'ont pas subi d'altération.

Une fois les tissus préparés pour recevoir l'injection, il faut s'occuper de la pratiquer, ce qui n'est pas toujours facile et ce qui exige une certaine habitude. Néanmoins, si au début on a beaucoup d'insuccès, on obtient aussi quelques succès, et leur nombre va croissant avec l'expérience et la pratique.

Si l'on doit pousser une matière coagulable, il est très-important, surtout en hiver, de plonger l'animal pendant une demi-heure environ dans de l'eau à 40° centigrades, qui en réchauffe les tissus et retarde la coagulation.

Une fois ces précautions indiquées, le sujet sur lequel je désire insister le plus ici, parce qu'il est le moins connu, surtout des débutants, c'est le choix des points d'attaque, c'est-à-dire des lieux où il faut placer les canules pour les injections.

Si l'on veut injecter le système artériel, on peut procéder de plusieurs manières. Il faut d'abord avoir soin de détériorer l'animal aussi peu que possible, afin d'éviter des déchirures et des fuites qui causeraient une injection inégale et incomplète du système. Pour cela, il n'y a rien de mieux que d'attaquer la coquille, avec des pinces d'horloger ou d'opticien, au niveau de l'angle obtus et supérieur des valves, en arrière de la charnière, et précisément dans la région où se trouve le cœur. En procédant avec prudence, on saisit le bord des deux valves, qui est mince et qui se casse facilement; on enlève les fragments, et par l'ouverture ainsi faite on introduit le manche d'un petit scalpel pour détacher des valves la partie du manteau qui correspond à la portion de la coquille que l'on veut enlever. Puis, avec les pinces, on casse peu à peu chacune des deux valves, et l'on agrandit l'ouverture. Cette dernière doit être assez grande pour que la région du péricarde soit entièrement découverte. Il faut du reste prolonger l'orifice en avant et en arrière pour ne pas être gêné par l'angle saillant que forme la rencontre des valves. On a ainsi mis a nu la région du péricarde, le bulbe de l'aorte et le tronc de la grande artère palléale (Pl. XXIII, *fig* 1, 9).

Si l'on veut pousser l'injection par l'aorte, il faut inciser le manteau, puis le péricarde (Pl. XXIV, *fig*. 1, 1, 2), et enfin le ventricule du cœur 3. On

voit alors à nu le rectum cardiaque qui sert de point de repère. Nous savons en effet que l'orifice du bulbe aortique est à l'angle antérieur du cœur, immédiatement au-dessus du rectum cardiaque. On n'a qu'à introduire la canule dans ce point, et à pousser l'injection. On donne d'abord un coup de piston un peu brusque qui remplisse les gros vaisseaux; mais il faut aussitôt ralentir la marche de l'injection, et la pousser d'un mouvement lent interrompu par quelques légères secousses. Cette dernière pratique est assez utile pour imprimer quelques impulsions au liquide, de manière à vaincre des obstacles et à ouvrir certaines voies, soit obstruées, soit aplaties, soit rétrécies par un reste de tonicité. Pourtant, si les tissus étaient mous et très-relâchés, il faudrait se borner à une poussée lente et constante, de manière à éviter les ruptures et les extravasations.

Une fois l'injection jugée suffisante, on peut, si la matière est coagulable, plonger immédiatement l'animal dans l'eau froide pour hâter la solidification; si l'injection doit rester liquide, il convient, comme du reste dans le cas précédent, de poser l'animal l'ouverture des valves en bas et la région du cœur en haut, et de laisser ainsi la matière à injection acquérir son droit de domicile dans les vaisseaux.

Au lieu de pousser l'injection par le bulbe aortique, on peut la pousser par le tronc aortique lui-même (Pl. XXIII, *fig.* 1), et pour cela il faut agrandir en avant l'orifice de la coquille. L'aorte fait sous la charnière une saillie transparente lorsqu'elle est remplie de sang, ou bien une sorte de gouttière quand le vaisseau est vide. Il est généralement facile de distinguer ce vaisseau, et il suffit d'y pratiquer une petite ouverture avec la pointe du scalpel, ou de la piquer avec une canule aiguë. On peut par cette ouverture diriger l'injection, soit vers l'origine de l'aorte, ce qui donne de belles injections de la grande palléale et des artères péricardique et gastro-intestinales, soit vers les branches terminales de l'aorte, que l'on injecte parfaitement.

On peut même pousser l'injection par une des deux branches de bifurcation de l'aorte (Pl. XXIII, *fig.* 1, 9'''') vers les ramifications terminales de ces vaisseaux.

Si l'on veut laisser l'aorte entièrement intacte, on n'a qu'à pratiquer l'injection par le tronc de la grande artère palléale (Pl. XXIII, *fig.* 1, 9), qui

est parfaitement visible à la surface du foie, en avant du péricarde. En poussant l'injection vers l'aorte, on obtient une injection générale ; en la poussant au contraire suivant la direction du sang, on produit une belle injection de la grande palléale.

En injectant ainsi le système artériel, on peut s'arrêter à divers degrés de réplétion de ce système; mais l'on peut aussi pénétrer dans le système lacunaire, dans les veines, et arriver jusqu'au cœur, après avoir rempli tout le système circulatoire. Des injections aussi complètes sont surtout désirables pour les études microscopiques; mais il est bon de dire que, pour les recherches à l'œil nu et à la loupe, les injections trop bien réussies sont plutôt incommodes qu'utiles, parce que les vaisseaux sont noyés dans un tissu lacunaire gorgé d'une injection de même couleur qu'eux, et qu'il est très-difficile d'en distinguer nettement le parcours.

Les injections générales du système veineux peuvent se faire par plusieurs voies. On peut, par exemple, remplir le système veineux par le pied. Il faut alors attirer le pied hors de la coquille, et, si celle-ci embarrasse, on en casse les bords sur chaque valve au voisinage du pied, après en avoir soigneusement détaché le manteau. On peut introduire la canule dans l'orifice aquifère du pied, si la résolution musculaire est complète; sinon, on fait avec la pointe d'un scalpel une petite fente dans le sillon du sinus pédieux, et on y introduit la canule. Il faut ensuite, avec une pince légère à compression continue, ou avec une pince ordinaire à mors plats, saisir à la fois le pied et la canule, sans quoi le pied fuirait et abandonnerait la canule dès que l'injection commencerait. Un lien circulaire pourrait être posé dans ce cas, mais avec précaution, à cause de la friabilité des tissus. On peut aussi pratiquer une ouverture dans l'intervalle qui sépare la base du pied du disque du byssus; on pénètre alors dans les grands sinus veineux intermusculaires, et l'on peut obtenir de bonnes injections si l'on a la précaution de se servir d'une canule fortement conique, et de saisir à la fois le pied et le byssus avec une pince, pour les tirer vers la seringue et pour appliquer ainsi l'ouverture par où pénètre la canule contre les parois mêmes de cette canule.

Par les voies précédentes, on injecte d'abord les veines du foie, de l'estomac, de l'intestin, de la bosse de Polichinelle. De là, l'injection passe dans tout le reste du système veineux par des voies que le lecteur connait déjà.

Si l'on veut injecter plus particulièrement les veines du manteau, les organes godronnés, le corps de Bojanus, la veine longitudinale, on peut faire choix de plusieurs points d'attaque. Ainsi, on peut introduire la canule dans les sinus veineux qui séparent les faisceaux du muscle adducteur postérieur des valves. Pour cela, il convient de faire aux deux valves une échancrure postérieure qui permette le libre passage de la seringue. Avec une canule assez longue, cette précaution est inutile, et il suffit que les valves soient écartées, ce qui a toujours lieu chez un animal convenablement préparé pour être injecté. Il est bon de munir la canule d'une petite plaque de liége, dans laquelle celle-ci est enfoncée de manière à faire une saillie suffisante pour atteindre la partie centrale du muscle. Cette plaque a le double avantage de limiter la pénétration de la canule, et de s'opposer au reflux de l'injection, en venant presser contre le muscle. Pour pratiquer l'injection, on pique avec la pointe d'un scalpel la face postérieure du muscle adducteur dans l'interstice de deux faisceaux ; puis on introduit la canule jusqu'à ce qu'on soit arrêté par la plaque de liége qui doit presser modérément sur le muscle. On pousse le liquide en augmentant la pression de la plaque de liége à mesure que l'injection avance et que la tension du système vasculaire s'accroît. Le liquide pénètre dans les sinus veineux du muscle (Pl. XXVII, *fig.* 1, 4), dans l'organe de Bojanus, et de là dans la veine longitudinale et dans la veine horizontale du manteau par l'intermédiaire de la veine du muscle adducteur. De la veine horizontale, le liquide passe dans les veines ascendantes du manteau, dans les organes godronnés, dans le canal afférent de la branchie, dans le sinus marginal, etc., etc.

On peut faire, par le muscle adducteur, d'excellentes injections de tout le système vasculaire, en employant un moyen qui fixe la canule dans ce muscle et s'oppose aux pertes de liquide. Voici le moyen que j'emploie : Sur une Moule qui a séjourné dans l'eau alcoolisée chlorhydrique jusqu'à résolution musculaire, je détache de l'une des valves le muscle adducteur, ce qui, dans ce cas, se fait très-facilement et très-nettement, car ce liquide, en attaquant la coquille et les tissus, diminue et finit même par détruire l'adhérence du muscle à la coquille. La valve étant détachée, j'en casse avec des pinces la partie postérieure, de manière à conserver intactes les insertions des muscles du byssus, et à éviter les pertes qui pourraient avoir lieu par là.

La surface d'insertion du muscle adducteur étant ainsi mise à nu, je passe une épingle à travers le muscle, perpendiculairement à ses fibres et au voisinage de cette surface; cette épingle doit dépasser le muscle par ses deux extrémités. Une canule est enfoncée dans un des interstices lacunaires du muscle, jusqu'au milieu environ de la longueur de ce dernier; puis un fil ciré est passé au-dessous des deux extrémités de l'épingle, de manière à entourer le muscle. On fait un nœud, et l'on serre assez fortement pour fixer solidement la canule. L'épingle, en empêchant le fil de glisser et d'échapper, rend cette ligature fixe et efficace. Il ne reste plus qu'à pousser l'injection, ce qui doit être fait avec beaucoup de lenteur et de régularité, si l'on veut éviter les extravasations; car il ne faut pas oublier que, dès l'instant que l'injection ne peut fuir par les côtés de la canule, la pression peut être fortement accrue et provoquer des ruptures.

Un point d'attaque très-important du système veineux se trouve sur la partie postérieure de la veine horizontale, en arrière du point où elle reçoit la veine anastomotique (Pl. XXVII, *fig.* 1, 10). A ce niveau, cette veine se distingue très-facilement, comme une bande plus transparente que le reste du manteau. Elle est de plus d'un beau calibre qui permet l'introduction facile de canules relativement grosses. Lorsqu'on a détaché une des valves de l'animal, on aperçoit ce vaisseau sur la face externe du manteau, et l'on peut y pratiquer une ouverture et y poser la canule.

Si la canule est introduite d'arrière en avant, c'est-à-dire de manière à diriger le jet vers le muscle adducteur postérieur, l'injection pénètre très-facilement dans la veine horizontale du manteau et dans ses dépendances (veines ascendantes, organes godronnés, veine anastomotique, veine longitudinale, sinus de l'organe de Bojanus, veine afférente de la branchie, veine afférente oblique et cœur). Une partie du liquide s'échappe par le muscle adducteur, dont une des surfaces d'insertion a été détachée. Mais si l'on veut obtenir une belle injection pour préparations microscopiques, on doit prendre soin de détacher délicatement la partie postérieure du lobe du manteau, et de casser avec les pinces la partie correspondante de l'une des valves, sans arriver aux insertions du muscle adducteur. On a alors l'avantage de mettre à nu le vaisseau et d'y pousser l'injection, sans s'exposer aux pertes causées par l'ouverture des sinus du muscle. On obtient

par ce moyen de fort belles injections du système veineux tout entier, et, par suite, du système artériel, car du cœur et même des lacunes veineuses le liquide passe dans les artères.

Si, au lieu de pousser l'injection en avant, on la pousse en arrière vers le bord postérieur du manteau, on injecte les veines palléales ascendantes postérieures, les veines du bord papillaire et le sinus marginal.

Quand on veut étudier le trajet des veines palléales ascendantes et leurs rapports avec la veine horizontale du manteau et les organes godronnés, on obtient de très-élégantes injections partielles en prenant pour point d'attaque les troncs des veines ascendantes elles-mêmes. Ces troncs sont très-petits et quelquefois très-difficiles à reconnaître. Ils ne peuvent même être bien vus que pendant la saison de la reproduction, alors que le manteau n'est pas transparent. Ces petits troncs se distinguent alors sur la face interne du manteau, comme de petites bandes claires, sinueuses. On peut en piquer un ou deux avec un scalpel, très-délicatement, de manière à ne pas atteindre la paroi opposée ou externe ; alors, en plaçant près de l'ouverture l'extrémité de la canule, et en appuyant très-légèrement, on parvient quelquefois à obtenir de très-bons résultats. C'est par ce moyen que j'ai obtenu la préparation qui est représentée Pl. XXV, *fig*. 5. On a dans ce cas-là l'avantage d'obtenir une injection des veines seules et de leurs fines branches, et il en résulte une préparation très-nette et très-claire.

On peut faire aussi de belles injections du système veineux par la veine longitudinale antérieure. Lorsqu'une valve a été enlevée, l'animal étant couché sur l'autre valve, on distingue très-bien le trajet de la veine longitudinale antérieure qui correspond au bord adhérent de la branchie. Il suffit d'y pratiquer une petite incision et d'y introduire une canule fine. Si l'on pousse l'injection d'avant en arrière, on injecte facilement tout le système veineux, mais d'abord et surtout la veine afférente oblique, les organes godronnés et les veines du manteau. Si l'on pousse l'injection d'arrière en avant, l'injection pénètre d'abord dans les veines de la région antérieure et dans la veine efférente de la branchie.

Enfin on peut pousser l'injection par la veine afférente oblique du cœur (Pl. XXIV, *fig*. 2, 5) ; il suffit pour cela de piquer cette veine près de son bord postérieur, afin d'éviter le couloir péricardique. L'injection pénètre

immédiatement dans les grosses veines, le cœur, et de là dans les artères. On obtient par là une belle injection des systèmes artériel et veineux.

On peut aussi, par la voie des injections, se rendre un compte exact de la distribution et de l'étendue des cavités de l'organe de Bojanus. Pour cela, il convient de piquer le couloir péricardique vers son bord antérieur, pour ne pas atteindre la veine afférente oblique, et d'y pousser une injection. Si l'on a préalablement injecté le système veineux avec une masse colorée, et qu'on pousse dans l'organe de Bojanus une masse d'une coloration différente, on obtient des résultats très-nets et très-propres aux coupes microscopiques.

## VI.

### Appareil urinaire ou organe de Bojanus.

Avant d'aborder l'histologie de l'appareil de la circulation, je dois étudier un organe spécial, qui a des rapports très-intimes ave une portion du réseau sanguin, et dont l'étude nous aidera à comprendre la constitution de ce dernier. Cet organe, commun à tous les lamellibranches, affecte pourtant chez la Moule une forme assez particulière, et se trouve chez elle presque à l'état de dispersion ou de dissémination, au lieu de constituer un organe bien circonscrit et ramassé, comme chez la plupart des mollusques du même groupe.

La disposition de l'organe de Bojanus chez la Moule surprend assez au premier abord, pour que von Siebold[1] ait émis, après Treviranus, une opinion peu exacte, qui a été justement redressée par M. de Lacaze-Duthiers dans son beau *Mémoire sur l'organe de Bojanus*[2].

« Les organes urinaires (de la Moule), dit Siebold, sont encore plus singulièrement disposés... Leurs deux sacs, qui sont situés à la base des branchies, sont fendus dans toute leur longueur, de sorte qu'en écartant les branchies on aperçoit distinctement les compartiments et les cellules de ces glandes. »

M. de Lacaze-Duthiers fait observer que ce qui a causé l'erreur des auteurs allemands, c'est que les vaisseaux sanguins qui rapportent le sang du

---

[1] *Manuel d'Anatomie comparée*, loc. cit.

[2] H. de Lacaze-Duthiers, *loc. cit.*

manteau aux branchies passent sur un plan inférieur au sac de Bojanus, et qu'entre chaque vaisseau, qui s'est comme détaché de la paroi du sac, sont des dépressions qui ont été prises pour les replis internes de la substance glandulaire; ce qui a conduit à admettre que le sac est ouvert d'un bout à l'autre. Je m'associe à la rectification de l'éminent Professeur de la Faculté des Sciences de Paris, tout en faisant observer que les saillies, qu'il considère comme de simples vaisseaux sanguins rapportant le sang du manteau aux branchies, sont en réalité les organes godronnés dont j'ai déjà donné la description et la signification. J'ajoute, avec M. de Lacaze-Duthiers, que l'organe de Bojanus a, chez la Moule, une véritable cavité pourvue d'un orifice excréteur, ce qui ne permet pas de douter que les auteurs allemands susnommés ne soient tombés dans l'erreur.

Quant à la communication de la cavité bojanienne avec le péricarde, dont M. de Lacaze n'a pas pu constater l'existence, nous verrons qu'elle existe avec une forme remarquable.

L'organe de Bojanus est, chez la Moule comme chez tous les mollusques lamellibranches, en relation directe avec la base ou bord adhérent de la branchie; et, comme ce bord branchial est très-étendu d'avant en arrière, l'organe de Bojanus contracte une forme très-allongée, et s'étend depuis le bord postérieur des tentacules buccaux jusqu'au muscle adducteur postérieur des valves.

Il forme ainsi un sac très-allongé, intimement lié à la grande veine longitudinale, et dont la cavité est très-anfractueuse et très-riche en diverticula ou culs-de-sac. Ces derniers, ou bien tapissent les parois de la grande veine longitudinale, ou bien en cloisonnent la cavité. Il en résulte que le sac de Bojanus et la veine longitudinale forment deux cavités très-anfractueuses tellement entrelacées et si étroitement liées l'une à l'autre, qu'on a besoin d'une grande attention pour ne pas les confondre et pour arriver à les distinguer nettement l'une de l'autre. Toutefois, les injections bien faites du système vasculaire permettent cette distinction, soit sur le sujet entier, soit sur des coupes fines pratiquées perpendiculairement à l'axe de ces canaux et examinées au microscope (Pl. XXVII[5], *fig.* 1, 2, 3).

Sur ces coupes, quand l'injection est pratiquée avec soin, c'est-à-dire sans rupture et sans invasion de la cavité bojanienne par le liquide, on aperçoit

nettement la lumière de la veine remplie d'injection, tandis que la cavité de l'organe de Bojanus, limitée par une ligne jaune verdâtre, est vide. Ces deux cavités forment sur la coupe des ilots irréguliers qui s'embrassent réciproquement par leurs branches ou diverticula.

L'organe de Bojanus se voit très-nettement, en partie du moins, à l'extérieur. Lorsqu'on écarte la branchie de la région abdominale, on aperçoit au niveau de la base de la branchie une bande brunâtre qui s'étend depuis l'insertion du vaisseau efférent de la branchie jusqu'au muscle adducteur postérieur des valves (Pl. XXIII, *fig.* 6, 6, 6; Pl. XXVII *ter*, *fig.* 6, 2, 2). Cette bande est bordée, du côté de la branchie, d'une seconde bande blanchâtre plus ou moins large, et qui correspond à un tissu lacunaire sanguin qui est en relation à la fois avec la branchie et avec la grande veine longitudinale (Pl. XXVII$^5$, *fig.* 1, 2, 2, *fig.* 2, 2, *fig.* 3, 2).

De la bande brune, qui appartient au corps de Bojanus, se détache, dans toute l'étendue de la région abdominale, une série de replis ou *piliers fusiformes* très-élégants (Pl. XXIII, *fig.* 6; Pl. XXVII *ter*, *fig.* 6, 1, 1, *fig.* 7, 3) qui, vus à la loupe, présentent une surface très-plissée, et qui, libres dans leur partie moyenne, vont adhérer par leur extrémité inférieure à la face externe du foie. Ces piliers fusiformes (Pl. XXVII$^5$, *fig.* 2, 7, *fig.* 3, 8) renferment chacun un diverticulum plus ou moins caverneux et ramifié de la cavité de Bojanus, qui en occupe la moitié supérieure, tandis que la moitié inférieure est formée par du tissu conjonctif lacunaire très-délicat, qui est en relation avec les vaisseaux superficiels de la partie antérieure du corps; en injectant ces derniers, on voit en effet le liquide arriver immédiatement dans les piliers fusiformes, et par conséquent autour du diverticulum bojanien. C'est ce que montre la *fig.* 7, Pl. XXVII *ter*, où les vaisseaux superficiels du foie 1 envoient leur liquide par des trajets lacunaires 2 dans les replis fusiformes 3. C'est aussi ce que l'on voit admirablement dans les coupes transversales faites sur des sujets injectés et durcis (Pl. XXVII$^5$, *fig.* 2 et 3).

En résumé, les piliers fusiformes constituent une série de diverticula venant, comme des dents de peigne, s'insérer perpendiculairement sur le canal central de l'organe de Bojanus, qui, à ce niveau, a une forme particulière (Pl. XXVII *ter*, *fig.* 6, 2). Ce canal, qui débute en avant par une extré-

mité effilée, s'élargit successivement et régulièrement d'avant en arrière, à mesure qu'il reçoit les diverticula des piliers fusiformes. Aussi lui ai-je donné, dans une publication précédente (*Comptes rendus de l'Institut*, 1874), le nom de *canal collecteur* de l'organe de Bojanus. Ses rapports avec les replis fusiformes lui donnent une forme sinueuse qui ne manque pas d'élégance.

En arrière de la masse abdominale et au niveau des muscles rétracteurs postérieurs du byssus, se trouvent quelques diverticula brunâtres, à forme mamelonnée (Pl. XXIII, *fig.* 6, 8; Pl. XXVII *ter*, *fig.* 6, 1'), qui sont appliqués à la face latérale du corps et entièrement adhérents.

En arrière, l'organe de Bojanus ne forme plus qu'une bande brunâtre qui s'élargit au voisinage du muscle adducteur postérieur des valves, et qui finit en se rétrécissant brusquement à la face inférieure de ce muscle. Dans cette région postérieure, du reste, c'est-à-dire à partir de l'embouchure de la veine afférente oblique du cœur, l'organe de Bojanus est encore plus étroitement entrelacé avec la cavité caverneuse de la veine longitudinale (Pl. XXVII³, *fig.* 1, 1, 4). Si l'on ouvre cette veine par la paroi externe (Pl. XXIV, *fig.* 2, 6, *fig.* 3, 6, *fig.* 4, 3), on aperçoit ses parois, tant interne qu'externe, tapissées par le tissu bojanien, qui présente là des arborisations très-riches, formées par des culs-de-sac arborescents.

Après avoir enlevé délicatement le manteau au niveau de la veine longitudinale postérieure, comme dans la *fig.* 2, Pl. XXIV, on aperçoit la série des organes godronnés; si alors on écarte deux de ces organes, comme en *fig.* 4, Pl. XXV, on voit que la veine est de couleur brun verdâtre, et avec un faible grossissement on aperçoit les culs-de-sac ou mamelons bojaniens. Si l'on détache une partie de la paroi externe de la veine, et qu'on l'examine par la face interne avec un objectif faible, on voit l'aspect général des arborisations des mamelons bojaniens (Pl. XXV, *fig.* 5); et l'on peut faire cette observation que les arborisations sont surtout multipliées au niveau des points où les organes godronnés viennent adhérer à la veine longitudinale postérieure. Ce fait établit l'intimité des rapports de ces deux ordres d'organes, et permet de comprendre déjà que le sang, revenant du manteau par les organes godronnés, est déversé dans le réseau lacunaire qui traverse les replis de l'organe de Bojanus, et que de là il pénètre dans

la veine longitudinale. C'est là du reste ce que démontrent fort bien les coupes faites transversalement sur les animaux injectés et durcis (Pl. XXVII[5] *fig.* 1, 5).

L'organe de Bojanus présente donc une cavité centrale plus ou moins anfractueuse, de laquelle se détachent des diverticula en forme de mamelons arborescents. Cette cavité centrale, de forme allongée, s'élargit d'avant en arrière; elle communique, d'une part avec l'extérieur par un orifice excréteur, et d'autre part avec le péricarde.

L'orifice excréteur de l'organe de Bojanus est très-difficile à voir; il a été découvert par M. de Lacaze-Duthiers. C'est un très-petit orifice punctiforme, placé au sommet d'une petite papille qui est elle-même cachée derrière la papille plus volumineuse et plus saillante de l'orifice génital (Pl. XXIV, *fig.* 6, 3; Pl. XXVII, *fig.* 15, 3). C'est un pore presque imperceptible à l'œil nu, et qu'on n'aperçoit bien qu'à la loupe. Dans la *fig.* 15 de la Planche XXVII, on voit, avec des dimensions un peu plus que doubles de la grandeur naturelle chez les fortes Moules, le canal excréteur 1 de la glande reproductrice terminé par une papille saillante, plus ou moins molle et flottante 2. En arrière, se trouve la petite papille perforée 3 de l'organe de Bojanus. L'orifice de l'organe de Bojanus se trouve, comme l'orifice génital, dans le sillon qui sépare la bosse de Polichinelle de la base de la branchie, et précisément en dehors et à côté de l'orifice de la cavité des flancs. Chez la Moule donc, comme chez les mollusques lamellibranches en général, l'intimité des relations de l'orifice génital et de l'orifice bojanien est entièrement conservée.

La communication de la cavité de l'organe de Bojanus avec le péricarde a échappé à la sagacité de M. de Lacaze-Duthiers. Cette communication existe pourtant et peut être démontrée, soit par l'examen direct, soit par les injections.

Si en effet on injecte le péricarde, la cavité de Bojanus s'injecte également, tandis que (il faut ne pas l'oublier) la réciproque n'est pas toujours vraie, et il est même plutôt de règle qu'en injectant la cavité de Bojanus on n'injecte pas le péricarde. Mais si, dans le premier cas, c'est-à-dire en poussant l'injection par le péricarde, on cherche à se rendre compte de la voie suivie par le liquide, on s'aperçoit qu'après avoir rempli le péricarde, il a

aussi envahi le *couloir péricardique* qui accompagne la veine afférente oblique et qui l'enveloppe dans les deux tiers antérieurs de ses parois (Pl. XXIV, *fig.* 1, *fig.* 2 et 3, 4, *fig.* 4, et 5, 2). Ce couloir s'étend jusqu'au niveau de la veine longitudinale antérieure. Là se trouve au dedans de cette veine un orifice elliptique (Pl. XXIV, *fig.* 4. 10) qui met en communication le couloir péricardique avec la cavité du corps de Bojanus. La *fig.* 6 de la Pl. XXIV, qui représente la branchie droite relevée et le corps de Bojanus ouvert par la face inférieure, montre à 14 cet orifice de communication de l'organe de Bojanus et du couloir péricardique. Il se voit également sur la *fig.* 6 de la Pl. XXVII *ter*. Sur la *fig.* 3 de la Pl. XXIV, l'orifice et le corps de Bojanus ont été incisés par la cavité de la veine longitudinale postérieure, de manière à montrer clairement les relations du couloir péricardique avec la cavité bojanienne. La *fig.* 5 de la même Planche représente la préparation de la *fig.* 4, sur laquelle l'orifice 10 a été incisé en dehors, et la portion postérieure du lambeau a été relevée de manière à montrer la cavité bojanienne 6 dans ses relations de continuité avec le sinus péricardique 2, et dans ses relations de voisinage avec la veine longitudinale postérieure, qui est la continuation de la veine afférente oblique 1.

L'orifice que nous étudions est de forme elliptique et de dimensions un peu variables. Il est en bec de flûte et obliquement dirigé de haut en bas et d'avant en arrière, de manière à continuer la direction du couloir péricardique. Son bord antérieur se prolonge en arrière en une languette membraneuse (Pl. XXIV, *fig.* 4) qui joue le rôle de valvule et qui permet au liquide le libre passage du couloir péricardique à la cavité de Bojanus, tout en s'opposant entièrement ou en partie à son trajet en sens contraire. On comprend ainsi que le liquide excrété dans le péricarde et le couloir bojanien puisse s'écouler dans le sac bojanien, d'où il peut être rejeté par le pore bojanien.

M. de Lacaze-Duthiers, qui a décrit dans l'organe de Bojanus de l'Anodonte une cavité périphérique et une cavité centrale, a émis des doutes sur l'existence de cette partie centrale chez la Moule. Il me semble qu'elle est justement représentée chez cet animal par le couloir que je viens de décrire, et qui, comme la cavité centrale de l'Anodonte, s'ouvre d'une part dans le péricarde, d'autre part dans la cavité périphérique, et met en communication ces deux cavités.

Histologie de l'organe de Bojanus et de l'appareil de la circulation. — Après avoir décrit la disposition de l'organe de Bojanus chez la Moule, il me reste à faire connaître la structure de cet organe et ses relations, soit avec le système circulatoire, soit avec l'appareil de la respiration.

Si l'on fait une coupe fine de l'organe de Bojanus injecté, et qu'on la mette sous le microscope, on aperçoit des lignes d'un jaune verdâtre, sinueuses, formant une sorte de labyrinthe et limitant par une de leurs faces des espaces vides irréguliers qui correspondent à la cavité de l'organe de Bojanus (Pl. XXVII[5], *fig.* 1, 2, 3, 4). Ces lignes colorées sont en contact par l'autre face avec des espaces remplis par la masse à injection, et forment là des lacunes sanguines plus ou moins larges, irrégulières et constituant par places un véritable réseau limité par le tissu de Bojanus (Pl. XXVII[5], *fig.* 4). Dans d'autres points, le tissu bojanien est en contact direct avec les lacunes du tissu conjonctif qui l'avoisine (Pl. XXVII[5], *fig.* 1, 2, 3), ou avec la cavité même de la grande veine longitudinale 1.

Examinée à un fort grossissement, la bande jaune verdâtre de tissu bojanien est constituée du côté du sang par une mince couche de tissu conjonctif fibrillaire à petits noyaux allongés (*fig.* 5 et 5', 2), couche qui, ou bien se continue directement avec les trabécules fibrillaires du tissu conjonctif périphérique (*fig.*5 , 6), ou bien forme la paroi même de la grande veine longitudinale (*fig.* 1, 1, *fig.* 2, 1, *fig.* 3, 1). Cette lame mince de tissu conjonctif est recouverte d'une couche unique de cellules polygonales d'une constitution particulière (*fig.* 5, 5', 1). Ces cellules, dépourvues d'enveloppe, sont formées par une masse de protoplasma très-transparent dans lequel se trouvent de petites granulations jaune verdâtre sensiblement égales entre elles (Pl. XXVII, *fig.* 6). Ces cellules varient de dimensions, et présentent des quantités assez inégales de granulations colorées. Les granulations remplissent quelquefois la cellule *e*, et plus généralement forment une masse centrale entourée d'une zone hyaline incolore, *b*, *c*, *f*.

De forme polygonale lorsqu'elles sont en place et pressées les unes contre les autres, ces cellules se détachent facilement et prennent alors la forme sphérique représentée dans la *fig.* 6 de la Pl. XXVII. Il m'a été toujours impossible d'y reconnaître la présence des cils vibratiles que M. de Lacaze-Duthiers considère comme une disposition générale des cellules de l'organe

de Bojanus. Quelques-unes de ces cellules m'ont semblé avoir un noyau incolore placé au milieu des granulations colorées. Chez presque toutes pourtant, je n'ai rien pu distinguer de semblable, ce qui tenait peut-être à ce que le noyau était complétement caché au milieu des granulations. Considérées à l'état libre et sphérique sur une Moule assez forte, ces cellules ont présenté un diamètre qui variait de $0^{mm},006$ à $0^{mm},016$ et $0^{mm},018$; mais le plus grand nombre avait de $0^{mm},010$ à $0^{mm},012$ de diamètre. L'épaisseur de la membrane conjonctive sur laquelle reposaient ces cellules était de $0^{mm},006$.

Il n'est pas douteux que les cellules du corps de Bojanus ne jouent un rôle important qui correspond, selon les idées généralement reçues, à l'excrétion urinaire. Elles agissent sur le sang, dont elles ne sont séparées que par une mince membrane, et en séparent les principes urinaires, qui sont ensuite rejetés par le pore bojanien.

Nous avons vu que les parois des oreillettes du cœur et la partie antérieure des parois de la veine afférente oblique présentaient une constitution mamelonnée, caverneuse, très-prononcée, et avaient une coloration brun verdâtre. Cette coloration est due à une couche de cellules spéciales qui tapissent extérieurement l'oreillette et la veine afférente oblique, et qui ont par conséquent avec le sang d'une part, et la cavité du péricarde et du couloir oblique d'autre part, les mêmes rapports que les cellules du corps de Bojanus avec le sang et la cavité de l'organe de Bojanus. Ces cellules ne sont, en effet, séparées du sang que par une mince couche de tissu conjonctif, dans laquelle se trouve un réseau délicat de fibres musculaires qui occupent surtout les sillons de séparation des saillies mamelonnées.

On est conduit, par cette similitude de forme très-mamelonnée et par cette identité de rapports avec le sang et la cavité bojanienne, on est conduit, dis-je, à faire entre l'organe de Bojanus et les parois de l'oreillette et de la veine afférente oblique un rapprochement qui ne manque pas d'intérêt. Il fallait demander à l'examen microscopique la mesure dans laquelle ce rapprochement devait être fait.

Une portion d'oreillette ou de veine oblique, examinée à un faible grossissement, et dans le liquide sanguin de l'animal, montre une couche de cellules arrondies faisant saillie à la surface du mamelon auriculaire (Pl. XXV, *fig.* 2 et 2').

Ces cellules (Pl. XXVII, *fig.* 5), comparées aux cellules du corps de Bojanus, ont des dimensions assez semblables, puisqu'elles ont de $0^{mm},012$ à $0^{mm},02$ de diamètre. Elles sont aussi dépourvues d'enveloppe ; elles contiennent des granulations brun verdâtre et semblables à celles des cellules bojaniennes, quoique beaucoup plus rares et disséminées. Mais ce en quoi ces cellules diffèrent de celles de l'organe de Bojanus, c'est qu'elles sont pourvues d'un noyau volumineux, très-clair, qui est quelquefois double sur les plus grandes cellules. Ce noyau ne paraît pas avoir d'enveloppe et se distingue surtout par l'espace qu'il occupe et d'où il a repoussé les granulations cellulaires. Au centre du noyau se voit souvent un nucléole. Autour de ce noyau on trouve, avec les grains colorés, quelques granulations plus volumineuses, à formes anguleuses, d'aspect presque cristallin, réfringentes, inégales et incolores. La quantité de grains colorés et de granulations réfringentes m'a paru présenter de grandes variations dont je n'ai pu déterminer les conditions. Ces variations influent beaucoup sur le degré de coloration des parois de l'oreillette.

Cet examen m'a conduit à penser que les cellules des parois auriculaires et veineuses exerçaient très-probablement sur le sang de ces cavités un rôle d'épuration et d'excrétion, que ce rôle pouvait bien être partiellement analogue à celui des cellules bojaniennes, mais qu'il devait s'en distinguer à certains égards et représenter une action spéciale.

Il sera peut-être possible d'établir un jour que, tandis que les cellules du corps de Bojanus président à l'excrétion de l'acide urique, celles de l'oreillette et de la veine afférente oblique participent dans une certaine mesure à cette fonction, mais qu'elles ont surtout pour rôle l'élimination des phosphates et des sels de chaux. On sait en effet que l'on a recueilli dans le corps de Bojanus à la fois de l'acide urique, et des calculs de phosphate calcaire et de phosphate magnésien.

C'est là du reste un point que je signale, et qui demande un examen ultérieur approfondi.

Le ventricule du cœur présente des parois minces, contractiles, lisses extérieurement, d'aspect aréolaire à l'intérieur. Elles sont composées essentiellement d'une couche de tissu conjonctif, à la face interne de laquelle se trouvent appliqués des faisceaux musculaires formant un réseau très-élégant (Pl. XXVII[4],

*fig.* 10). Ces trabécules ou faisceaux musculaires offrent des dimensions assez inégales, et comprennent entre eux des mailles de grandeurs variables. C'est à la présence de ces faisceaux saillants à l'intérieur qu'est dû l'aspect aréolaire de la paroi du ventricule (Pl. XXVII[5], *fig.* 2, 11). Les fibres musculaires qui composent ces faisceaux sont très-fines, lisses, légèrement colorées en jaune.

Les faisceaux sont recouverts à l'intérieur par un dédoublement de la membrane conjonctive qui forme un vernis granuleux à leur surface. Sur ce vernis se trouvent par places des plaques d'endothélium (Pl. XXVII[4], *fig.* 7), dont quelques cellules présentent un noyau 1, tandis que d'autres 2 en paraissent dépourvues. Ces cellules, de forme elliptique, sont disposées le plus souvent en séries assez régulières 2. La *fig.* 7 reproduit une préparation où la solution de nitrate d'argent au 0,05 avait dessiné les limites des cellules de l'endocarde sur des faisceaux musculaires.

A l'extérieur, la membrane conjonctive du cœur ou exocarde est tapissée d'une manière un peu irrégulière par des cellules très-délicates (Pl. XXVII[4], *fig.* 8) ressemblant beaucoup, par les dimensions et par la forme elliptique, à celles de l'endocarde, mais formant pourtant une couche plus continue et plus régulière. De ces cellules, les unes ont des noyaux très-évidents qui semblent manquer à d'autres. Par places, cette couche devient très-régulière et forme une sorte d'endothélium polygonal, *fig.* 9.

Les oreillettes sont composées d'une couche de tissu conjonctif élastique tapissée à l'intérieur d'un réseau de fibres musculaires qui sont loin d'avoir la puissance de celles du ventricule. Ces fibres s'entre-croisent dans tous les sens et forment une couche relativement mince, qui acquiert plus d'importance dans la portion lisse de l'oreillette et dans les sillons de séparation des mamelons, tandis qu'elle tend à disparaître vers le fond des culs-de-sac. Les fibres musculaires sont recouvertes intérieurement d'un vernis conjonctif granuleux sur lequel je n'ai pu distinguer des cellules endothéliales. Sur la face externe de la couche élastique repose la couche de cellules à pigment brun, dont j'ai déjà suffisamment parlé à propos de l'organe de Bojanus.

La veine afférente oblique, dont l'oreillette n'est que l'épanouissement, a la même structure qu'elle. Dans la portion lisse de cette veine se trouve un réseau délicat de fibres musculaires. Malgré l'emploi du nitrate d'argent, je n'ai pu découvrir un endothélium tapissant ses parois.

La constitution des artères est assez remarquable. Elles possèdent extérieurement une couche de tissu conjonctif qui n'est nullement distinct de celui des organes environnants, ce qui fait qu'on isole très-difficilement ces vaisseaux. Au-dessous se trouve la couche musculaire, dont la disposition a quelque chose de frappant. Les fibres musculaires ne sont point disposées par couches circulaires ou longitudinales, comme cela a lieu le plus souvent dans la série animale, mais elles se présentent sous la forme de rubans de dimensions un peu variables, rubans qui s'entre-croisent dans tous les sens et qui se dédoublent, se fusionnent, s'anastomosent et forment un lacis très-serré et très-épais (Pl. XXVII[4], *fig.* 6). Ce qui caractérise ces rubans, c'est qu'ils sont parfaitement rectilignes et conservent leur indépendance sur un parcours relativement long, de telle sorte qu'ils paraissent et disparaissent à l'œil à plusieurs reprises, selon qu'ils passent au-dessus ou au-dessous des rubans qui les croisent. Les mailles comprises entre ces rubans musculaires ont une forme très-généralement triangulaire, et sont occupées par un tissu conjonctif riche en granulations brunes, sur lequel les rubans blancs des muscles se dessinent très-nettement. Plus le vaisseau est d'un gros calibre, plus aussi la couche musculaire est épaisse et plus les rubans sont larges. Sur l'aorte d'une Moule assez grosse ils avaient une largeur moyenne de $0^{mm},009$. A mesure que les vaisseaux perdent de leur diamètre, les rubans deviennent plus minces et plus rares. On peut se rendre compte de ce fait en suivant au microscope le trajet de la grande palléale sur le manteau suffisamment transparent d'une petite Moule.

Au-dessous de la couche musculaire se trouve une intima conjonctive très-mince sur laquelle repose un endothélium composé de cellules losangiques dont la présence et la disposition sont nettement révélées par la solution de nitrate d'argent. Les cellules endothéliales sont pour la plupart losangiques, à bords ondulés (Pl. XXVII[4], *fig.* 1, *fig.* 2, *fig.* 3, *fig* 4). On trouve des noyaux elliptiques réfringents sur la ligne de contact des cellules voisines, et souvent au point où convergent les limites de trois cellules. Sur l'aorte, *fig.* 1, les cellules ont en général $0^{mm},025$ de longueur sur $0^{mm},012$ de largeur. Quelques-unes m'ont paru avoir un noyau très-peu apparent et rond au centre de la cellule.

Les vaisseaux de moindre calibre que l'aorte possèdent aussi cet endo-

thélium ; mais les cellules prennent une forme plus allongée, et les lignes de séparation deviennent plus délicates et plus difficiles à voir (*fig.* 4, *fig.* 5, *fig.* 3, *fig.* 2).

Les troncs veineux, si l'on en excepte la veine afférente oblique dont j'ai déjà parlé, n'ont pas de parois distinctes du tissu conjonctif des organes et du corps de l'animal. Je n'ai pu, même sur les gros troncs, reconnaître la présence du tissu musculaire. Il fait entièrement défaut, et les parois veineuses sont formées par du tissu conjonctif fibrillaire et élastique limitant la cavité veineuse et se continuant, sans ligne de démarcation, avec le tissu conjonctif des parties voisines. Au reste, les veines sont loin de présenter un calibre régulier comme celui des artères. Ce sont des canaux anfractueux, inégaux, à parois criblées d'orifices, représentant même quelquefois plutôt des séries d'excavations communiquant entre elles que de véritables canaux distincts et réguliers. Sur de gros troncs veineux, comme le sinus compris entre les muscles rétracteurs antérieurs du pied, la paroi veineuse cutanée est formée de tissu conjonctif dont les fibres, disposées parallèlement à l'axe du vaisseau, résistent à l'action de l'acide acétique et participent des propriétés du tissu élastique. La veine afférente oblique seule présente une constitution particulière et une couche extérieure de cellules sur laquelle j'ai suffisamment insisté. Cette veine n'est du reste qu'une portion allongée de l'oreillette, et participe de la constitution de cette dernière.

Les veines d'un gros calibre possèdent-elles un endothélium qui tapisse le tissu conjonctif limitant ? J'avais d'abord cru à l'absence absolue de cet endothélium, parce que, même sur les préparations au nitrate d'argent, il avait échappé à mon observation. Pour être exact, je dois dire que cette couche m'a paru manquer dans toutes les petites veines, et que sur quelques grosses veines je n'ai pu en trouver des traces que dans des points très-restreints. Les cellules que j'ai observées dans une partie *très-peu* étendue du tronc d'une grosse veine ascendante du manteau avaient une forme polygonale non allongée, et étaient séparées par une ligne extrêmement délicate.

Je n'ai pas l'intention de m'étendre longuement ici sur la question si discutée de la circulation dite lacunaire. En renvoyant aux travaux de MM. Milne-Edwards, Souleyet, de Quatrefages, Blanchard, au long rapport présenté sur ce sujet à la Société de Biologie en 1851 par M. Robin, et aux travaux plus

récents d'Owen sur l'*Anatomie de la Térébratule*, et de Langer sur la circulation de l'Anodonte, je ne crains pas de dire que sur ce point on a fait jouer aux questions de mots un rôle très-important et au fond regrettable. La question n'est ni si complexe ni si obscure qu'on l'a faite ; tout dépend de la définition et du sens que l'on attache aux mots. Repousser l'expression de *circulation* ou *système lacunaire* par la raison que nulle part le sang dans le courant circulatoire ne baigne *à nu* les organes et qu'il se trouve toujours séparé de leur tissu et endigué par une substance conjonctive, c'est faire une objection plus spécieuse que solide, attendu que le tissu conjonctif entre toujours dans la composition des organes et qu'il en revêt partout non-seulement la surface, mais les éléments propres, tels que fibres musculaires, fibres nerveuses, cellules glandulaires, etc. Il n'en est pas moins vrai que, dans la constitution du système circulatoire d'un très-grand nombre d'animaux, et les mollusques lamellibranches sont de ce nombre, il y a des points où les *parois propres* des vaisseaux font réellement défaut, et où le sang n'est limité et contenu que par une paroi de tissu conjonctif qui n'est nullement distincte du tissu conjonctif des parties voisines, et qui se continue directement avec lui. Nous venons de voir en effet que chez la Moule les troncs veineux n'étaient pas autrement constitués. Mais il y a plus: chez cet animal, le sang, en partant des artères et des capillaires (car nous verrons qu'il y a aussi de vrais capillaires), passe dans un réseau de petites cavités uniquement limitées par les trabécules du tissu conjonctif et dépourvues de parois propres. C'est ce que nous avons vu autour de l'estomac et de l'intestin (Pl. XXVII *ter*, *fig*. 1, 4, 4, *fig*. 2, 1). C'est encore ainsi que le manteau (Pl. XXVII[5] *fig*. 3, 12), le canal afférent de la branchie, sont creusés de lacunes identiques à celles du réseau de Bojanus (Pl. XXVII[5], *fig*. 5, 4) limitées uniquement par des lamelles et des trabécules du tissu conjonctif fibrillaire de l'animal. Ces lacunes, représentées en bleu dans les *fig*. 1, 2 et 3 de la même Planche, prennent des dimensions plus considérables et communiquent plus largement entre elles là où elles doivent, par leur succession, former un véritable canal veineux. C'est ce qui se voit clairement sur la *fig*. 1, 6, où la coupe a porté longitudinalement sur la veine dorsale d'un des organes godronnés; c'est ce qui se voit également *fig*. 2 et 3, 6, où ce dernier chiffre désigne la coupe de la veine horizontale du manteau.

Mais le système à petites lacunes que je viens de décrire n'est point la seule voie intermédiaire entre les artères proprement dites et les veines. Chez la Moule, la membrane musculaire des artères diminue d'importance à mesure que le calibre décroît. Cette couche finit par disparaître, et les artères se trouvent réduites à la couche conjonctive externe et à l'intima tapissée par un endothélium dont j'ai déjà donné la description. C'est ce que l'on voit sur des artères de $0^{mm},05$ de diamètre environ. Mais à ces artères succèdent de vrais capillaires de $0^{mm},02$ environ, qui ont pour toute paroi l'intima tapissée par des cellules endothéliales très-délicates (Pl. XXVII[4], *fig.* 3, 2, 3). Ces petits vaisseaux s'anastomosent plus ou moins entre eux, et forment quelquefois de vrais réseaux, mais seulement dans la couche tout à fait superficielle des parties ou des organes.

L'importance de ces réseaux capillaires artériels me paraît avoir été fort exagérée par le professeur Kollmann [1], qui attribue notamment à leur réplétion le gonflement énorme du pied des Mollusques : toutes mes observations et toutes mes expériences vont à l'encontre de cette idée, et me permettent d'affirmer que c'est au réseau lacunaire du pied que doit être réellement attribuée la dilatation temporaire de cet organe.

Aux vrais capillaires *vasculaires* formés par une membrane anhiste tapissée par un endothélium délicat, font suite les capillaires *lacunaires*, qui sont généralement d'un calibre plus considérable que les premiers, et qui n'ont qu'une paroi conjonctive dépendante des tissus voisins et non revêtue d'endothélium. La *fig.* 2 de la Pl. XXVII[4] reproduit les relations d'une petite artériole de la base du palpe labial avec un réseau de capillaires lacunaires. L'artériole 1, ayant $0^{mm},04$ de diamètre, est encore pourvue de quelques fibres musculaires et d'une lame conjonctive interne ou intima, tapissée d'endothélium. De la paroi artérielle se détachent successivement des canaux d'un calibre variable de $0^{mm},02$ à $0^{mm},03$, qui s'anastomosent entre eux pour former un véritable réseau à mailles plus ou moins arrondies. Mais, à mesure que l'artériole fournit des canalicules latéraux, son calibre diminue, ainsi que l'épaisseur de ses parois; et quand, au point 3, elle a atteint le calibre de $0^{mm},015$, elle est réduite à l'intima et à l'endothélium. On trouve

---

[1] Kollmann; *Zeitschrift f. w. Z.*, loc. cit.

des traces d'endothélium jusqu'au point où le vaisseau perd son individualité pour se résoudre en un bouquet de canalicules. Quant aux canalicules qui naissent de l'artériole, ils sont dépourvus d'endothélium, et n'ont pour paroi qu'une couche conjonctive qui n'est pas distincte du tissu conjonctif de l'organe. On a donc là un véritable réseau capillaire qui, en réalité, n'est point formé de vaisseaux proprement dits, mais bien de lacunes conjonctives sans endothélium.

Ces réseaux capillaires lacunaires prennent des formes très-déterminées et variables suivant les organes. C'est ainsi que dans le reste du palpe labial on peut voir l'artère du palpe (Pl. XXIII, *fig.* 9, 5) donner naissance par ces deux bords opposés à une série régulière de canaux lacunaires dépourvus d'endothélium, qui s'en détachent à angle droit. Ces canaux, d'un calibre très-inégal et très-irrégulier du reste, sont reliés entre eux par des canaux lacunaires qui leur sont perpendiculaires et qui limitent des séries de mailles elliptiques assez régulières. Cette disposition donne, à la loupe, l'aspect reproduit *fig.* 9, Pl. XXIII. Il y a donc là un véritable réseau ; mais on ne saurait le considérer comme formé de vrais capillaires, si, comme on le fait généralement, on entend par capillaires des éléments vasculaires formés d'une membrane élastique anhiste tapissée par un endothélium.

Dans le foie, aux capillaires vasculaires succèdent les capillaires lacunaires compris entre les culs-de-sac glandulaires et les tubes. Ainsi, la *fig.* 3 de la Pl. XXVII[4] montre une artériole 2 de $0^{mm},04$ de diamètre donnant naissance à deux capillaires vasculaires 3 pourvus d'endothélium, qu'ils perdent en débouchant dans les lacunes 4 comprises entre les culs-de-sac glandulaires 5. La membrane conjonctive du capillaire vasculaire se continue avec le tissu conjonctif qui forme l'enveloppe des acini hépatiques, mais l'endothélium disparait. Ces capillaires lacunaires s'anastomosent entre eux et forment un réseau dont les mailles sont naturellement déterminées par la forme et la situation des tubes glandulaires.

Dans l'intérieur des muscles, les capillaires lacunaires, limités par le tissu conjonctif qui enveloppe les fibres musculaires, prennent une forme étroite, allongée et parallèle à la direction des fibres musculaires, entre lesquelles se trouvent ces lacunes sanguines (Pl. XXVII[5], *fig.* 3, 9').

Il est donc facile de comprendre que les réseaux lacunaires revêtent des

formes variables selon les organes auxquels ils appartiennent. Limités par le tissu conjonctif de ces organes, ils obéissent à la distribution et à la forme de ce tissu conjonctif. Mais, pour avoir des formes variées et définies suivant les organes, ces réseaux n'en appartiennent pas moins au système *lacunaire*, c'est-à-dire n'en sont pas moins des espaces limités par du tissu conjonctif sans doute, mais sans parois propres, sans éléments variés et sans endothélium. C'est là vraiment le point de vue auquel il convient de se placer, et le terrain sur lequel il ne saurait y avoir de confusion et de discussions stériles. La forme des voies capillaires ne suffit point pour qu'on leur accorde ou leur refuse la dignité de vaisseaux. Les anatomistes qui, comme Langer, ont conclu de la forme à la fois variée et régulière des réseaux capillaires, à leur autonomie comme vaisseaux, ont commis, à mon avis, une pétition de principe regrettable. Ces réseaux, lorsqu'ils appartiennent aux parties parenchymateuses et à la profondeur des tissus, et souvent même à des surfaces, sont composés de véritables lacunes ou canaux limités par le tissu conjonctif des organes, mais sans parois autonomes.

Ainsi donc, le système vasculaire de la Moule et celui des acéphales lamellibranches comprend d'une part des artères et des capillaires vrais, ou capillaires vasculaires, qui sont les uns et les autres pourvus de parois propres, et d'autre part des veines presque toutes sans parois propres et des pseudo-capillaires, ou capillaires lacunaires. Il y a donc lieu de donner une désignation spéciale à ces portions du système circulatoire qui n'ont pas d'autonomie, et de leur conserver la désignation de voies *lacunaires* que leur a donnée M. Milne-Edwards.

Le sang se compose d'un liquide légèrement albumineux et chloruré, et de globules ou cellules qui offrent quelques particularités remarquables. Ces cellules (Pl. XXVII, *fig.* 8; Pl. XXVI, *fig.* 9, 3) sont tout à fait incolores et dépourvues d'enveloppe. Leur diamètre varie depuis $0^{mm},008$ à $0^{mm},020$, mais est de $0^{mm},012$ en moyenne. Elles sont pourvues d'un gros noyau renfermant lui-même un ou deux nucléoles et de nombreuses granulations. Ces globules sont peu nombreux, si l'on compare le sang de la Moule à celui des Vertébrés. Leur forme est sphérique, mais susceptible de déformations remarquables, car ils sont capables de mouvements amœbiformes très-prononcés. Dans ce dernier cas, la forme du noyau restant inva-

riable, l'atmosphère de protoplasma qui l'enveloppe se hérisse de saillies de pointes coniques et devient stelliforme et très-irrégulière (Pl. XXVI, *fig.* 8). Ces mouvements, assez lents, sont dans quelques cas presque continus, de telle sorte que la forme des globules se modifie incessamment sous le regard de l'observateur.

## VII.

### APPAREIL DE LA RESPIRATION.

La respiration de la Moule s'opère sur plusieurs surfaces différentes. Chez elle, comme chez tous les mollusques lamellibranches, la face interne du manteau doit être considérée comme un organe de la respiration. Quand le manteau, devenu épais et glandulaire, ne peut accomplir efficacement cette fonction, nous avons vu que les organes godronnés le suppléaient. Enfin les branchies constituent l'organe respiratoire proprement dit.

Les branchies forment entre le manteau et le corps quatre feuillets très-élégants dont deux occupent le côté droit et les deux autres le côté gauche (Pl. XXIV, *fig.* 3 ; Pl. XXV, *fig.* 3 ; Pl. XXVII *ter*, *fig.* 6). Elles ont la forme de lames continues suspendues perpendiculairement d'avant en arrière dans la cavité du manteau. Les feuillets, distingués en feuillet interne et feuillet externe, présentent un bord supérieur adhérent, et descendent ensuite verticalement, pour se replier brusquement à un certain niveau et remonter en formant une lame parallèle à la précédente. Cette lame ascendante se termine supérieurement par un bord libre qui est occupé par le vaisseau efférent de la branchie (Pl. XXVII *ter*, *fig.* 6, 5, 5).

Le feuillet interne se replie en dedans; le feuillet externe se replie en dehors. Il y a donc entre la lame adhérente et la lame libre de chaque feuillet une sorte d'intervalle ou poche très-aplatie ouverte supérieurement. Cet intervalle, suffisant pour permettre la libre circulation de l'eau, ne peut pas être fortement élargi, car, comme nous le verrons plus tard, il y a, à partir d'un certain niveau qui correspond à peu près à la réunion du tiers supérieur avec le tiers moyen, il y a, dis-je, des trabécules élastiques qui relient la lame adhérente à la lame libre. Le bord adhérent et le bord libre de chaque feuillet sont placés côte à côte, et représentent une ligne à

peu près horizontale (Pl. XXVII *ter*, *fig.* 6). Le bord inférieur, qui répond au repli du feuillet branchial, forme au contraire une courbe à concavité supérieure, de telle sorte que la lame branchiale va en diminuant progressivement de largeur, soit en avant, soit en arrière, et se termine dans les deux sens par un angle aigu. Le bord adhérent de la branchie s'attache aux parois latérales du corps, dans l'angle qui sépare le manteau de la masse viscérale, jusqu'à la face inférieure du muscle adducteur postérieur des valves. A ce niveau, le bord supérieur de la branchie devient libre (Pl. XXV, *fig.* 3) jusqu'à l'extrémité postérieure, qui s'insère sur la face antérieure de la membrane anale.

La branchie, considérée dans son ensemble et avant toute altération, a l'aspect d'une lame continue dans un sens perpendiculaire à sa longueur. Mais si on la touche sans de grandes précautions, on la voit se fendre sur un ou plusieurs points dans le sens des stries; et si l'on continue à l'agiter, elle se divise et se décompose en un très-grand nombre de filets très-déliés, correspondant aux stries fines qui caractérisent l'aspect de la branchie intacte.

Ces filets sont unis entre eux, mais faiblement, par de petits organes ou *disques* qui se trouvent placés de distance en distance (Pl. XXVII, *fig.* 9, 2, 2, 2) et se rompent facilement. Ils ne s'anastomosent pas entre eux, mais ils partent du bord adhérent de la branchie occupé par le canal afférent, descendent directement jusqu'au bord inférieur du feuillet branchial, se coudent là à angle très-aigu ouvert en haut, et remontent directement dans la lame libre, jusqu'au vaisseau efférent, où ils aboutissent.

Il existe toujours entre deux filets voisins un intervalle en forme de longue fente, interrompu par les disques, et à travers lequel l'eau pénètre. Ces filets sont creusés d'un canal à l'intérieur et forment des tuyaux aplatis dans le sens antéro-postérieur. Ils présentent donc deux faces, l'une antérieure, l'autre postérieure, et deux bords, l'un extérieur par rapport à la poche formée par le feuillet branchial, et l'autre intérieur.

Ils sont composés d'une substance conjonctive élastique très-résistante, et sont revêtus extérieurement de cellules dont la forme varie suivant les régions. Sur les faces des filets se trouve une couche simple d'épithélium pavimenteux très-délicat, et dont, à l'état frais, les contours sont invisibles. On n'aperçoit alors que les noyaux (Pl. XXVI, *fig.* 3). Si l'on traite le filet

branchial par le nitrate d'argent ou par le chlorure d'or, on aperçoit alors nettement les contours des cellules, qui sont polygonales et ont de 0mm,010 à 0mm,012 de diamètre, avec des noyaux de 0mm,004 à 0mm,006 (Pl. XXVI, *fig.* 3'). Sur le bord intérieur du filet, l'épithélium devient plus épais et forme une sorte de bourrelet. Les cellules deviennent plus volumineuses et prennent une forme allongée; leurs noyaux s'allongent aussi, deviennent plus gros et se remplissent de granulations brunâtres (Pl. XXVI, *fig.* 3, 1, *fig.* 4, *fig.* 5). Ni les cellules des faces, ni celles du bord intérieur ne sont pourvues de cils vibratiles. Il n'y a d'exception que pour quelques rares cellules de la face interne au voisinage du bord intérieur, cellules qui sont surmontées par un grand cil vibratile très-fort, ou flagellum (Pl. XXVI, *fig.* 2), dont la longueur égale et dépasse même la largeur de l'espace qui sépare deux filets voisins, et dont les mouvements se font avec lenteur de bas en haut, et très-vivement au contraire de haut en bas. Dans leur mouvement ascendant, ils ne dépassent pas la position horizontale; dans leur mouvement descendant, ils s'appliquent vivement contre la face du filet. Ces cils sont du reste assez clair-semés. Leur rôle se rattache évidemment au renouvellement de l'eau respirable, et au rejet des corps étrangers qui se sont engagés dans les fentes branchiales.

Sur le bord extérieur du filet, la nature de l'épithélium change aussi ; les cellules deviennent plus grandes et prennent la forme de carrés allongés, placés en deux ou trois séries régulières (Pl. XXVI, *fig.* 3, 3). Leurs noyaux deviennent aussi rectangulaires, volumineux et très-riches en granulations un peu brunes, mais beaucoup moins que celles du bord intérieur. Ces cellules ont environ 0mm,12 de diamètre. En dedans de ces deux séries de cellules rectangulaires et sur le bord extérieur de la lamelle, se trouve implantée, de chaque côté, une ligne de petites cellules cylindriques surmontées d'un très-long cil (Pl. XXVI, *fig.* 3, 4, *fig.* 6, 2, *fig.* 7). Ces cellules sont placées en série régulière et continue ; elles sont très-petites, puisqu'elles n'ont que 0mm,008 de longueur et tout au plus 0mm,003 de largeur. Elles sont pourvues d'un petit noyau elliptique placé près du sommet, et se terminent en cône pour s'effiler en un cil long et fort de 0mm,05 à 0mm,06 de longueur, dont les mouvements d'ensemble s'aperçoivent parfaitement à la loupe et même à l'œil nu sur une Moule vivante, dont la branchie est simplement

humectée et non plongée dans l'eau. Ces cils forment donc, sur les côtés du bord extérieur de chaque filet, deux belles séries très-régulières et très-élégantes (Pl. XXVI, *fig*. 3, 4, *fig*. 4, 4, *fig*. 1, *fig*. 6, 2).

Les mouvements de ces cils sont très-remarquables ; ils se recourbent vivement vers la fente qui sépare les deux filets branchiaux voisins et un peu en bas; ils se relèvent ensuite plus lentement pour se recourber de nouveau. Comme ces cils sont très-nombreux et qu'ils agissent presque simultanément pour une même région, on comprend qu'ils poussent l'eau dans la fente interbranchiale et un peu en bas, et qu'ils provoquent un renouvellement rapide de l'eau qui est en contact avec les faces latérales du filet branchial.

Les deux rangées de cils vibratiles occupent toute la longueur du filet branchial, excepté au voisinage des embouchures de ces filets dans les canaux afférent ou efférent. Au niveau du bord inférieur de la branchie, c'est-à-dire à l'angle très-aigu formé par le filet (Pl. XXVI, *fig*. 4), les deux rangées de cils abandonnent pour ainsi dire les bords du filet pour s'infléchir en courbes concaves supérieurement sur les faces latérales, et venir converger en formant un angle très-ouvert inférieurement, au niveau duquel les cils diminuent de longueur et finissent par disparaître. Au reste, les lamelles branchiales voisines adhèrent faiblement l'une à l'autre, suivant cette ligne à triple inflexion.

Au-dessous de cette ligne infléchie formée par la rencontre des deux séries de cils d'un même côté du filet, le filet branchial présente une constitution toute spéciale: il forme deux tubérosités renflées (Pl. XXVI, *fig*. 4, 3, *fig*. 4') composées d'un amas de cellules épithéliales dont les profondes sont petites et polyédriques, tandis que les superficielles ont pris une forme cylindrique et sont pourvues de longs cils vibratiles. Les petites cellules polyédriques ont de petits noyaux à granulations incolores. La plupart des cellules cylindriques de la surface ont des noyaux plus volumineux et remplis de granulations brunâtres, *fig*. 4'. Entre les deux tubérosités épithéliales d'un même filet se trouve une échancrure profonde qui, s'ajoutant aux échancrures des filets qui précèdent et qui suivent, forme un sillon très-vibratile qui occupe le bord inférieur de la branchie. Comme les cils très-forts qui occupent ces tubérosités et le sillon se meuvent tous dans le

même sens, c'est-à-dire s'inclinent vivement en avant, on comprend le rôle que joue cette portion de l'appareil respiratoire pour conduire les matières alimentaires entre les palpes buccaux, et par conséquent à la bouche.

Au reste, ces tubérosités épithéliales ne sont que la continuation et l'exagération de deux rangées de cellules épithéliales de forme rectangulaire qui occupent le bord extérieur du filet branchial entre les deux rangées de cellules vibratiles (Pl. XXVI, *fig.* 6, 1). Ces cellules, qui sont exactement comparables à celles qui sont de l'autre côté des cellules ciliées, ne sont pas pourvues de cils dans la longueur du filet, et n'en acquièrent qu'au voisinage du renflement inférieur (Pl. XXVI, *fig.* 4).

Les filets branchiaux sont creusés d'un canal dont les deux extrémités sont en relation, l'une avec le vaisseau afférent, l'autre avec le vaisseau efférent de la branchie. La lumière de ce canal présente une forme spéciale. Sur des coupes pratiquées sur des filets injectés ou non (Pl. XXVII[5], *fig.* 7 et 8), on constate que la membrane conjonctive qui forme la paroi propre du canal est très-mince au niveau des faces antérieure et postérieure du filet, puisqu'elle a de 0mm,02 à 0mm,03, et qu'elle s'épaissit progressivement au niveau des bords interne et externe du filet et y forme des renflements très-prononcés, mais dont les dimensions sont quelquefois assez inégales pour les deux bords du filet. Ces renflements présentent à la coupe des stries concentriques très-délicates qui dénotent dans l'épaisseur de la couche un certain degré de stratification. Les renflements internes et externes 1, 2 sont séparés l'un de l'autre par une gouttière profonde et très-étroite dont le fond est constitué par des portions très-amincies de la membrane conjonctive, ou connectifs interne et externe 9, 10. Il résulte de là que la lumière du canal 5 a la forme d'une ellipse très-allongée pourvue de deux prolongements très-étroits aux deux extrémités de son grand diamètre, tandis que la coupe du filet présente au contraire la forme d'un parallélogramme à angles très-arrondis, renflé vers les extrémités. Ces renflements extrêmes proviennent à la fois des renflements de la membrane conjonctive et des bourrelets épithéliaux (*fig.* 7, 3 et 8) qui recouvrent les deux bords du filet.

Au niveau de l'angle très-aigu formé inférieurement par le pli du filet, l'épithélium brunâtre du bord intérieur s'épaissit; les cellules et les noyaux deviennent plus gros (Pl. XXVI, *fig.* 4, 6). Dans la cavité du filet se trouve

à ce niveau, et au-dessus des tubérosités inférieures, un cône 5 saillant dans la cavité et constitué histologiquement comme la portion centrale des tubérosités 3, dont il n'est que la continuation. Les éléments de ce cône, tout à fait incolores, se distinguent très-nettement des éléments pigmentés en brun de la couche 6, *fig.* 4, qui sont extérieurs.

Les filets branchiaux étant aplatis ont extérieurement deux faces, dont la largeur est de $0^{mm},16$ à $0^{mm},25$ chez les animaux de taille moyenne et de grande taille. Sur une forte Moule, la plus grande épaisseur du filet branchial était de $0^{mm},04$ ; l'intervalle qui sépare les deux rangées de longs cils vibratiles était de $0^{mm},022$.

La largeur de la fente ou boutonnière qui séparait deux lamelles voisines était, au repos, de $0^{mm},035$, et les cils vibratiles des deux rangées avaient $0^{mm},058$ de longueur, ce qui permettait aux deux rangées de cils qui occupaient les deux bords de la fente de recouvrir largement cette fente quand elles se courbaient vers elle pour y pousser l'eau ambiante.

Le diamètre transversal du canal des filets branchiaux non déformés et dans leur position normale varie suivant les dimensions de l'animal; mais il est intéressant de noter, pour un même animal, quels sont les rapports de ce diamètre avec celui des corpuscules du sang. C'est ainsi que, sur une Moule, le petit diamètre du canal branchial étant de $0^{mm},012$, le diamètre moyen des globules sanguins non déformés était de $0^{mm},012$. Sur une autre Moule, le diamètre du canal étant de $0^{mm},011$, celui des globules sanguins était de $0^{mm},008$ à $0^{mm},012$. Dans un autre cas, le petit diamètre du filet étant de $0^{mm},020$, les globules avaient un diamètre variant de $0^{mm},018$ à $0^{mm},022$. Ces rapports, pris sur l'animal mort mais encore non altéré, sont intéressants en ce qu'ils font comprendre que les globules, ayant un diamètre à peu près égal et quelquefois supérieur à celui du calibre moyen du filet, éprouvent de la peine à circuler dans les filets branchiaux et tendent à les obstruer.

Aussi trouve-t-on généralement sur l'animal mort par asphyxie les filets branchiaux bourrés de globules sanguins. Ainsi s'explique encore l'insuccès trop général des injections de la branchie chez la Moule. Tandis en effet que, chez la plupart des mollusques lamellibranches, la branchie s'injecte facilement et se remplit entièrement d'injection, chez la Moule, au con-

traire, il est tout à fait exceptionnel de voir les filets branchiaux injectés, même partiellement. Sur un très-grand nombre d'injections, soit générales, soit partielles, que j'ai pratiquées sur la Moule, en variant les points d'élection et les masses à injection, je n'ai que très-rarement injecté quelques filets branchiaux, et encore d'une manière incomplète. Ces résultats constants avaient frappé mon attention, et m'avaient conduit à penser que la circulation branchiale était très-embarrassée et très-imparfaite chez la Moule, et que la respiration y était par conséquent moins active que chez les mollusques lamellibranches en général. D'autres considérations, sur lesquelles je reviendrai plus tard, venaient du reste à l'appui de cette opinion, que j'ai dû modifier quand j'ai découvert des appareils très-intéressants destinés à favoriser le travail de la circulation et de la respiration dans les filets branchiaux.

Les filets branchiaux sont en communication par leurs deux extrémités avec le système vasculaire. Ils partent d'un canal afférent et aboutissent à un canal efférent. Le canal afférent n'est pas un vaisseau proprement dit, et est loin d'être constitué par une cavité unique et distincte. Dans toute la partie adhérente du bord supérieur de la branchie, les feuillets branchiaux l'un à l'autre sont plongés au milieu d'un tissu conjonctif criblé de lacunes sanguines. Sur une coupe transversale (Pl. XXVII[5], *fig.* 1, 2, 3, 6) examinée au microscope, on voit que ces lacunes sont en relation de voisinage avec l'organe de Bojanus (*fig.* 1, 4, *fig.* 2, 4, *fig.* 3, 4), qui même les enveloppe et forme une sorte de gouttière inférieure dans laquelle est reçu le bord adhérent de la branchie. Le sang qui remplit ces lacunes provient des sinus veineux parcourant les replis multipliés de cet organe. Les filets branchiaux naissent par paires au milieu de ce tissu par une extrémité commune arrondie (Pl. XXVII[5], *fig.* 1, 2, 3, 3, *fig.* 6, 1). Cette extrémité, vue sur une coupe transversale de l'animal, présente un renflement supérieur (*fig.* 6, 1) du bord intérieur des deux filets branchiaux, renflement qui a la même structure que les bourrelets de ce bord intérieur (*fig.* 8, 1). On y voit en effet des stries concentriques divergentes supérieurement et qui convergent inférieurement en un angle très-aigu qui correspond au connectif très-mince (*fig.* 7 et 8, 9) du bord interne du filet. La ligne de contact des renflements des deux filets d'une même paire est marquée par une sorte de raphée. De ce

renflement conjonctif part un cône de trabécules conjonctives séparées par des lacunes (Pl. XXVII[5], *fig*, 6, 5, *fig*, 1, 2, 3), cône dont l'axe est oblique de bas en haut et de dedans en dehors, et qui, passant entre les grandes lacunes voisines, forme pour ainsi dire le *ligament suspenseur du filet*. C'est la réunion de ces cônes fibreux qui constitue la lame représentée en 12 (Pl. XXIV, *fig*. 6), à laquelle est suspendue la lame branchiale.

Les deux filets jumeaux présentent, à partir du point où ils se séparent, une masse épithéliale (*fig*. 6, 3) renflée en haut, et qui se rétrécit progressivement en bas pour se continuer avec les cellules du bord extérieur du filet branchial. Ces formations épithéliales, que nous reverrons à propos du vaisseau efférent, sont composées d'une masse de cellules polyédriques limitée à la surface par une couche régulière de cellules cylindriques. Elles servent à rendre solidaires les uns des autres les filets d'une même lame branchiale, et à maintenir entre eux une certaine distance qui constitue les petites fentes branchiales.

L'orifice du filet branchial est assez irrégulier. Il est évasé et taillé en bec de flûte parce que le bord intérieur (Pl. XXVII[5], *fig*. 6, 2) du filet branchial est loin de remonter aussi haut que le bord extérieur. Ce bord intérieur, arrivé à un certain niveau, se continue avec le tissu conjonctif du réseau lacunaire qui entoure l'origine de la branchie. Le sang de ce réseau lacunaire, qui provient du réseau bojanien, pénètre dans l'orifice du filet branchial et dans le canal du filet. Ce canal, rétréci supérieurement par le renflement de la paroi branchiale et de l'épithélium, s'élargit en descendant, et a bientôt atteint sa largeur ordinaire; mais du reste, si le canal branchial est à son origine rétréci dans le sens transversal, il faut ajouter qu'il est élargi dans le sens antéro-postérieur et présente, vu par le bord du filet, une sorte d'entonnoir comparable à celui des *fig*. 1 et 2 de la Pl. XXVI.

Je dois faire remarquer que l'origine de la branchie est coiffée par un réseau lacunaire très-riche (Pl. XXVII[5], *fig*. 1, 2, 3, 6), auquel le sang ne peut parvenir qu'après avoir traversé le réseau de l'organe de Bojanus. Parmi ces cavités lacunaires qui avoisinent plus ou moins l'embouchure des filets branchiaux, il y en a un certain nombre de petites qui ont les dimensions des lacunes ordinaires du tissu conjonctif de l'animal (Pl. XXVII[5], *fig*. 1, 2, 3); mais quelques autres prennent des dimensions plus importantes,

et il en est même qui forment de grands canaux près du bord adhérent de la branchie.

Ces lacunes volumineuses doivent être considérées en avant et en arrière de la veine afférente oblique du cœur.

En avant, c'est-à-dire au niveau de la veine longitudinale antérieure, il y a deux de ces grandes lacunes: l'une en dehors de la base de la branchie (Pl. XXVII[5], *fig.* 2 et 3, 1), qui n'est autre chose que la *veine longitudinale antérieure*, et une autre, moins considérable, placée en dedans de la base de la branchie (*fig.* 2, 2, *fig.* 3, 2), qui communique avec la veine longitudinale antérieure par l'intermédiaire des petites lacunes qui enveloppent la base des filets branchiaux. Ces deux grands canaux sont l'un et l'autre en contact, par une partie seulement de leurs parois, avec le tissu bojanien.

En arrière de la veine afférente oblique du cœur, c'est-à-dire au niveau de la veine longitudinale postérieure, ces deux grandes lacunes, continuant leur trajet, conservent leurs rapports immédiats avec les filets branchiaux (*fig.* 1, 2, 2); mais d'autres lacunes plus volumineuses se forment au-dessus et en dedans de l'origine de la branchie (*fig.* 1, 1, 1, 1), et deviennent de grands canaux anfractueux dont les parois sont tapissées en grande partie par le tissu bojanien. Ces canaux constituent en réalité ce que j'ai déjà décrit sous le nom de veine longitudinale postérieure. Toutes ces lacunes communiquent ensemble et s'injectent simultanément lorsqu'on injecte l'une d'entre elles.

En arrière du muscle adducteur postérieur des valves, le canal afférent de la branchie devient distinct et indépendant (Pl. XXIV, *fig.* 6, 12); c'est un canal à parois résistantes, dans lequel s'insère la base de la branchie. Ce canal renferme à la fois la prolongation des deux grandes lacunes que nous avons vues tapisser les deux faces de la base de la branchie et le tissu conjonctif à petites lacunes qui enveloppe la base renflée des filets branchiaux (Pl. XXIV, *fig.* 6, 12, 12). Dans cette portion libre du canal afférent de la branchie, ce réseau lacunaire est sans relation de contact direct avec le tissu bojanien; mais il ne faut point oublier que le sang qui pénètre dans ce canal afférent libre provient de cavités lacunaires situées en avant d'elles, et dont les parois étaient en rapport avec l'organe de Bojanus.

Plusieurs considérations importantes peuvent être déduites de l'étude précédente.

Nous voyons en effet que le sang qui pénètre dans les branchies a toujours été en contact avec l'organe de Bojanus, et y a subi une élaboration préalable. Nous voyons aussi que le sang qui est appelé à pénétrer dans les branchies est renfermé dans des cavités lacunaires qui communiquent plus ou moins largement avec les veines longitudinales afférentes du cœur, à travers les canaux lacunaires de l'organe de Bojanus.

Il résulte de là que le sang qui, provenant des viscères ou des diverses parties du corps, parvient au réseau bojanien, peut pénétrer, ou directement dans les veines afférentes du cœur, ou dans l'appareil respiratoire. Or, comme la circulation du sang dans les filets branchiaux, extrêmement étroits, paraît devoir être bien plus difficile que dans les larges lacunes des canaux qui conduisent le sang au cœur, il s'ensuivrait que le sang ne pénétrerait que très-faiblement dans la branchie, dont le rôle serait bien amoindri. Il ne faut pas oublier en effet, qu'en arrivant dans le tissu lacunaire qui coiffe la base de la branchie, le sang a parcouru le système artériel, les capillaires et les lacunes des tissus, et enfin le réseau de l'organe de Bojanus, et que par conséquent la faible impulsion du cœur et des grosses artères est presque épuisée et n'est plus capable de faire pénétrer le sang et ses globules dans les étroits filets branchiaux. Ces considérations, ajoutées à celles que j'ai précédemment émises sur les diamètres relatifs des globules et des filets branchiaux, m'avaient conduit en effet à considérer la circulation et par conséquent la respiration branchiales comme peu importantes (Voir *Compt. rend. de l'Institut*, septembre 1874). Des recherches postérieures ont modifié cette opinion et m'ont permis de découvrir l'appareil ingénieux qui fait que, malgré les obstacles précédemment énumérés, le sang peut pénétrer abondamment dans les filets branchiaux et y circuler avec activité.

Cet appareil est disposé de manière à produire des mouvements alternatifs de dilatation et de rétrécissement de la cavité des feuillets branchiaux, c'est-à-dire de vrais mouvements de systole et de diastole. Il est très-remarquable, et par sa disposition et par la nature des éléments anatomiques qui le composent. Ces éléments en effet sont tels qu'on n'en a pas, je crois, signalé encore de semblables.

Nous savons que les filets branchiaux sont séparés entre eux par un intervalle étroit, en forme de fente, et destiné au passage de l'eau qui sert à la respiration. Cette fente est interrompue de distance en distance par des corps cylindriques courts ou *disques*, qui, adhérant aux faces des filets, les unissent entre eux (Pl. XXVI, *fig.* 1, 7, *fig.* 4, 7, *fig.* 5, 4; Pl. XXVII, *fig.* 9, 2). Ces disques forment ainsi des séries horizontales en lignes droites ou plus souvent sinueuses, et distantes les unes des autres de $0^{mm},5$ environ. Cette disposition donne à la branchie l'aspect d'un treillis à mailles rectangulaires très-allongées dont la *fig.* 9, Pl. XXVII, obtenue par la photographie, donne une juste idée. Ces disques sont au reste situés sur les faces du filet plus près du bord intérieur que du bord extérieur (Pl. XXVI, *fig.* 4 et 5; Pl. XXVII$^5$, *fig.* 7).

Ils sont constitués, sur chacune de leurs faces extrêmes ou bases du cylindre, par une couche simple de cellules épithéliales cylindriques ayant $0^{mm},016$ de longueur environ (Pl. XXVII, *fig.* 10, *fig.* 11; Pl. XXVII$^4$, *fig.* 13; Pl. XXVII$^5$, *fig.* 7), pourvues d'un noyau elliptique et très-riches en granulations incolores ou peu colorées. Cette couche, unique et de forme circulaire, est en rapport avec un épaississement de la couche épithéliale brunâtre, que j'ai décrite, sur le bord intérieur du filet branchial (Pl. XXVI, *fig.* 5; Pl. XXVII, *fig.* 10). Entre les deux couches extrêmes de cellules cylindriques, qui sont rendues opaques par leurs nombreuses granulations, se trouve compris un disque intermédiaire formé d'une substance hyaline, très-réfringente et entièrement dépourvue de granulations. Cette substance, vue à un fort grossissement, présente des stries très-fines, très-régulières, et parallèles à l'axe du cylindre (Pl. XXVII, *fig.* 10; Pl. XXVII$^4$, *fig.* 13, 1). On croirait avoir devant les yeux une branche très-mince d'un cylindre musculaire à fines stries longitudinales.

Afin d'étudier ces appareils, il faut, sur une Moule bien vivante, détacher très-délicatement avec les ciseaux une portion de branchie, de manière à ne point rompre les moyens d'union des filets entre eux. Pour cela, je recommande surtout un fragment de la lame extérieure ou libre de l'un des feuillets branchiaux, fragment que l'on détache avec la partie correspondante du vaisseau efférent. Ce dernier sert de support aux filets branchiaux et les maintient dans leur position respective. On dépose ce fragment de branchie

sur une lamelle porte-objet, et l'on a soin d'y mettre une quantité d'*eau de mer* suffisante pour que les filets branchiaux plongés dans le liquide aient une certaine liberté de mouvements. Je recommande expressément d'employer l'eau de mer, parce que c'est le milieu naturel de la branchie, et parce que l'eau pure altère les disques branchiaux et les désorganise rapidement, ainsi que nous le verrons. Il est bon de faire reposer le fragment de branchie sur sa face extérieure, de telle sorte qu'il soit vu par sa face intérieure. En effet, d'une part les longs cils vibratiles du bord extérieur des filets cachent les disques branchiaux et leurs mouvements, et d'autre part les disques, étant plus rapprochés du bord intérieur des filets, se voient bien mieux par la face intérieure de la lame branchiale. On laisse la préparation dans cet état, sans la recouvrir d'une lamelle mince qui comprimerait la branchie et gênerait les mouvements des disques.

Une fois la préparation convenablement faite, si on la porte sous le microscope avec un grossissement moyen, voici ce que l'on observe : pendant un premier temps dont la durée varie, selon les cas, de 5 à 15 minutes et plus quelquefois, tout est immobile dans la préparation. Les filets branchiaux sont rapprochés les uns des autres ; les fentes branchiales sont conséquemment assez étroites, et les disques paraissent composés de deux couches épithéliales larges et minces, séparées par une lame hyaline *mince* (Pl. XXVII, *fig.* 11, *l*; Pl. XXVII[1], *fig.* 13, 3). Quand ce premier temps d'immobilité s'est écoulé, la plaque hyaline s'épaissit *lentement*; son axe s'allonge, tandis que son diamètre diminue, et les fentes branchiales s'élargissent (Pl. XXVII, *fig.* 11, *b, i, m*; Pl. XXVII[1], *fig.* 13, 2) : il y a une sorte de détente lente et progressive. A partir de ce moment commence dans la plaque hyaline du cylindre une série d'alternatives d'allongement et de raccourcissement par rapport à leur axe, qui sont accompagnés de raccourcissement et d'allongement par rapport à leur diamètre. Ainsi, un disque hyalin qui à l'état d'allongement a $0^{mm},005$ d'épaisseur ou de longueur d'axe et $0^{mm},03$ de diamètre, présente, quand il est raccourci, une épaisseur de $0^{mm},0025$ et un diamètre de $0^{mm},05$. Un disque hyalin qui, épaissi, a un axe de $0^{mm},010$, n'a plus, quand il s'est aminci, qu'un axe de $0^{mm},004$. Ces mesures et d'autres semblables montrent que l'épaisseur des disques hyalins varie du simple au double, suivant qu'ils sont à l'état de rétrécisse-

ment ou d'allongement (Pl. XXVII, *fig.* 11). Ce sont là les limites de la variation ordinaire ; mais la différence peut être accrue sous l'influence d'un excitant énergique, comme un traumatisme ou une goutte d'éther ou d'alcool. Ainsi, j'ai vu sur une Moule un disque qui avait une épaisseur de $0^{mm},07$ se réduire à une épaisseur de $0^{mm},002$ (Pl. XXVII, *fig.* 11, *k*). Sur une autre Moule de 3 centim. 1/2 de longueur, très-vigoureuse, le 20 octobre, par une température de 16° centigr., tous les disques, mis sous le champ du microscope, étaient dans un état d'amincissement considérable; la lame hyaline était très-mince et son diamètre très-agrandi (Pl. XXVII⁴, *fig.* 13, 3) ; ils avaient alors $0^{mm},054$ de diamètre et $0^{mm},002$ d'épaisseur. Au bout de vingt minutes, quelques-uns s'élargirent peu à peu et atteignirent $0^{mm},009$ d'épaisseur, tandis que leur diamètre se réduisit à $0^{mm},036$. On voit donc que la variation dans l'épaisseur dépassait la proportion de 1 à 4.

Pendant que le disque hyalin a sa plus grande épaisseur, sa forme est cylindrique (Pl. XXVII, *fig.* 10, *fig.* 11, *h*; Pl. XXVII⁴, *fig.* 13, 1), sa surface courbe périphérique est régulièrement cylindrique, et les bords de sa section suivant l'axe sont rectilignes ; mais à mesure que le disque s'amincit, ces bords deviennent arrondis, saillants et elliptiques (Pl. XXVII, *fig.* 11, *a*, *b*, *i*; Pl. XXVII⁴, *fig.* 13, 2). Il se forme donc un bourrelet circulaire que l'on peut comparer, pour la forme, à l'un des renflements d'un cylindre musculaire à stries transversales.

D'autre part il se produit, dans les deux plaques de cellules qui limitent le disque hyalin, des modifications de forme qu'il est bon de signaler. Quand le disque hyalin a sa plus grande épaisseur, les deux plaques épithéliales ont la forme de troncs de cônes à bases parallèles, dont l'angle au sommet est très-ouvert, et dont la petite base correspond exactement à la base du disque hyalin (Pl. XXVII⁴, *fig.* 13, 1). Quand ce dernier s'amincit et prend des bords convexes, le tronc de cône épithélial prend une hauteur moindre et un angle plus aigu (*fig.* 13, 2). La grande base reste la même, mais la petite base s'agrandit et dépasse la base du disque hyalin. Enfin, le disque hyalin étant réduit au minimum d'épaisseur (*fig.* 13, 3), les deux couches épithéliales cessent d'être coniques et prennent la forme de deux disques minces entre lesquels se cache le disque hyalin très-aplati.

Voici les mesures prises pour les disques de la *fig.* 13.

Disque 1.

| | | |
|---|---|---|
| *Couche épithéliale* : | Diamètre de la grande base du tronc de cône... | $0^{mm}$,060 |
| — | Diamètre de la petite base.................... | 0, 035 |
| — | Épaisseur de la couche....................... | 0, 015 |
| *Couche hyaline* : | Diamètre.................................... | 0, 035 |
| — | Épaisseur................................... | 0, 012 |

Disque 2.

| | | |
|---|---|---|
| *Couche hyaline* : | Diamètre.................................... | $0^{mm}$,042 |
| — | Épaisseur................................... | 0, 009 |

Disque 3.

| | | |
|---|---|---|
| *Couche épithéliale* : | Diamètre uniforme........................... | $0^{mm}$,060 |
| — | Épaisseur................................... | 0, 005 |
| *Couche hyaline* : | Diamètre.................................... | 0, 054 |
| — | Épaisseur................................... | 0, 002 |

Les mouvements des disques, faibles au début, acquièrent peu à peu toute leur amplitude. Ils sont réguliers, et ont lieu environ soixante et dix fois par minute; mais outre ces mouvements réguliers, rhythmiques, on observe quelquefois des contractions énergiques et rapides de la totalité des disques de la préparation. Ces contractions rapprochent brusquement tous les filets branchiaux. Après chacun de ces mouvements d'ensemble qui arrivent à des intervalles irréguliers de 2, 5, 10 minutes, les disques se détendent et ne reviennent à l'état d'allongement qu'en un temps double de celui de la contraction. Il y a là une sorte de convulsion de la branchie dont la cause m'est inconnue.

On peut facilement comprendre l'influence de ces divers mouvements. Tous les disques se contractant simultanément, deux effets remarquables sont produits :

1° Les fentes ou boutonnières qui existent entre les filets branchiaux sont alternativement élargies et rétrécies, et par conséquent l'eau qui passe à travers ces mailles, et qui sert à la respiration, est alternativement attirée et repoussée. Son renouvellement est par conséquent rendu très-actif.

2° Les filets branchiaux présentant à l'état normal un canal à lumière

fusiforme sont également le siége de dilatations et de rétrécissements successifs.

Ce que nous avons vu de la structure des filets branchiaux nous permet de comprendre ces derniers effets des mouvements des disques. L'examen de la *fig.* 7, Pl. XXVII[5], qui montre les rapports des disques branchiaux avec les faces d'un filet, fait clairement voir que la lumière du filet peut être facilement accrue. En effet, non-seulement les parois très-minces du filet cèdent sans difficulté aux mouvements des disques et s'infléchissent aisément, mais les renflements internes et externes 1, 2, qui forment pour ainsi dire la charpente des filets branchiaux, servent de point d'application à la puissance des disques et s'écartent sans efforts, grâce à la délicatesse des connectifs 9 et 10. Quand tous les disques qui adhèrent aux deux faces du filet se contractent, ils attirent en dehors les parois latérales très-minces de la cavité du filet, et agrandissent le petit diamètre de cette cavité. La lumière du filet tend à devenir arrondie, et par conséquent très-accrue. Quand les disques se détendent et s'allongent, les parois du filet se rapprochent et la lumière du canal s'aplatit.

Il y a donc dans les fentes branchiales une sorte d'inspiration et d'expiration respiratoires qui entretiennent avec les cils branchiaux le renouvellement du fluide respirable, et il y a également dans les filets branchiaux quelque chose de comparable à une systole et à une diastole vasculaires, avec cette différence pourtant que la dilatation du filet n'est point due à la pression cardiaque, mais à des organes extérieurs, les disques branchiaux.

On est frappé de l'analogie très-apparente qu'il y a entre ces disques contractiles et l'élément musculaire proprement dit. Au début de l'observation, l'excitation du traumatisme semble les mettre dans un état de contraction tétanique qui disparait insensiblement et est remplacé par des contractions rhythmées comparables à celles des fibres du cœur. On croirait pouvoir considérer le disque hyalin comme une section très-courte et discoïde de muscle comprise entre deux couches de cellules qui représenteraient les éléments non contractiles du muscle. Mais si l'on écarte délicatement deux filets branchiaux voisins, les moyens d'union formés par les disques se rompent, et sur chaque filet, à la place du disque, se trouve une des deux couches de cellules qui sont alors surmontées de cils vibratiles hyalins formant une espèce de

brosse (Pl. XXVI, *fig.* 4, 7, Pl. XXVII, *fig.* 11, *f*, *g*). La plaque hyaline ou intermédiaire du disque s'est dissociée et décomposée en deux brosses de cils qui se pénétraient réciproquement et étaient soudés les uns aux autres par un ciment conjonctif, de manière à constituer un disque massif finement strié. Ces cils se meuvent régulièrement et rhythmiquement, suivant les rayons du disque, dans un sens alternativement centripète et centrifuge par rapport au centre du disque. En d'autres termes, la brosse s'ouvre ou se ferme comme une fleur à nombreux pétales filiformes. Ces mouvements ne sont pas très-rapides, mais se renouvellent de 70 à 80 fois par minute.

La longueur des cils m'a paru invariable pour un même disque, et n'éprouve aucun changement. Cette longueur est du reste à peu près égale à l'épaisseur du disque hyalin relâché. Ainsi, elle était de $0^{mm},006$ sur un disque dont l'épaisseur maximum était de $0^{mm},007$. Les cils des deux brosses opposées se pénètrent donc profondément, et peuvent être représentés par la figure schématique de la Pl. XXVII, *fig.* 12. Du reste, en procédant avec précaution, on peut se rendre nettement compte de ces relations des cils de deux brosses opposées. C'est ainsi qu'en écartant très-lentement et très-délicatement deux filets branchiaux, on peut obtenir des disques dont les brosses sont incomplétement séparées et se pénètrent à des profondeurs différentes. On voit, Pl. XXVII, *fig.* 11, en *c*, *d*, *e*, *o*, *n*, des résultats semblables que j'ai reproduits d'après mes préparations. Ces résultats ne permettent pas de douter que le disque hyalin ne soit naturellement décomposable en cils vibratiles, et je dois ajouter qu'aucun des observateurs expérimentés auxquels j'ai montré les disques ainsi séparés en deux couches n'a hésité un instant à les considérer comme des cellules surmontées de véritables cils vibratiles, c'est-à-dire comme des plaques d'épithélium cilié.

Pour me rendre compte de la signification physiologique des cils des disques, j'ai essayé l'effet de certains agents comparativement sur ces organes et sur les longs cils qui forment deux belles rangées sur le bord extérieur du filet branchial. Ces expériences ont été faites le 11 juillet 1875, par une température de 26° centigr.

Une portion de branchie étant préparée comme je l'ai indiqué précédemment, et mise sous le microscope avec un numéro 3 de Nachet, j'ai attendu que les mouvements des plaques fussent bien régulièrement établis. Pendant

que j'observais, un aide a fait, avec une pipette, tomber sur la préparation quatre gouttes de chloroforme représentant 25 centigrammes. Aussitôt et brusquement les disques s'aplatissent fortement et prennent les formes représentées en *j* et *k*, *fig.* 11 de la Pl. XXVII. Leur diamètre augmente, les lamelles sont rapprochées et élargies, tandis que les fentes branchiales sont rétrécies. Cet état persiste sans variation pendant 100 secondes ; au bout de ce temps, les plaques s'épaississent peu à peu, et les mouvements reparaissent très-incomplets. Après deux minutes, ils sont encore imparfaitement revenus ; au bout de cinq minutes, ils ont repris leur état normal. Il y a donc eu une sorte de contracture des disques qui a été suivie d'un relâchement et d'un retour aux mouvements normaux[1]. Pendant ce temps, au contraire, les cils du bord externe de la branchie, soumis à la même influence, ont toujours conservé l'intégrité de leurs mouvements.

Sur la même préparation revenue à l'état normal, cinq gouttes d'éther sont versées : aussitôt les disques deviennent épais, se relâchent brusquement et deviennent immobiles. Les cils du bord de la branchie s'arrêtent également. Les mouvements ne reparaissent plus ni dans les uns ni dans les autres. La dose d'éther a été toxique, et il y a eu mort du tissu.

Sur une autre préparation empruntée au même animal, on verse quatre gouttes d'éther seulement : il y a aussitôt contracture des disques, qui deviennent très-minces. Leurs mouvements ne commencent à reparaître faiblement qu'au bout de deux minutes. Les longs cils du bord extérieur de la branchie continuent à se mouvoir normalement.

Sur une Moule petite et affaiblie par le jeûne, les disques présentaient à l'état de relâchement un diamètre de $0^{mm},036$ et une épaisseur de $0^{mm},006$. Sous l'influence de l'éther, ils prirent brusquement un diamètre de $0^{mm},050$ et une épaisseur de $0^{mm},002$. Sur une petite Moule *déjà très-affaiblie*, les disques hyalins, ayant à l'état de repos un diamètre de $0^{mm},024$ et une épaisseur de $0^{mm},009$, prirent brusquement, sous l'influence de l'éther, un diamètre de $0^{mm},030$ et une épaisseur de $0^{mm},006$.

---

[1] J'emploie ici les termes de *contracture, contraction, relâchement*, pour la facilité du discours, mais sans préjuger de la signification physiologique des divers mouvements des disques branchiaux.

Avec trois gouttes d'alcool, les effets sont identiques aux précédents. Les lamelles branchiales se rapprochent brusquement et les fentes branchiales perdent d'un tiers à la moitié de leur diamètre transversal.

Avec trois gouttes d'une solution moyennement concentrée de soude, on obtient des effets identiques, mais le retour des mouvements est moins tardif. Ils reparaissent au bout de 60 secondes.

L'eau distillée, à la dose de cinq à six gouttes, a un effet très-prononcé. Les disques hyalins s'allongent immédiatement ; ils perdent bientôt leur aspect strié et se désorganisent, ainsi que les deux couches de cellules qui adhèrent à leurs faces opposées ; les cils du bord extérieur de la branchie sont également atteints. Ils perdent leurs mouvements et s'altèrent.

Traités par une solution de picrocarminate d'ammoniaque, les disques ne se mettent ni en état de contraction extrême, ni en état de relâchement, mais ils cessent de se mouvoir, ce qui peut être dû à l'influence de l'eau distillée de la solution. Les cils du bord de la branchie conservent au contraire leurs mouvements. Le picrocarminate ne m'a pas du reste paru colorer les disques hyalins d'une manière remarquable, tandis qu'il colore vivement les muscles adducteurs de la Moule. L'action du carmin d'indigo ne m'a pas semblé plus vive. Il y a dans les deux cas une coloration modérée du disque hyalin, qui est légèrement teinté en rouge ou en bleu, selon le cas.

Placés dans de l'eau de mer glacée à — 8° centigr. et fondante à — 5°, les disques se contractent et restent immobiles. Les cils isolés des disques sont également sans mouvements ; mais, la température s'élevant de nouveau, les mouvements reparaissent peu à peu. Les cils du bord extérieur de la branchie ont, sous l'influence de cette basse température, *ralenti* mais *non interrompu* leurs mouvements. Ces derniers reprennent leur vivacité avec l'élévation de la température.

Ces expériences permettent de penser que si les disques hyalins sont composés de cils vibratiles, ces cils ne sont point absolument identiques, quant à leur nature et quant à leurs propriétés, à ceux du bord externe de la branchie, puisqu'ils répondent différemment aux mêmes provocations et aux mêmes agents. Peut-être trouverait-on plus d'affinité et plus de ressemblance entre les cils des disques et les cils dits *volontaires* de certains infusoires. C'est là une question que je me propose d'étudier à l'occasion.

J'ai voulu essayer l'effet de l'excitation électrique sur les disques, et pour cela j'ai mis les deux extrémités du fragment de branchie que j'observais au microscope en contact avec les deux pôles d'un courant induit. Les résultats obtenus n'ont pas été assez nets pour que je puisse rien conclure de ces expériences, très-délicates du reste, et par conséquent propres à induire en erreur. Je me borne à dire que, dans l'une de mes expériences, il s'est produit avec l'application des pôles de la pile une première contraction, qui a persisté. Les disques, qui avant exécutaient leurs mouvements rhythmiques, sont devenus immobiles et comme tétanisés.

Avant de formuler les réflexions que me paraissent soulever les faits qui précèdent, je désire exposer le mécanisme de l'action des disques branchiaux. Ces disques, ai-je dit, sont formés par deux brosses de cils qui se pénètrent réciproquement, et dont les poils sont agglutinés les uns aux autres par une espéce de ciment. La *fig.* 12 de la Pl. XXVII représente donc schématiquement cette disposition. Les cils fixés sur leur base y sont figurés en blanc, tandis que le ciment intermédiaire correspond aux parties ombrées. Si nous considérons les cils de la *fig.* 12 comme appartenant à une région limitée et excentrique du disque, ils tendront tous à se déjeter dans le même sens, c'est-à-dire vers la limite extérieure du disque, limite que nous supposons ici, pour la démonstration, correspondre à la partie supérieure de la figure. Il est facile de comprendre que, les cils des deux brosses étant soudés entre eux, l'extrémité libre des cils d'une brosse devra rester attachée à la partie basilaire des cils de l'autre brosse; et, comme la partie basilaire est la plus forte, la plus fixe et celle où réside surtout la puissance d'impulsion, il arrivera que, au voisinage des deux faces de la plaque, l'ensemble des cils suivra les mouvements de la portion basilaire et devra s'infléchir en formant une concavité interne. Il se produira donc la disposition représentée dans la *fig.* 13 de la Pl. XXVII. On peut ainsi rationnellement expliquer les phénomènes de mouvements qui se passent dans les disques, et leurs modifications de forme.

Quant aux modifications de forme des disques épithéliaux qui limitent le disque hyalin, on peut s'en rendre compte d'une manière très-naturelle. Elles ne sont point dues à des mouvements propres de ces couches cellulai-

res, mais elles sont la conséquence de la solidarité des mouvements excentriques et concentriques des cils des deux brosses. En effet, quand cette solidarité est rompue par la séparation des deux brosses, les cils continuent leurs mouvements, mais les couches cellulaires restent entièrement immobiles. On comprend en effet que, par suite des mouvements solidaires des deux brosses, la masse ciliaire, se portant forcément en dehors, attire aussi dans ce sens la masse cellulaire, de consistance élastique, et transforme le cône en un disque mince; tandis que, lorsque les cils se portent en dedans, ils tendent à ramener vers le centre la masse cellulaire, à laquelle ils adhèrent. Ils rétrécissent donc le diamètre de la base sur laquelle ils sont insérés, et donnent à la masse épithéliale la forme d'un tronc de cône dont la hauteur est plus grande que celle du disque. Mais, je le répète, pour que les mouvements excentriques des cils produisent la transformation en disque mince des couches épithéliales, il faut que les deux brosses de cils soient unies et solidaires, et que les cils de l'une puissent prendre point d'appui sur les cils de l'autre pour entraîner excentriquement la masse épithéliale. En définitive, les choses se passent comme si les cils étaient saisis par leur extrémité libre et tirés en dehors. Cela est si vrai que, quand les deux brosses sont séparées, les deux masses épithéliales prennent d'elles-mêmes la forme ramassée et conique, qui dès-lors ne varie plus, quoique les cils à l'état libre continuent leurs mouvements.

Ces explications des mouvements des disques ne sont du reste pas une simple hypothèse, et l'on ne peut douter que ces mouvements ne soient liés directement aux mouvements mêmes des cils. On trouve quelquefois en effet, sur des disques normaux exécutant régulièrement leurs mouvements, des cils marginaux restés libres et non fixés par le ciment, et il est facile de voir alors les mouvements des cils libres s'exécuter en même temps que ceux des disques, mais avec cette différence que ces cils ne se courbent pas notablement, mais se bornent à exécuter un mouvement de pendule de dehors en dedans, et réciproquement. La *fig.* 11 *m* de la Pl. XXVII représente un de ces disques dont le bord supérieur présentait une courbe régulière, tandis qu'au bord inférieur on distingue des cils libres non agglutinés avec le reste du disque.

Les disques branchiaux de la Moule sont, je le crois du moins, les seuls organes de cette espèce qui aient encore été signalés. Les cils vibratiles ont été jusqu'à présent reconnus comme des filets plus ou moins délicats, fixés seulement par une de leurs extrémités, et entièrement libres par le reste de leur étendue. On ne les connaît que comme des organes appartenant aux surfaces des membranes et appelés à agir, soit sur les liquides qui touchent les membranes, soit sur les mouvements de l'ensemble de l'animal (infusoires, etc.) en faisant fonction de rames. Ici au contraire nous avons affaire à des cils agglutinés entre eux, fixés dans toute leur étendue, et s'unissant non-seulement avec les cils voisins, mais avec les cils d'une surface opposée, pour former avec eux une masse compacte, massive. L'action de ces cils agglutinés diffère essentiellement de celle des cils vibratiles, puisqu'elle a pour effet de relier entre eux deux organes séparés (filets branchiaux), et de faire varier leur distance réciproque ainsi que leur capacité. Ce sont là des faits encore uniques, si je ne me trompe.

Au reste, les cils des disques branchiaux sont-ils bien des cils vibratiles ordinaires? L'étude que je viens d'en faire permet de répondre à cette question.

Les cils des disques ont évidemment avec les cils vibratiles proprement dits de nombreux points de ressemblance. Au point de vue de la forme, ils n'en diffèrent nullement quand ils sont isolés, et on ne saurait les en distinguer. Il y a dans l'un et l'autre cas des cellules portant des cils dont les mouvements sont identiques à ceux des cils vibratiles ordinaires; mais nous avons vu, d'autre part, qu'en présence de certains agents tels que l'alcool, l'éther, le froid, etc., les cils des disques se comportaient bien différemment des cils ordinaires.

D'un autre côté, les cils des disques, quand ils sont agglutinés, agissent exactement comme des muscles. Au point de vue de la forme seule, ils ressemblent à une tranche mince d'une fibre musculaire, et, comme cette dernière, ils présentent des raccourcissements et des allongements successifs, c'est-à-dire des contractions et des relâchements. Vis-à-vis de certains réactifs physiologiques, ils se comportent également comme le tissu musculaire, car l'alcool, l'éther, le chloroforme, le froid, appliqués directement

sur ce dernier pendant la vie, provoquent des contractions comparables à celles que nous avons constatées sur les disques branchiaux.

En présence des substances colorantes telles que le picrocarminate d'ammoniaque ou le carmin d'indigo, les disques contractiles se laissent légèrement teinter, ce qui les distingue du tissu musculaire strié et des muscles de la vie animale de la Moule, mais ce qui les rapproche du tissu musculaire à fibres lisses, dont les noyaux seuls ont une grande affinité pour les substances colorantes citées plus haut.

Il y a de plus, entre le tissu musculaire et les disques branchiaux, ce point de ressemblance que ces derniers paraissent être, comme le premier, sous l'influence directe du système nerveux, puisque le traumatisme résultant de la section de la branchie détermine chez eux une excitation d'une certaine durée qui se traduit par un état persistant de contraction. Néanmoins, les éléments musculaires ne présentent jamais, quand ils ont été dissociés, des mouvements vibratiles comparables à ceux des cils isolés des disques.

Les disques branchiaux sont donc des organes composés d'éléments qui ont à la fois des affinités avec les cils vibratiles, lorsqu'ils sont isolés et libres, et avec le tissu musculaire, quand ils sont agglutinés et soudés en un disque massif.

Ces éléments se comportent comme des cils vibratiles, tout en différant sous certains rapports des cils vibratiles ordinaires; ils se comportent aussi comme des muscles, tout en différant à certains égards du tissu musculaire. Aussi suis-je disposé à les considérer comme pouvant servir à relier les deux ordres d'éléments moteurs, muscle et cil vibratile, qu'on a jusqu'à présent vainement essayé de rapprocher et de rattacher l'un à l'autre.

On pourrait peut-être même trouver, dans la connaissance de la structure intime des disques branchiaux, une explication des modifications intimes qui s'opèrent dans la contraction musculaire, explication plus prochaine que celles qui ont été données jusqu'à ce jour.

Ces disques pourraient nous donner la clef de la composition et de la contraction du tissu musculaire, si l'on était autorisé à les considérer comme correspondant plus ou moins exactement aux *disques musculaires* de Bowmann, ou mieux encore aux *segments de fibrille* d'Engelmann, segments composés d'une portion foncée portant sur les deux faces opposées une

couche de substance hyaline. Peut-être trouvera-t-on un jour, avec des moyens de recherche supérieurs à ceux dont nous disposons, que la fibrille striée est composée de disques formés de cils très-délicats agglutinés et séparés par une substance intermédiaire qui correspondrait aux couches cellulaires limitantes des disques branchiaux. Ces deux ordres de couches successives, qui représenteraient les disques foncés et clairs des fibrilles striées, donneraient à ces dernières l'aspect strié qui les caractérise, c'est-à-dire cette alternance de parties claires et de parties foncées.

Quant aux fibres lisses, nous savons que de forts grossissements permettent de leur reconnaître de très-fines stries longitudinales, sur lesquelles a insisté avec raison le professeur Rouget, et qui pourraient bien correspondre à l'existence de cils très-fins disposés dans la fibre-cellule selon le sens de sa longueur, mais non par couches successives distinctes, comme dans la fibrille striée. Ces cils, en se recourbant simultanément de manière à présenter tous leur convexité vers la périphérie de la fibre-cellule, produiraient son raccourcissement et son augmentation d'épaisseur.

Enfin, on sait que les fibres musculaires de la vie de relation de certains animaux inférieurs, les vers par exemple, se présentent sous la forme de rubans qui, pour se contracter, se courbent en zigzag. Ce mode de contraction serait facile à comprendre s'il était démontré que ces fibres musculaires sont formées de cils disposés par régions successives, dont les unes seraient formées de cils se courbant dans un sens, et les autres dans le sens opposé.

Ainsi serait comblée la distance qui semble séparer les muscles et les cils vibratiles, qui sont les deux seuls éléments moteurs à forme déterminée que l'on connaisse dans la vie animale.

Je borne là les réflexions qui m'ont été suscitées par l'étude des organes très-particuliers auxquels j'ai donné le nom de disques branchiaux. J'ai mis en avant quelques hypothèses qui m'ont paru dignes d'examen, et qui pourraient devenir le point de départ de recherches nouvelles sur ce sujet si délicat de la contraction musculaire. On peut certes me faire de sérieuses objections; mais il restera néanmoins de cette étude la connaissance des éléments singuliers qui composent les disques, et auxquels j'ai donné le nom de *cils musculoïdes*, qui rappelle leurs doubles affinités apparentes.

Après avoir étudié les moyens d'union des filets voisins entre eux, je dois parler des moyens d'union des deux branches d'un même filet. J'ai déjà dit que la lame adhérente et la lame libre du feuillet branchial ne pouvaient être fortement écartées l'une de l'autre. Ces deux lames sont en effet rattachées l'une à l'autre par des ligaments assez courts qui s'étendent horizontalement de la branche descendante du filet à la branche ascendante (Pl. XXVI, *fig.* 5, 3). Chaque filet branchial est pourvu d'un seul ligament qui est généralement situé à la réunion du tiers ou du quart supérieur avec les portions inférieures. Ce ligament est cylindrique, très-délié, de $0^{mm},1$ de diamètre, et naît par des bases élargies des bords intérieurs des filets branchiaux. Il est formé de tissu conjonctif élastique, comme la membrane fondamentale du filet, dont il est une expansion. Sa surface est recouverte d'une couche d'épithélium à petites cellules de $0^{mm},01$ de diamètre, pourvues de cils vibratiles courts. Quand l'épithélium est enlevé en tout ou en partie, comme dans la *fig.* 5, par une macération dans l'acide acétique très-étendu, on distingue sur le ligament des stries longitudinales.

Pour terminer l'étude de l'appareil de la respiration, il me reste à décrire les vaisseaux efférents de la branchie. Les vaisseaux efférents occupent le bord supérieur de la lame extérieure de chacun des quatre feuillets branchiaux; ils sont donc au nombre de quatre. Ce sont des vaisseaux qui, très-effilés à leur extrémité postérieure terminée en pointe fermée, vont en grossissant progressivement d'arrière en avant à mesure qu'ils reçoivent les filets branchiaux du feuillet correspondant. Ayant déjà décrit leur parcours et leurs rapports, je me borne à dire qu'antérieurement les deux vaisseaux d'un même côté se réunissent en un tronc commun qui adhère à la face latérale correspondante de la partie antérieure du corps, et qui va déboucher dans des lacunes qui sont en communication directe avec l'origine de la veine longitudinale antérieure. Nous savons que ce tronc commun des deux veines efférentes du même côté reçoit d'une part un petit tronc formé par les petits vaisseaux superficiels de la partie antérieure du corps (Pl. XXIII, *fig.* 6, 9), et d'autre part un petit tronc formé par quelques petits vaisseaux de la face interne du manteau (Pl. XXIII, *fig.* 8, 3). Le sang qui revient des palpes labiaux se jette également dans les cavités lacunaires qui existent à la partie antérieure de la veine longitudinale antérieure,

et se mêle par conséquent au sang qui provient de la veine efférente de la branchie.

La veine efférente de la branchie présente une forme particulière. On y distingue une partie supérieure cylindrique qui constitue la veine elle-même, et dans laquelle s'abouchent les filets branchiaux (Pl. XXVI, *fig.* 1, 1, *fig.* 2, 1, et Pl. XXVII⁵, *fig.* 3, 7). De cette partie, creusée d'un canal unique, naît, sur la face extérieure de la lame branchiale, une lame étroite qui forme une sorte de voile ou de ruban simplement appliquée sans adhérence sur les filets branchiaux, au point où ils vont s'aboucher dans la branchie (Pl. XXVI, *fig.* 1, 3; Pl. XXVII⁵, *fig.* 1 et 2, 7). Ce voile se termine par un bord inférieur libre (Pl. XXVI, *fig.* 1, 4), au voisinage duquel on distingue quelquefois assez nettement deux séries de cellules qui produisent l'effet de deux lignes festonnées. Ce ruban, étendu dans toute la longueur de la veine efférente, est creusé d'une cavité en forme de gouttière dont la paroi interne est plus épaisse que l'externe. Le vaisseau efférent et le voile branchial sont recouverts d'un épithélium à petites cellules dont le noyau est rempli de granulations brunes. Cet épithélium est surmonté partout de cils vibratiles très-courts et très-fins (Pl. XXVI, *fig.* 1 et 2) ; mais on distingue çà et là des bouquets composés de trois ou quatre cils très-longs et très-forts, naissant du même point et se mouvant dans le même sens, c'est-à-dire d'avant en arrière ; ils sont destinés à rejeter vers l'orifice anal du manteau l'eau qui provient des branchies et qui a déjà servi à la respiration.

Les filets branchiaux viennent s'aboucher à la face inférieure de la veine efférente, en s'évasant légèrement en forme d'entonnoir (Pl. XXVI, *fig.* 1 et 2). Au voisinage de la veine efférente, ces filets sont réunis entre eux par un amas de cellules (Pl. XXVI, *fig.* 1, 5) assez comparable, pour la composition, à celui que nous avons décrit à l'angle inférieur du filet branchial sous le nom de bourrelet épithélial (Pl. XXVI, *fig.* 4'), et à celui que nous avons décrit à l'origine du filet branchial dans le canal afférent (Pl. XXVII⁵, *fig.* 6, 3). Cet amas de cellules constitue une sorte de cloison qui unit un filet branchial à son voisin, et qui se termine inférieurement par un bord concave (Pl. XXVI, *fig.* 1') formé par des cellules plus volumineuses et pourvues de cils vibratiles qui, très-longs au milieu de la courbe, dimi-

nuent de longueur vers les extrémités, où ils disparaissent entièrement. Sur une préparation examinée après un séjour de quelques jours dans de l'eau fortement acidulée avec de l'acide acétique, et représentée par la *fig.* 2 de la Pl. XXVI, on voyait clairement que cette cloison épithéliale était formée de cellules polyédriques au centre et cylindriques sur la périphérie. Ces cellules paraissaient disposées par couches perpendiculairement aux faces du filet (Pl. XXVI, *fig.* 2'), et pouvaient se diviser, à partir d'un certain niveau, en deux colonnes unies à l'état normal, mais séparées ici par l'effet du réactif. Chacune de ces colonnes diminuait d'épaisseur inférieurement, pour se continuer enfin avec la couche de cellules brunes du bord intérieur et des faces du filet branchial (Pl. XXVI, *fig.* 2, 7). Sur la préparation dont je parle, le réactif avait produit une rétraction de ce tissu épithélial telle que la cavité correspondante des filets branchiaux avait été considérablement élargie, ainsi que le montre la figure.

Après la description très-complète que je viens de faire de l'appareil branchial, il ne me paraît pas nécessaire de m'étendre longuement sur le jeu de cet appareil. Tout ce qui précède démontre assez comment le sang, parvenu dans les lacunes placées à la base de la branchie, pénètre dans les filets branchiaux et les parcourt malgré les difficultés et les obstacles qui s'opposent à sa marche dans ce sens.

Le mécanisme en vertu duquel l'eau se renouvelle activement à la surface de la branchie ressortant aussi très-nettement de l'étude précédente, je clos là cette étude, déjà longue, de l'appareil de la respiration chez la Moule.

*(A continuer).*

---

# EXPLICATION DES PLANCHES

## PLANCHE XXIII.

FIG. 1. Moule dont la valve gauche a été détachée.

1 Muscles palléaux.
2 Bord du manteau pour montrer la lèvre lisse adhérente à la coquille, et la lèvre mamelonnée ou papillaire.
3 Membrane anale.
4 Ouverture anale du manteau.
5 Ligament de la charnière rompu.
6 Surface de section du muscle adducteur postérieur des valves.
7 Ventricule du cœur.
8 Bulbe aortique et tronc cœliaque.
9 Artères grandes palléales ; 9′ 9″ 9‴ Artères hépatiques ; 9′′′′ Artère terminale gauche de l'aorte.
10 Branche antérieure de la grande palléale ; 11 Branche postérieure.
12 Oreillette gauche.
13 Veine afférente oblique du cœur.
14 Réseau lacunaire des muscles palléaux.

FIG. 2. Artères du tube digestif.

1 Estomac utriculaire.
2,2 Estomac tubulaire.
3 Intestin récurrent.
4,4′ Artères gastro-intestinales antérieures.
5,5′ Artères récurrentes.
6,6 Artère gastro-intestinale postérieure gauche.
7,7 Artère gastro-intestinale postérieure droite.
8,8 Artère intestinale.
9 Tronc de l'artère péricardique.
10 Tronc cœliaque.

FIG. 3. Artères du tube digestif.

1 Aorte.
2 Rectum terminal.
3 Rectum cardiaque détaché et écarté.
4 Extrémité postérieure du ventricule et origine du rectum terminal.
6 Artère gastro-intestinale gauche.
7 Artère du rectum terminal.
8 Artère intestinale.
9 Artère péricardique.
10 Bulbe de l'aorte.
11 Artères gastro-intestinales.

FIG. 4. Les cavités des flancs ont été ouvertes en incisant en dedans des surfaces d'insertion des muscles postérieurs du byssus, en dehors du péricarde et du tube digestif.

1 Estomac utriculaire ouvert.
2 Estomac tubulaire ouvert.
3 Intestin récurrent ouvert.
4 Orifice pylorique.
5 Muscle adducteur postérieur.
6,6' Artères gastro-intestinales antérieures.
7 Artère gastro-intestinale postérieure gauche.
8 Artère péricardique.
9 Artère gastro-intestinale postérieure droite.
10,10 Artères récurrentes.

FIG. 5. Bulbe de l'aorte et artères qui en naissent. Les deux troncs latéraux qui ne sont pas désignés par des chiffres sont les artères palléales. On aperçoit par le bulbe ouvert la cavité du tronc cœliaque et de ses subdivisions.

1 Bulbe de l'aorte ouvert par la paroi supérieure.
2 Orifice de l'artère gastro-intestinale gauche dans le tronc cœliaque.
2' Orifice de l'artère gastro-intestinale droite.
3 Orifice de l'artère péricardique.
4 Extrémité antérieure du ventricule.
5 Rectum cardiaque.

FIG. 6. Dans cette figure, la Moule, détachée des deux valves, est couchée sur la région dorsale. Le manteau est ouvert, le corps déjeté sur le côté gau-

che. Le feuillet interne de la branchie droite n'a été conservé que dans son quart antérieur 16'. Pour le reste, le feuillet est censé avoir été coupé au niveau du vaisseau efférent. Il ne reste du feuillet externe que le vaisseau afférent. Les deux vaisseaux afférents viennent se réunir en arrière avec le vaisseau afférent. Ces trois vaisseaux sont repliés et relevés à ce niveau, afin de montrer les organes godronnés postérieurs et la veine horizontale 4.

1 Sinus marginal.
2 Veine du bord du manteau.
3 Origine de la veine anastomotique.
3' Embouchure de la veine horizontale du manteau dans le sinus marginal.
4 Veine horizontale du manteau avec deux veines ascendantes du manteau et l'origine de trois organes godronnés.
5 Veine anastomotique.
6,6 Organe de Bojanus, veine longitudinale, et canal afférent de la branchie réunis dans une bande qui suit le bord adhérent de la branchie.
7 Veine efférente de la branchie.
7' Veine de la bosse de Polichinelle.
8 Piliers fusiformes de l'organe de Bojanus.
9 Petite veine superficielle se jetant dans la veine branchiale efférente.
10 Pied.
11 Muscle adducteur antérieur des valves.
12 Membrane anale en partie détachée.
13 Veines de la membrane anale.
14 Ouverture anale du manteau.
15 Veines du muscle adducteur postérieur.
16 Ligament suspenseur de la branchie.
16' Feuillet branchial interne déjeté en dehors.
17 Conduit excréteur des glandes reproductrices.

Fig. 7. Petit bouquet représentant le réseau veineux superficiel de la région hépatique antérieure se réunissant en un tronc commun, pour se jeter dans la veine efférente de la branchie.

Fig. 8. Le capuchon antérieur du manteau est ouvert par incision.

1 Palpe buccal externe gauche vu par sa face interne.
2 Veine efférente de la branchie recevant le sang du réseau superficiel 3, représenté dans la *fig*. 7.
4 Bord incisé du capuchon palléal.

FIG. 9. Palpes buccaux et leurs vaisseaux.

1 Palpe buccal externe droit vu par sa face intérieure.
2 Palpe interne droit vu par sa face extérieure.
3 Palpe externe droit injecté.
4 Palpe interne gauche.
5 Artère du palpe.
6 Veine marginale du palpe.

FIG. 10. Portion du palpe grossie et vue par sa face intérieure.

1 Artère et ses subdivisions en capillaires dans la portion lisse.
2 Capillaires de la portion striée.

## PLANCHE XXIV.

FIG. 1. Moule détachée de sa coquille et vue par la face gauche.

1 Espace entre le manteau et le péricarde.
2 Membrane du péricarde.
3 Ventricule ouvert.
4 Orifice auriculo-ventriculaire et ses deux valvules.
5 Rectum cardiaque.
6 Surface du corps cachée par le manteau.
7 Bande musculaire du manteau.
8 Nerf palléal.
9 Veine afférente oblique du cœur.
10 Couloir péricardique.

FIG. 2. Moule détachée de sa coquille. Le couloir péricardique est ouvert : on voit l'embouchure de la veine afférente oblique dans la veine longitudinale.

1 Ventricule. 1′ Bulbe aortique.
2 Péricarde.
3 Petites veines du corps et du manteau se jetant directement dans l'oreillette.
4 Petites veines du corps se jetant directement dans la veine afférente oblique du cœur.
5 Veine afférente oblique du cœur.
6,6 Veine longitudinale ouverte par sa paroi externe. Les parois de la veine longitudinale postérieure sont tapissées par le tissu spongieux de l'organe de Bojanus.
6′ Extrémité antérieure intacte de la veine longitudinale antérieure.

7 Conduit génital s'enfonçant dans la paroi inférieure de la veine longitudinale.

8,8 Organes godronnés mis à nu par l'excision de la portion correspondante du manteau.

9 Rectum cardiaque sortant du ventricule.

10 Muscle adducteur postérieur.

Fig. 3. La paroi inférieure de la veine longitudinale postérieure a été incisée pour montrer la continuité du couloir péricardique avec la cavité de l'organe de Bojanus. Le manteau a été entièrement enlevé de ce côté.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 (comme pour la *fig.* 2).

6′ Veine longitudinale antérieure ouverte : on voit, à travers la paroi interne mince, l'extrémité supérieure des filets branchiaux.

7′ Conduit génital dans la cavité de l'organe de Bojanus.

8′ Organes godronnés postérieurs relevés avec le muscle adducteur postérieur, auquel ils adhèrent.

11 Vaisseau efférent du feuillet externe de la branchie.

Fig. 4. Veine longitudinale et veine afférente oblique du cœur.

1 Veine afférente oblique du cœur.

2 Couloir péricardique.

3 Veine longitudinale postérieure dont les parois sont tapissées par le tissus bojanien très-anfractueux.

4 Conduit génital.

5 Veine longitudinale antérieure ouverte. Les filets branchiaux sont vus à travers la paroi interne de la veine.

6 Organes godronnés détachés du manteau.

7 Muscle adducteur postérieur.

8 Portions de tissu bojanien tapissant le bord supérieur de la veine longitudinale antérieure, et se trouvant en rapport avec le canal afférent de la branchie.

9 Portion libre et postérieure de la veine afférente de la branchie.

10 Orifice de communication entre le couloir péricardique et la cavité de l'organe de Bojanus.

Fig. 5. Cette figure représente la préparation de la *fig.* 4, sur laquelle une incision a été faite en introduisant la pointe des ciseaux dans l'orifice 10 et sectionnant en dehors. Elle montre les relations de la veine longitudinale 5 et de la cavité de Bojanus 6, qui ne sont séparées que par une lamelle mince de tissu bojanien.

1, 2, 4, 5, 8 (comme pour la *fig.* 4).
3 Papille et orifice de l'organe de Bojanus.
4' Papille et orifice du conduit génital.
5' Base de la branchie vue par sa face interne.
6 Cavité de l'organe de Bojanus.

Fig. 6. L'animal étant couché sur la région dorsale, l'organe de Bojanus et la veine longitudinale postérieure 10 ont été ouverts.

1 Cavité de l'organe de Bojanus.
2, 2 Conduit génital.
3 Papille et orifice de l'organe de Bojanus.
4 Ganglion viscéral.
5 Connectif qui réunit ce ganglion aux ganglions antérieurs.
6 Extrémité postérieure de l'organe de Bojanus.
7 Tissu bojanien et ses cavernes.
8 Réseau lacunaire du ligament suspenseur de la branchie.
9 Muscle adducteur postérieur.
10 Veine longitudinale postérieure.
11 Organes godronnés dans leurs rapports avec la veine longitudinale postérieure.
12, 12 Réseau lacunaire du ligament suspenseur de la branchie.
13 Vaisseau afférent de la branchie.
14 Orifice de communication de la cavité de Bojanus et du couloir péricardique.

## PLANCHE XXV.

Fig. 1. Portion d'oreillette grossie.

Fig. 2 et 2'. Cellules qui revêtent extérieurement les parois de l'oreillette, vues à un fort grossissement. La *fig.* 2 représente deux culs-de-sac de l'oreillette.

Fig. 3. Moule vue par le côté gauche. La valve enlevée, le manteau a été incisé et la partie postérieure relevée.

1 Ventricule du cœur.
2 Veine afférente oblique du cœur.
3 Organes godronnés injectés et vus en place, après l'excision de la partie correspondante du manteau.
4 Organe godronné vu par sa face antérieure pour montrer ses relations avec la veine horizontale du manteau et avec le réseau lacunaire voisin.

5, 5′ Membrane anale incisée et ses veines.
6 Sinus marginal.
7 Capillaires lacunaires des muscles palléaux devenant l'origine des veines ascendantes du manteau.

Fig. 4. Portion de la paroi externe de la veine longitudinale postérieure en rapport avec deux organes godronnés et avec des lobules de tissu bojanien vue par la face externe; en bas, la base de la branchie recouverte d'une membrane qui limite une des grandes lacunes veineuses (Pl. XXVII[5], *fig.* 1, 2).

Fig. 5. Portion de la paroi externe de la veine longitudinale postérieure vue par la face interne; quatre arborisations de tissu bojanien en rapport avec l'insertion de quatre organes godronnés sur la veine longitudinale.

## PLANCHE XXVI.

Fig. 1. Portion de la branchie attachée au vaisseau efférent et vue par la face extérieure à l'état frais.

1 Vaisseau efférent avec son épithélium vibratile.
2 Nerf branchial.
3 Voile ou ruban branchial dépendant du vaisseau efférent.
4 Bord cilié de ce voile et double série de cellules, d'aspect festonné.
5 Cloisons épithéliales.
6 Filets branchiaux et leurs doubles rangées de longs cils.
7 Disques branchiaux.

Fig. 1′. Bord inférieur concave d'une des cloisons épithéliales 5.

Fig. 2. Portion de branchie attachée au vaisseau efférent, après un séjour prolongé dans l'eau très-acidulée avec de l'acide acétique, vue par la face intérieure.

1 Vaisseau efférent.
2 Nerf branchial.
3 Cavité du filet branchial.
4 Même cavité très-élargie accidentellement.
5 Cloisons épithéliales.
6 Parois conjonctives du filet.
7 Épithélium épais du bord intérieur du filet.

Fig. 2′. Portion supérieure d'une des cloisons épithéliales de la *fig.* 2 vue à un plus fort grossissement.

Fig. 3. Filet branchial vu par une de ses faces à l'état frais, et contenant deux globules sanguins.

1 Cellules pigmentées et elliptiques du bord intérieur.
2 Épithélium très-mince et transparent des faces du filet.
3,3 Grandes cellules rectangulaires du bord extérieur.
4,4 Petites cellules à longs cils de l'une des deux rangées.
5 Cellules en deux séries placées entre les deux rangées de cils.

Fig. 3' Épithélium des faces du filet après traitement par le chlorure d'or.

Fig. 4. Angle inférieur d'un filet au niveau du bord inférieur d'un feuillet branchial, à l'état frais.

1,2 Branche ascendante et branche descendante du filet.
3 Tubérosités épithéliales inférieures.
4 Cellules et cils du bord extérieur.
5 Cône cellulaire faisant saillie dans la cavité du filet.
6 Accumulation des cellules pigmentées du bord intérieur du filet.

Fig 5. Les deux branches d'un filet branchial réunies par leur filament élastique, après macération de 48 heures dans l'eau acidulée par l'acide acétique.

1,2 Branches du filet.
3 Filament élastique un peu tiraillé et partiellement dépouillé de son épithélium, qui à l'état frais est cilié.
4,4 Deux plaques épithéliales de disques branchiaux.
5 Bases coniques du ligament élastique.

Fig. 6. Bord extérieur d'un filet branchial vu en face. Très-fort grossissement.

1 Deux rangées de cellules rectangulaires à gros noyaux.
2 Deux rangées de petites cellules à longs cils.

Fig. 7. Portion de rangée de cils avec quelques cellules extérieures à la rangée.

Fig. 8. Globules du sang à forme amœboïde.

Fig. 9. Bord d'un pli d'organe godronné, montrant les cavités et les piliers biconiques. Fort grossissement.

1 Épithélium à longs cils.
2 Membrane conjonctive limitante.
3 Globules sanguins adhérents aux piliers.
4 Fibrilles de la membrane conjonctive de la face opposée à 2.
5 Piliers vus obliquement et en raccourci, mais dont le cône supérieur n'est pas perceptible, comme n'étant pas au foyer.

## PLANCHE XXVII.

Fig. 1. Ensemble des veines du manteau. D'après nature.

1 Veine afférente oblique.
2 Couloir péricardique.
3,3 Veine longitudinale.
4 Sinus veineux du muscle adducteur postérieur.
5,5 Veine horizontale du manteau recevant inférieurement les veines ascendantes du manteau.
6 Veine du muscle adducteur postérieur.
7 Veines des organes godronnés.
8 Veines du manteau se reliant aux veines du muscle adducteur.
9 Sinus marginal.
10 Confluent de la veine horizontale et du sinus marginal.
11 Veines de la membrane anale et de la lèvre papillaire du manteau.
12 Veines du manteau.

Fig. 1′ Partie grossie de la *fig.* 1, au point 7.

1 Veine naissant supérieurement de la veine horizontale.
2 Branches de la veine 1 naissant en bouquet et constituant les veines dorsales des organes godronnés.
3 Réseau lacunaire de la région correspondante du manteau, et ses relations avec les veines des organes godronnés.

Fig. 2. Vue schématique d'un organe godronné.

1 Veine longitudinale.
2 Tissu bojanien.
3 Branchie.
4 Plis en jabot de l'organe godronné.
5 Veine dorsale de l'organe godronné.
6 Réseau lacunaire de la région correspondante du manteau.

Fig. 3. Ensemble du tube intestinal et foie.

1 Rectum terminal.
2 Estomac tubulaire.
3 Intestin récurrent.
4 Artère gastro-intestinale droite. Coupe.
5 Artère gastro-intestinale gauche. Coupe.
6 Muscle adducteur postérieur.

7 Ventricule du cœur traversé par le rectum cardiaque.
8 Aorte.
9, 9 Foie.
10, 10 Veines longitudinales antérieures et veines afférentes obliques du cœur.

FIG. 4. Forme générale de l'œsophage et de l'estomac ouverts et dégagés du foie.

1 Rectum se courbant sur le muscle adducteur postérieur.
2 Estomac tubulaire.
3 Intestin récurrent.
4 Estomac utriculaire et orifices glandulaires.
5 Estomac utriculaire.
6 Grand cul-de-sac ou diverticulum de l'estomac.
7 Stylet cristallin.
8 Cœcum terminal de l'estomac tubulaire.
9 et 10 Bouche et œsophage.

FIG. 5. Cellules des parois de l'oreillette et de la partie mamelonnée de la veine afférente oblique.

FIG. 6. Cellules de l'organe de Bojanus à l'état libre.

FIG. 7. Épithélium du vaisseau efférent de la branchie après traitement par le chlorure d'or.

FIG. 8. Globules du sang observés dans un filet branchial après traitement par le chlorure d'or.

FIG. 9. Portion de lame branchiale à un faible grossissement, d'après une photographie.

1 Filets branchiaux séparés par les fentes branchiales.
2 Disques branchiaux.

FIG. 10. Deux filets branchiaux réunis par un disque branchial à l'état d'allongement et vus par leur bord intérieur.

FIG. 11. Disques branchiaux à divers états.

(*a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, disques intacts ou dissociés à divers degrés, et fixés dans ces états par la glycérine.)

*a* Disque peu contracté.
*b* Disque plus contracté.
*c* Disque où les deux brosses commencent à se séparer.
*d* Disque où la séparation est moins avancée.

*e* Disque où la séparation est près d'être complète.

*f* Disque où la séparation des brosses est complète et où les cils sont rapprochés et convergents.

*g* Disque où les cils sont un peu écartés et divergents.

(*h, i, j, k, l, m, n, o,* sont vus sur des tissus frais.)

*h* Disque relâché et allongé.

*i* Disque contracté.

*j, k* Disque très-contracté après l'action du chloroforme ou de l'éther.

*l* Disque d'une Moule très-fraîche et très-irritable. Contraction très-prononcée du début de l'observation et due au traumatisme.

*m* Disque commençant à se contracter. Bord supérieur arrondi, formé par des cils agglutinés. Bord inférieur à cils isolés, s'entrecroisant dans leurs mouvements et se courbant à peine.

*o, n* Deux disques pris sur le frais et dont les brosses commencent à se séparer.

Fig. 12. Figures schématiques des cils musculoïdes agglutinés.

Fig. 13. Figure schématique des cils pendant la contraction des disques.

## PLANCHE XXVII *bis*.

Fig. 1. Œsophage et estomac ouverts par leur face supérieure.

1 Œsophage.
2 Bourrelet médian de l'estomac utriculaire.
3 Bourrelet latéral gauche de l'estomac utriculaire.
4 Orifice du cul-de-sac stomacal.
5 Bourrelet droit de l'estomac tubulaire.
6 Bourrelet gauche de l'estomac tubulaire.
7,7′ Gouttière supérieure et sillons transversaux.
8 Gouttière inférieure ou lisse.
9 Orifice pylorique.
10, 10 Foie.

Fig. 2. Portion grossie de l'estomac tubulaire.

5, 6, 7, 8 comme *fig.* 1.

Fig. 3. Portion d'une coupe transversale des parois de l'estomac.

1 Zone profonde de l'épithélium à longues cellules.
2 Noyaux du tissu conjonctif sous-épithélial.
3 Couche musculaire un peu exagérée par le dessin.
4 Tissu conjonctif adénoïde péri-intestinal, avec nombreux noyaux.

5, 5, 5′ Traînées fusiformes de substances alimentaires non dissoutes, et globules graisseux.

Fig. 4. Épithélium à longues cellules vu sur une paroi fraîche de l'estomac.

1 Cellules vues de face.
2 Zone où les cellules sont couchées.
3 Cuticule marginale des cellules.
4 Cils vibratiles.

Fig. 5. Portion grossie de la gouttière supérieure de l'estomac tubulaire. Trois bourrelets transversaux avec leurs nombreux bourrelets obliques.

Fig. 6. Coupe de l'estomac tubulaire renfermant le stylet cristallin.

1 Stylet cristallin.
5, 6 Bourrelets longitudinaux épithéliaux droit et gauche.
7,7′ Gouttière supérieure à bourrelets transversaux.
8 Gouttière inférieure lisse.

Fig. 7. Quatre cellules demi-longues de l'estomac avec leur cuticule brillante et leurs cils. Sur deux, le contenu de la cellule sort à travers la cuticule sous forme de deux sphères hyalines. Préparation faite sur le frais.

Fig. 8. Lambeau d'épithélium à longues cellules de l'estomac, détaché après macération dans l'eau distillée étendue d'un tiers d'alcool.

1 Agglomérations de substances non dissoutes et jaune verdâtre.
2 Cellules se détachant du lambeau.
3 Agglomérations plus nombreuses à mesure que l'on s'approche de la zone profonde de l'épithélium.
4 Gros noyaux de tissu conjonctif qui n'existent que par places.
5 Couche musculaire.

Fig. 9. Deux cellules épithéliales longues se terminant inférieurement par une extrémité bifurquée.

Fig. 10. Lambeau d'épithélium de la *fig.* 8 vu à un plus fort grossissement pour montrer la forme des cellules et la disposition des noyaux.

Fig. 11. Longues cellules épithéliales dissociées après macération dans l'alcool au tiers, et montrant la situation des granules insolubles entre les cellules.

Fig. 12. Probablement trois jeunes œufs.

Fig. 13. Couche de tissu conjonctif à gros noyaux sous-épithéliale de l'intestin, après traitement par la solution de nitrate d'argent aux 0,03.

FIG. 14. Portion de coupe de l'estomac tubulaire pour montrer le passage brusque de l'épithélium à grandes cellules 1 des bourrelets longitudinaux à l'épithélium à petites cellules 2 de la gouttière lisse et inférieure 3. Couche de tissu adénoïde péri-intestinal formant des saillies au niveau de l'épithélium à longues cellules.

FIG. 15. Coupe d'un cul-de-sac de l'estomac utriculaire.

1 Épithélium.
2 Tissu adénoïde.
2 Couche musculaire.

FIG. 16. Coupe de l'intestin.

1 Couche musculaire longitudinale.
2 Couche musculaire circulaire.
3 Épithélium formant inférieurement deux bourrelets à longues cellules.
4 Tissu conjonctif adénoïde.

FIG. 17. Cellule hépatique.

## PLANCHE XXVII *ter*.

FIG. 1. Coupe sur le bourrelet médian de l'estomac utriculaire.

1 Coupe des tubes hépatiques.
2 Couche musculaire.
3,3 Coupe de deux artères à parois musculaires.
4,4 Lacune du tissu conjonctif adénoïde dont les trabécules sont bourrés de noyaux qui deviennent plus rares au voisinage du foie.
5 Tissu conjonctif sous-épithélial à noyaux.
6 Éventail épithélial à longues cellules.

FIG. 2. Tissu adénoïde lacunaire péri-intestinal chez un animal à jeun.

1,1,1 Lacunes sanguines.
3,3,3 Trabécules de tissu conjonctif fibrillaire avec des noyaux assez rares.

FIG. 3. Paroi de la gouttière supérieure de l'estomac. Coupe faite parallèlement à l'axe.

1 Épithélium formant les bourrelets obliques.
2 Cuticule de l'épithélium.
3 Cils vibratiles très-forts et très-longs.

4 Couche musculaire transversale.

5 Couche musculaire longitudinale. Ces deux dernières couches présentent des ondulations qui correspondent aux bourrelets transversaux.

Fig. 4. Lambeau de l'épithélium de la *fig.* 3 détaché après macération dans l'alcool au tiers.

1 Cellules avec leurs noyaux ovoïdes.

2 Cuticule.

3 Cils.

Fig. 5. Coupe faite très-obliquement à travers l'un des bourrelets longitudinaux de l'estomac tubulaire, et en allant vers les bourrelets transversaux.

1 Couche musculaire très-mince revêtant le tissu conjonctif adénoïde.

2 Cellules et cuticule.

3 Cils.

5 Couche musculaire épaisse.

6,7 Tissu conjonctif adénoïde formant des saillies et des monticules au niveau des points à long épithélium.

8 Point où commencent les bourrelets transversaux.

9 Saillies de longues cellules dépendant du bourrelet longitudinal.

Fig. 6. Moule couchée sur le dos, et dont le manteau n'a pas été représenté.

1 Piliers fusiformes de l'organe de Bojanus.

2, 2 Canal collecteur ou cavité centrale de l'organe de Bojanus ouvert en arrière par une incision sur sa paroi inférieure, et veine longitudinale (*partim*).

3, 3′ Canal afférent de la branchie ouvert dans toute sa longueur.

4 Organes godronnés adhérents à la veine longitudinale postérieure dont la cavité est ouverte et mise en évidence par l'excision à ce niveau de la base de la branchie.

5, 5 Vaisseau efférent de la branchie.

5′ Tronc commun des deux vaisseaux efférents d'un même côté.

5″ Petite veine superficielle qui se jette dans le vaisseau efférent.

6, 6 Ligaments triangulaires ou suspenseurs de la branchie avec leur réseau lacunaire. Ils adhèrent à la face inférieure du muscle adducteur postérieur des valves.

7 Veine correspondant au trajet transversal du connectif des ganglions viscéraux, et conduisant le sang de la bosse de Polichinelle à

l'organe de Bojanus et à la veine longitudinale postérieure.

8 Tronc veineux de la bosse de Polichinelle.

9 Orifice de la cavité des flancs.

10, 10, 10 Muscles rétracteurs postérieurs du pied et du byssus.

11 Muscles rétracteurs antérieurs du pied.

12 Conduit génital.

Fig. 7. Piliers fusiformes de l'organe de Bojanus fortement grossis. Cette figure est renversée.

1 Réseau lacunaire veineux compris entre les lobules hépatiques.

2 Voies qui conduisent le sang du foie à l'extrémité inférieure des piliers fusiformes.

3 Piliers fusiformes.

4 Cavité centrale ou canal collecteur de l'organe de Bojanus.

## PLANCHE XXVII[4].

Fig. 1. Endothélium de l'aorte.

Fig. 2. Petite artère de la base du palpe labial se résolvant en capillaires lacunaires.

1, 1 Artère.

2 Capillaires lacunaires.

3 Capillaire vasculaire.

Fig. 3. Petite artère hépatique se résolvant en capillaires.

1, 2 Artère.

3 Capillaire vasculaire.

4 Lacunes intertubulaires du foie.

5 Tubes et culs-de-sac du foie.

Fig. 4. Artère hépatique avec son endothélium.

1 Artère.

2 Une de ses branches.

3 Culs-de-sac du foie.

Fig. 5. Petite artère du foie avec son endothélium.

Fig. 6. Réseau musculaire des parois de l'aorte.

Fig. 7. Faisceaux musculaires du réseau des parois du ventricule recouverts d'endothélium.

1 Endothélium à noyaux.
2, 2 Endothélium sans noyaux.

Fig. 8 et 9. Cellules de l'exocarde.

Fig. 10. Réseau musculaire des parois du ventricule.

Fig. 11. Portion d'une coupe du pied perpendiculairement à son axe.

1, 1 Coupe de faisceaux musculaires.
2, 2 Tissu conjonctif fibrillaire.
3 Noyaux de ce tissu.
4 Épithélium vibratile pigmenté.
5, 5 Sinus veineux.

Fig. 12 et 12′. Coupes de faisceaux musculaires du pied montrant leurs rapports avec le tissu fibrillaire qui leur sert de tendons.

## PLANCHE XXVII[5].

Fig. 1. Portion de coupe transversale d'une Moule injectée portant sur la veine longitudinale postérieure, au niveau de la partie postérieure de l'orifice de la cavité des flancs.

1, 2 Veine longitudinale oblique, très-anfractueuse.
2 Grandes lacunes de la base de la branchie faisant partie du canal afférent et entourées de petites lacunes qui constituent l'autre portion de ce canal afférent.
3 Les deux filets branchiaux descendants d'une même paire.
4, 4, 4 Cavité anfractueuse de l'organe de Bojanus.
5 Coupe d'un organe godronné portant sur le milieu même des plis qui le constituent.
6 Grandes lacunes formant la veine dorsale de l'organe godronné.
7 Filet branchial efférent et coupe de la veine efférente.
8 Coupe du conduit génital.
9 Coupe du connectif nerveux qui relie les ganglions céphaliques aux ganglions viscéraux.
10, 10′ Coupe des muscles postérieurs du pied et du byssus.
11 Cavité des flancs.
12 Manteau et son réseau lacunaire.
13, 13 Nerfs branchiaux.

Fig. 2. Portion de coupe transversale d'une Moule injectée portant au niveau de la veine afférente oblique sur le point 9 de la *fig.* 1, Pl. XXIV.

1 Veine longitudinale antérieure.
2 Grande lacune faisant partie du canal afférent de la branchie.
3 Deux filets branchiaux jumeaux.
4 Cavité anfractueuse de l'organe de Bojanus.
5 Organe godronné de petite dimension. Coupe portant près du bord des plis.
6 Coupe de la veine horizontale.
7 Pilier fusiforme.
8 Tissu conjonctif du corps et réseau lacunaire au niveau de la bosse de Polichinelle.
9 Coupe du rectum cardiaque montrant les deux bourrelets longitudinaux de la paroi inférieure.
10 Coupe du muscle rétracteur postérieur du pied au voisinage de son insertion sur la coquille.
11 Coupe du ventricule du cœur et de ses parois réticulées.
12 Coupe de l'oreillette.
13 Cavité du péricarde.
14 Origine de la veine afférente oblique du cœur.
15 Couloir péricardique partant du péricarde et enveloppant les deux tiers antérieurs des parois de la veine afférente oblique.
16 Coupe de la branche postérieure de la grande artère palléale.

Fig. 3. Portion de coupe transversale de Moule injectée portant la base du pied au niveau du point 10 antérieur de la *fig.* 6, Pl. XXVII *ter*.

1 Veine longitudinale antérieure.
2 Grandes lacunes faisant partie du canal afférent de la branchie.
3 Filets branchiaux jumeaux.
4,4 Cavités de l'organe de Bojanus.
4' Cavité du canal collecteur de l'organe de Bojanus.
5 Organe godronné dont la coupe a porté sur le bord même des replis.
6 Veine horizontale du manteau.
7,7' Vaisseaux efférents de la branchie et terminaison des filets branchiaux.
8 Pilier fusiforme.
9 Coupe très-oblique du rétracteur postérieur du pied.
9' Capillaires lacunaires à forme allongée de ce muscle.
10 Grandes lacunes veineuses en relation avec les sinus intermusculaires et le système aquifère.
11 Lieu de convergence des muscles rétracteurs antérieurs du pied et des muscles du byssus.

12 Réseau lacunaire du manteau, dont la forme est très-fidèlement représentée.

13 Coupe de l'estomac tubulaire.

14 Coupe des tubes biliaires.

15 Grands sinus veineux qui sont la continuation directe du canal aquifère du pied, canal qui passe en arrière et ensuite au-dessus du point convergent des muscles du pied et du byssus, pour se porter en avant et se continuer avec les grands sinus intermusculaires.

16 Grand sinus intermusculaire placé au-dessous du rétracteur postérieur du pied.

17 Grandes lacunes veineuses du pied communiquant avec le canal aquifère.

(Cette figure montre que le sang provenant du foie, de l'intestin, du pied, du système aquifère, se dirige vers le réseau lacunaire de l'organe de Bojanus.)

Fig. 4. Coupe d'une partie très-ramifiée de l'organe de Bojanus pour montrer les rapports des cavités de cet organe avec le réseau lacunaire qui en occupe les replis.

Fig. 5. Coupe d'une portion de l'organe de Bojanus pour en montrer la structure et les relations avec les vacuoles lacunaires.

1 Cellules de l'organe de Bojanus.

2 Couche conjonctive fibrillaire de cet organe.

3 Cavité d'une grande lacune.

4 Petite lacune ordinaire du tissu conjonctif de l'animal.

5 Noyaux du tissu conjonctif.

6 Trabécules du tissu conjonctif se continuant directement avec la couche conjonctive de l'organe de Bojanus.

Fig. 5'. Portion plus grossie des parois de l'organe de Bojanus.

1,2 comme *fig.* 5.

Fig. 6. Origine et partie supérieure d'une paire de filets branchiaux plongés dans le réseau lacunaire du canal afférent de la branchie.

1 Épaississement du tissu élastique des parois du filet.

2 Bord intérieur du filet ne remontant pas aussi haut que l'extérieur et se perdant dans le tissu conjonctif voisin.

3 Masse épithéliale.

4 Orifice évasé du filet se confondant avec les lacunes voisines du

tissu conjonctif, lacunes qui enveloppent la base de la branchie et constituent le canal afférent.

5 Ligament suspenseur de la branchie et ses lacunes.

5′ Fente qui sépare les deux branchies.

Fig. 7. Coupe horizontale de filet branchial et de deux disques adjacents.

1 Épaississement ou bourrelet du bord intérieur du filet.

2 Épaississement du bord extérieur.

3 Épithélium rectangulaire du bord extérieur.

5 Cavité fusiforme du filet.

6, 6′ Bases épithéliales d'un disque.

7 Disque hyalin strié.

8 Épithélium elliptique du bord intérieur du filet.

9 Connectif interne.

10 Connectif externe.

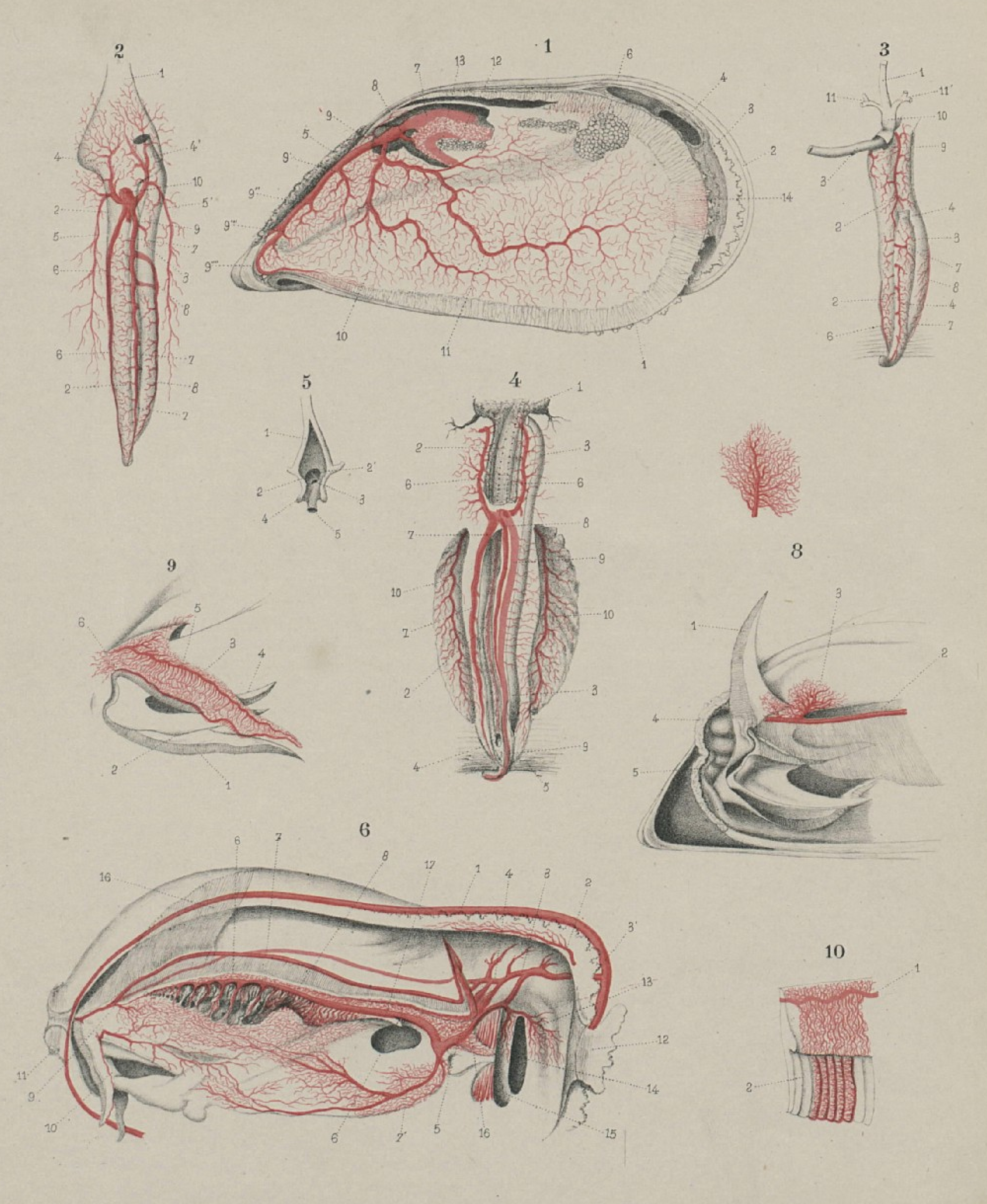
Fig. 8. Coupe de deux filets branchiaux déformés par le plissement, pour montrer la forme de l'enveloppe élastique, la minceur et la souplesse de la partie de cette enveloppe qui correspond aux faces du filet.

---

Le présent Mémoire, qui fait partie du 3e fascicule du tome VIII, n'ayant pu se scinder, nous prévenons le lecteur qu'à la suite de la page 506 on a dû paginer en chiffres romains (de DVII à DXXXVII), le tirage du 4e fascicule, qui commence à la page 507, ayant déjà été effectué.

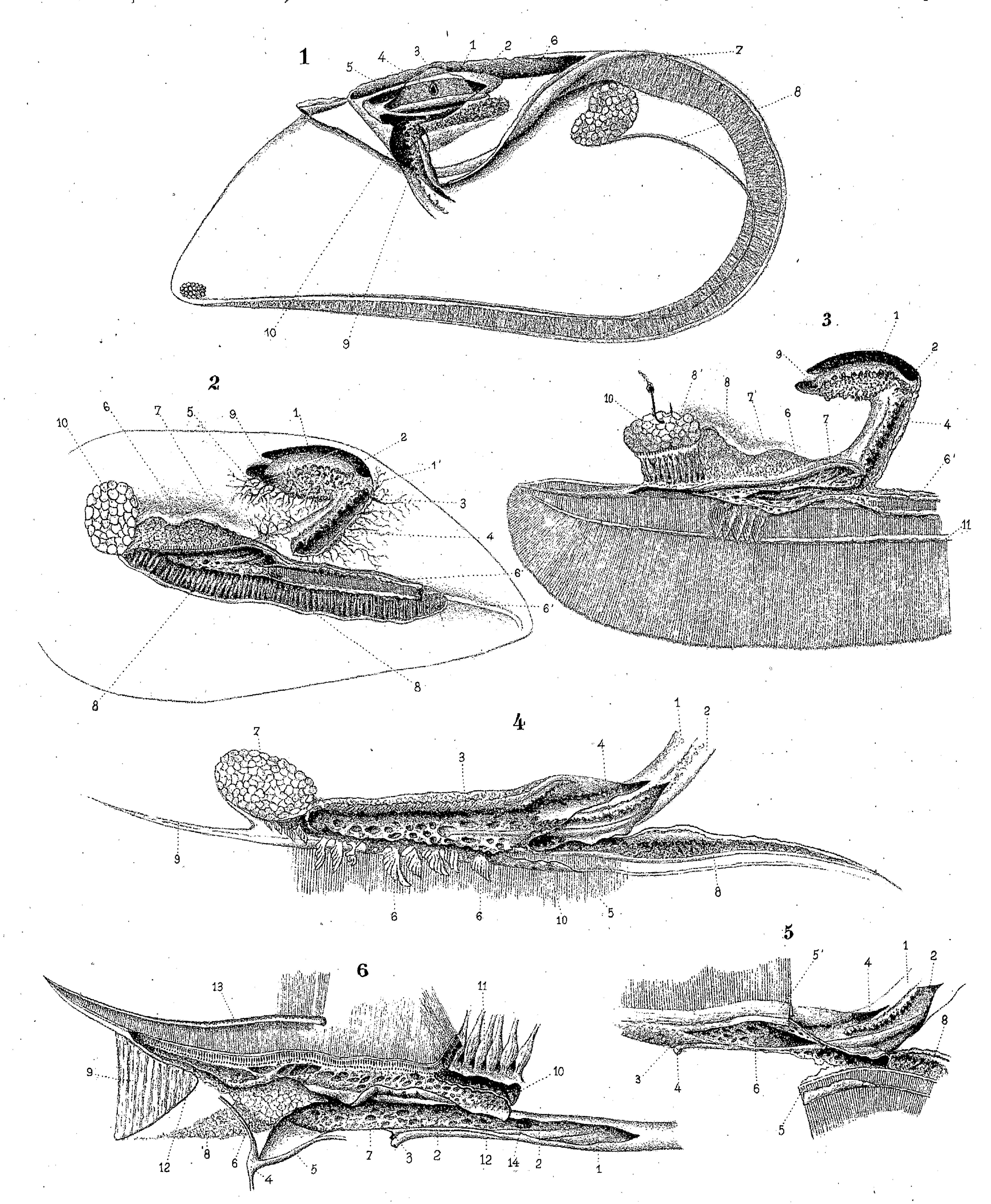
Dans le courant de l'impression, l'auteur a ajouté les Planches XXVII[4] et XXVII[5].

---



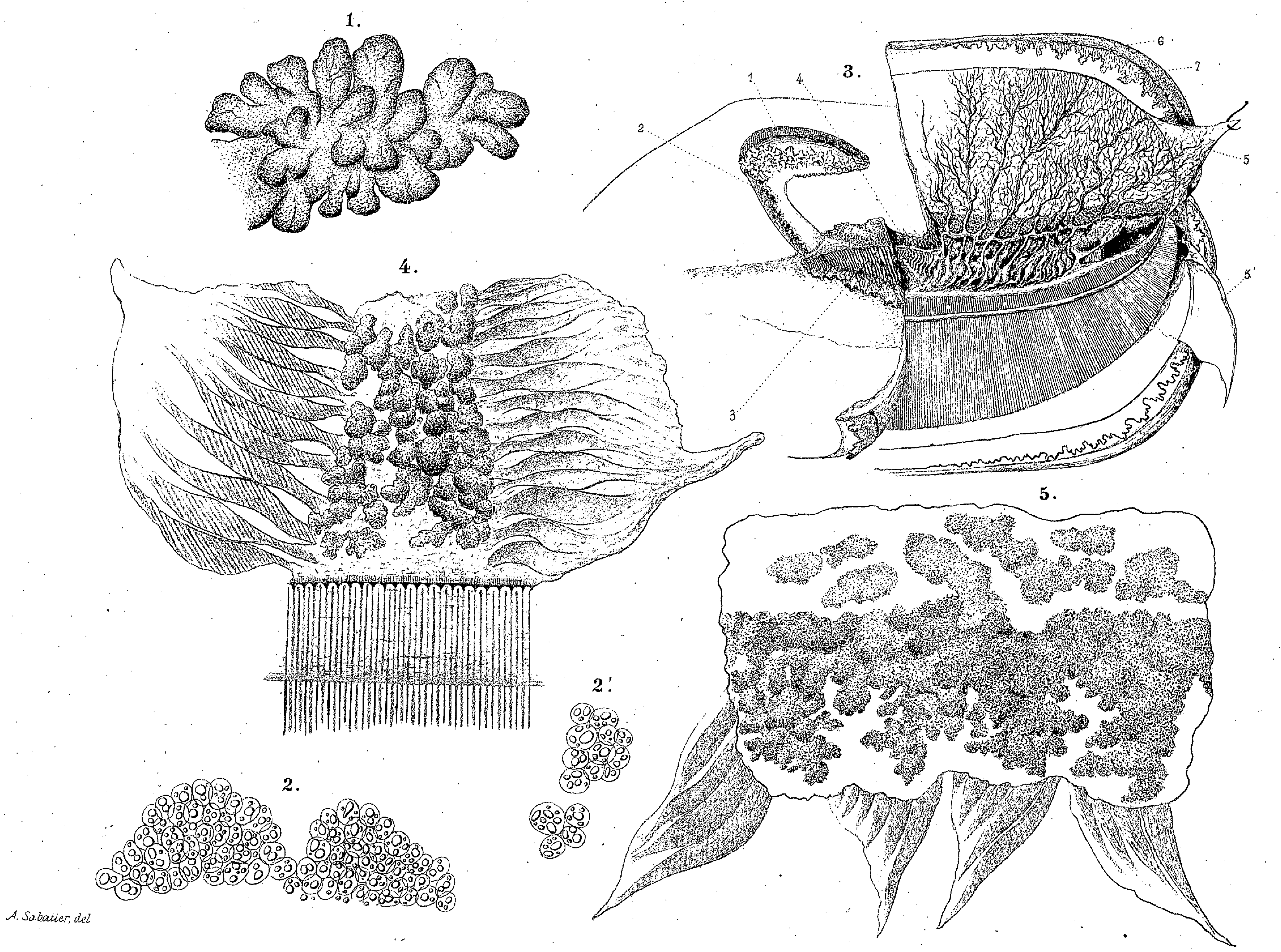

A. Sabatier del.

Montp^r Lith. Boehm & Fils.



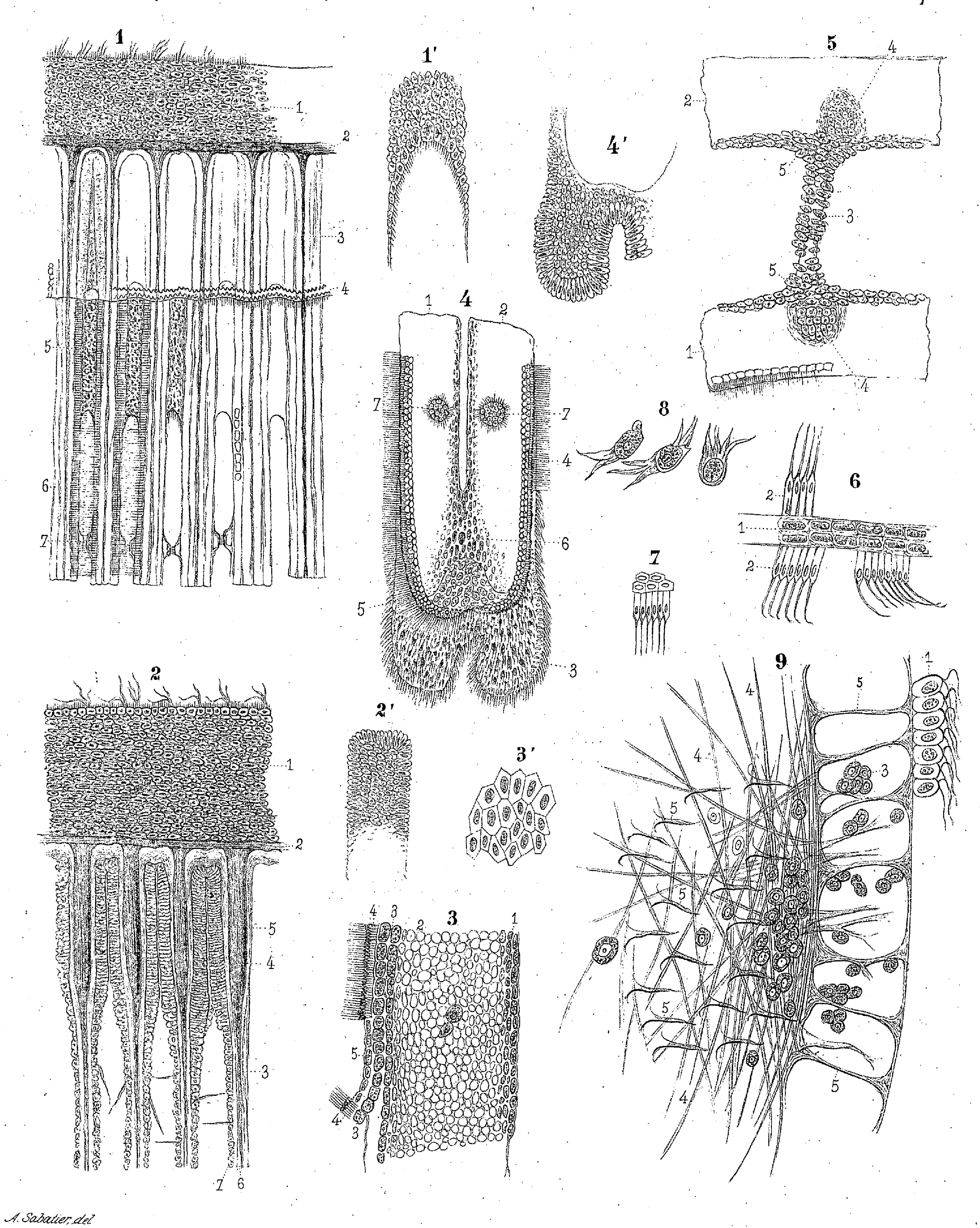

*A. Sabatier, del.*

*Lith. Boehm & Fils, Montp.r*



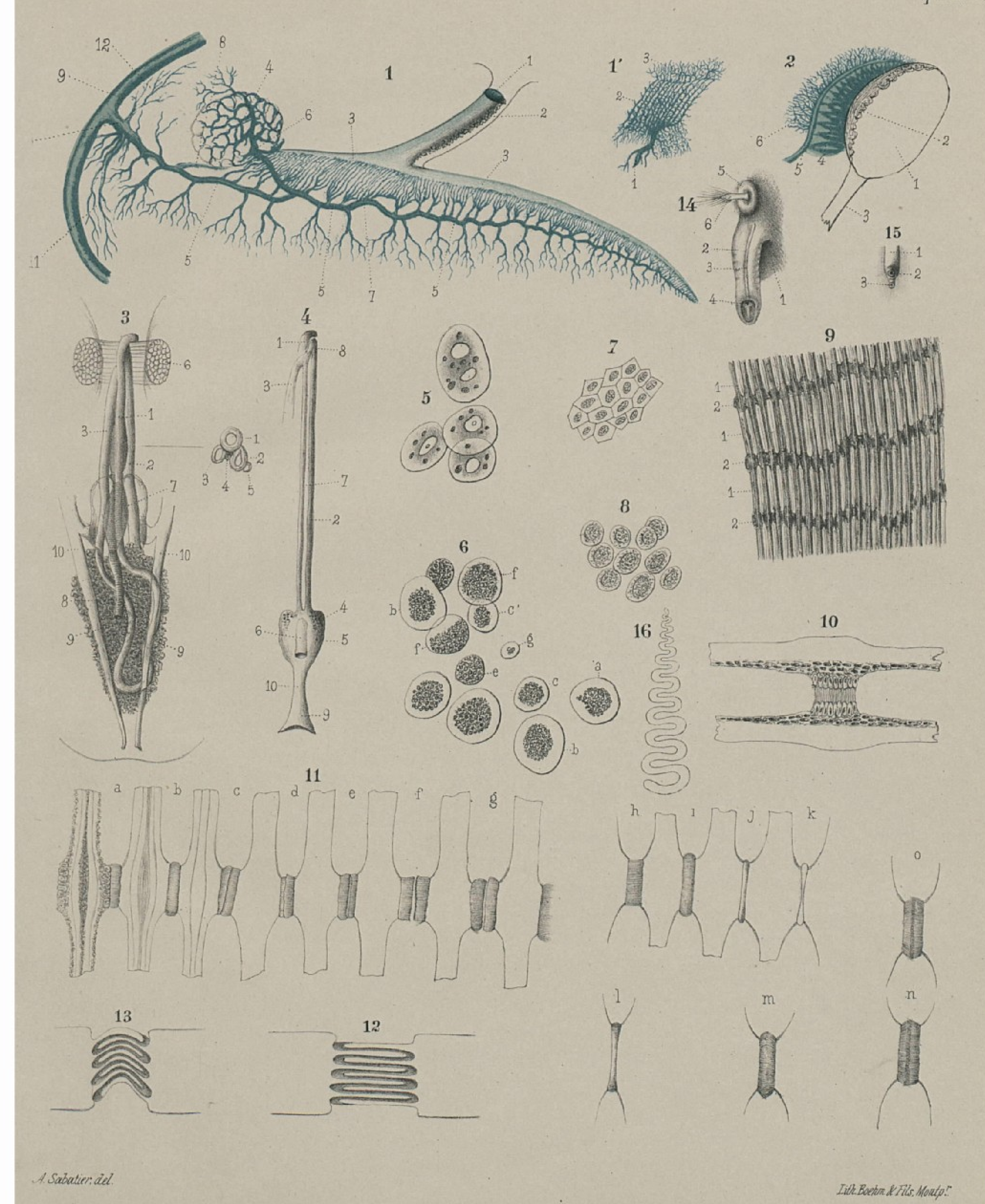

A. Sabatier, del

Boehm & Fils, Montp[r]



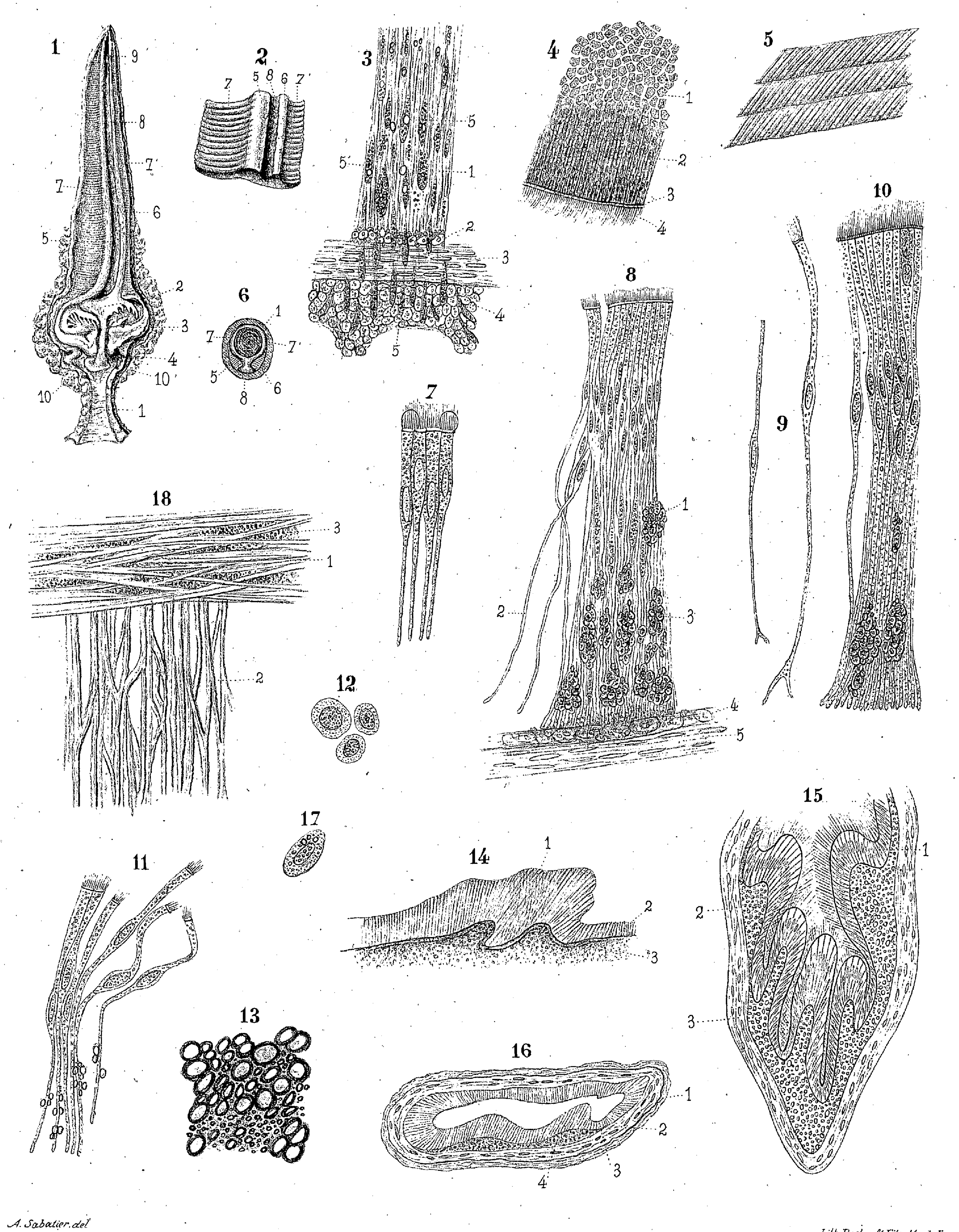

*A. Sabatier, del.*

*Lith. Boehm & Fils, Montp.r*



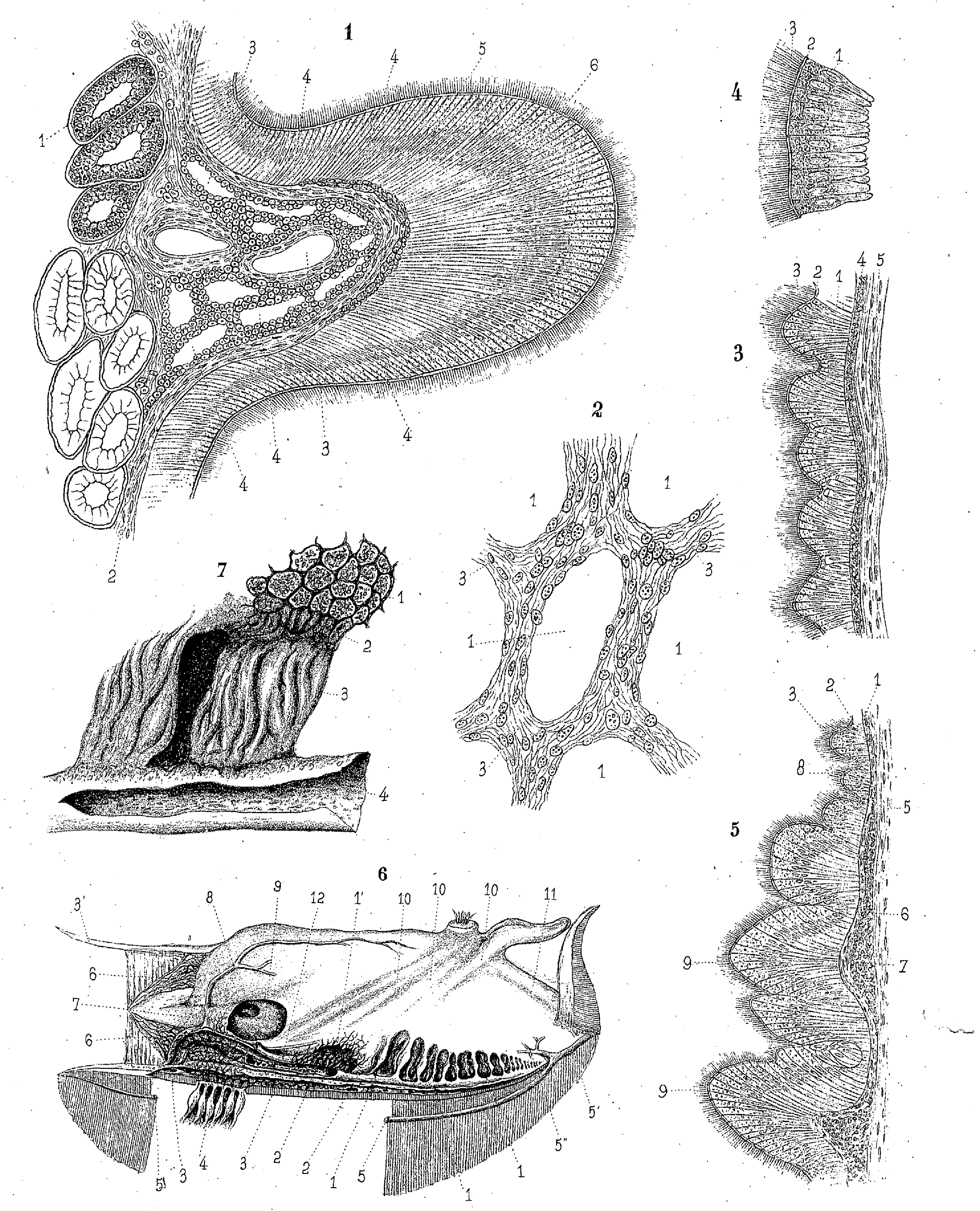
A. Sabatier. del.

Lith. Boehm & Fils. Montp.

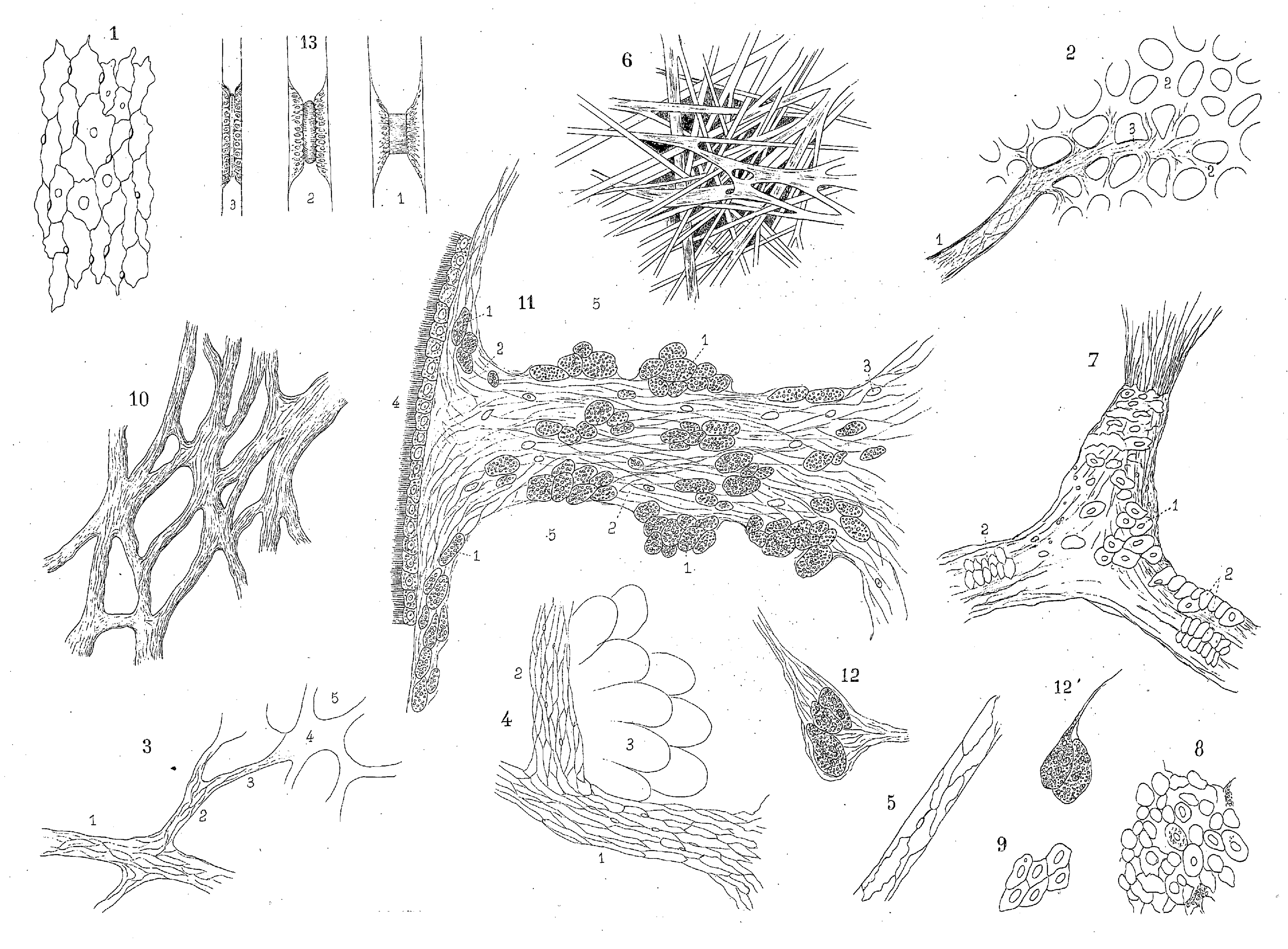



A. Sabatier. del.

Lith. Boehm & Fils, Montp.r



A. Sabatier. del.
Lith. Boehm & Fils. Montpr.


1
13
3
2
1
6
2
2
3
2
1
11
5
1
1
2
3
4
10
7
1
2
2
2
5
1
1
12
4
2
3
1
5
4
3
5
3
2
1
12'
8
5
9

# ESSAI

## D'EXPOSITION ÉLÉMENTAIRE DES DIVERSES THÉORIES

DE LA

# GÉOMÉTRIE MODERNE

**Par M. LENTHÉRIC.**

En modifiant, par un même procédé géométrique, la position de chacun des points d'une figure, on obtient une nouvelle figure qui est dite la *transformée* de la première.

Si la transformée est une figure plus simple ou dont les propriétés soient déjà connues, on conçoit qu'elle pourra faciliter l'étude de la figure primitive ; par conséquent, tout mode de transformation constitue une méthode géométrique qui présentera plus ou moins d'intérêt dans les applications.

Parmi les méthodes de ce genre, qui varient à l'infini, la plus naturelle et la plus féconde est celle que Poncelet déduisit de la *projection centrale* ou de la *perspective*.

Le tracé de la perspective d'une figure s'effectue par un procédé très-simple qui transforme chaque point en point correspondant, et chaque droite en droite correspondante de la nouvelle figure. On doit à cet éminent géomètre une autre transformation tout aussi féconde, celle des *polaires réciproques*, par laquelle chaque point devient une droite, et chaque droite un point de la nouvelle figure; d'où résulte le principe de la *dualité*.

La perspective met en évidence le *rapport anharmonique* dont la *Géométrie supérieure* de M. Chasles est le merveilleux développement.

C'est ce qui nous a fait concevoir depuis longtemps la possibilité d'une *Exposition élémentaire des diverses théories de la géométrie moderne*. On verra que chacune de ces théories se rattache à un simple fait de transformation qui, pris pour *lemme*, les rend presque intuitives.

Ce travail n'est d'ailleurs qu'une rédaction nouvelle de l'ensemble des trois Mémoires publiés dans ce Recueil en 1859, 60 et 62, et nous y avons joint des notes d'analyse pour montrer avec quelle facilité la méthode se prête au calcul.

## § I. Notions préliminaires de perspective.

**1.** Lorsqu'un faisceau de rayons visuels dirigés vers tous les points d'une figure de l'espace est coupé par un plan, on obtient sur ce plan, qui prend le nom de *tableau*, une figure qui est dite la *perspective* de celle de l'espace, et on appelle *point de vue* la projection de l'œil sur le tableau.

En peinture, on suppose le tableau transparent et interposé entre l'œil et la figure. Nous supposerons qu'il peut avoir une position quelconque, et la perspective d'un point situé du même côté que l'œil, par rapport au tableau, sera le point où le prolongement du rayon visuel rencontre le tableau. La perspective, dans tous les cas, est ce que Poncelet appelle la *projection centrale* de la figure sur un plan, et la position de l'œil est le *centre de projection*.

**2.** Le tracé de la perspective d'une figure quelconque résulte des deux principes suivants :

1° *La perspective d'une droite est une autre ligne droite qui passe par le point où le rayon visuel parallèle à la première rencontre le tableau.*

Soit (*fig.* 1) PQ le tableau, E la position de l'œil, AB une droite, et F le point où le rayon visuel parallèle rencontre le tableau. Tous les rayons visuels dirigés vers les divers points de la droite AB sont dans un même plan EAB, qui est celui des parallèles EF et AB. Donc l'intersection de ce plan avec le tableau, ou la perspective de la droite AB, est une autre droite *ab* qui passe par le point F commun aux deux plans.

Corollaire.—*Des droites parallèles concourent en perspective au même point.*

*Des droites perpendiculaires au tableau concourent en perspective au point de vue.*

*Des droites parallèles au tableau et parallèles entre elles restent parallèles en perspective.*

2° *La perspective d'un point est sur la droite qui joint la projection de ce point sur le tableau au point de vue, et divise cette droite proportionnellement aux distances de l'œil et du point au tableau.*

Projetons l'œil en O et le point A en $a$ sur le tableau (*fig.* 2).

Le rayon visuel EA, compris dans le plan des parallèles EO et A$a$, perce le tableau en A′ perspective de A. A′ est situé sur O$a$, et par les triangles semblables,

$$\frac{OA'}{aA'} = \frac{EO}{Aa}.$$

Si le point A était situé du même côté que l'œil par rapport au tableau, la perspective A′ serait sur le prolongement de O$a$, et les segments OA′ et $a$A′, au lieu d'être *additifs*, seraient *soustractifs*.

*On trouve la même perspective, quelle que soit la direction suivant laquelle on projette l'œil et le point sur le tableau.*

Projetons l'œil en O′, et le point A en $a'$ suivant toute autre direction qui ne serait pas perpendiculaire au tableau. OO′ et $aa'$ seront parallèles, et on verra, par la similitude des triangles, que la ligne O′$a'$ passe par A′ et que

$$\frac{O'A'}{a'A'} = \frac{EO'}{Aa'}.$$

3. *Perspective d'une figure plane.* — Supposons le plan de la figure horizontal, et prenons pour tableau un plan vertical dont la position sera déterminée si l'on se donne sa trace AB, que l'on appelle *ligne de terre*, sur le plan de la figure. Rabattons le tableau autour de cette trace sur le plan de la figure, représenté par la feuille de papier sur laquelle on exécute le dessin, et soit O le rabattement du point de vue (*fig.* 3).

Un point M de la figure se projette en C sur la ligne de terre, et a sa perspective sur OC. Prenons sur une parallèle par le point O à MC, une longueur OE égale à la distance de l'œil au tableau, et joignons EM; cette ligne coupera OC en un point M′ qui sera la perspective de M. Car M′ divise OC

proportionnellement aux distances OE, CM de l'œil et du point M au tableau.

Réciproquement : Pour trouver le point M qui aurait pour perspective M′, joignons OM′ coupant la ligne de terre en C. La parallèle, par le point C, à EO donnera le point M par son intersection avec EM′.

*Connaissant la perspective* M′ *d'un point* M *de la figure, le reste du tracé peut s'effectuer par de simples intersections de lignes droites, ou en ne faisant usage que de la règle.*

Soit N un second point de la figure. Joignons MN coupant la ligne de terre en D. Le point D, situé sur le plan du tableau, est à lui-même sa perspective; donc celle de DM est DM′, dont l'intersection avec EN donne le point N′, perspective de N.

La perspective de tout autre point de la figure pourra s'obtenir sans le secours du point E. Car, soit P un troisième point de la figure. Joignons PM coupant la ligne de terre en F, et PN coupant la ligne de terre en G. Les droites FM et GN auront pour perspective FM′ et GN′, dont l'intersection P′ sera la perspective de P.

Le tracé est susceptible de nombreuses vérifications. PP′ et toutes les lignes qui joindront les points correspondants, concourront en un même point E, que nous appellerons le *point de concours*; et si l'on projette les points N P..... en *n p*..... sur la ligne de terre, les droites *n*N′ *p*P′..... passeront par le point de vue O.

4. *Point de fuite.* — Nous avons vu que la perspective d'une droite AB passe par le point F, où le rayon visuel parallèle rencontre le tableau. Ce point F, perspective d'un point situé à l'infini sur AB, est dit le *point de fuite* de la droite AB.

*Les points de fuite de toutes les droites que l'on pourrait tracer dans le plan de la figure sont sur une parallèle à la ligne de terre par le point de vue* O.

Car tous les rayons parallèles à ces droites sont dans un même plan mené par l'œil parallèlement à celui de la figure, et l'intersection de ce plan avec le tableau est une parallèle à la ligne de terre.

En peinture, cette droite est dite *ligne d'horizon*. De là résulte ce principe fécond de Poncelet (*Prop. proj.*, 107):

*Tous les points d'un plan situés à l'infini peuvent être considérés comme distribués sur une même droite, située elle-même à l'infini sur ce plan.*

Cette droite a pour perspective celle des points de fuite $Oy$. Par conséquent: Toutes les droites parallèles de la figure donnent en perspective des droites qui concourent sur $Oy$. Réciproquement: Toutes les droites de la figure qui se coupent sur $Oy$ deviennent parallèles en perspective.

5. *Si deux figures sont en perspective, et que le plan de l'une d'elles tourne autour de la ligne de terre, les deux figures restent toujours en perspective. Le lieu de l'œil, qui change de position dans l'espace, est une circonférence dont le plan est perpendiculaire à la ligne de terre, et le rapport des distances de l'œil aux plans des deux figures reste constant.*

Supposons que le plan de la figure tourne autour de la ligne de terre emportant avec lui la ligne CM, et que OE tourne en sens contraire, autour du point O, de manière à rester parallèle à CM. La ligne qui joindrait dans l'espace le point E au point M passerait toujours par le point M', qui ne cesserait pas d'être la perspective du point M sur le tableau fixe.

Si c'est le plan de la figure qui reste invariable, que le tableau tourne autour de la ligne de terre et que E tourne autour du point O, de manière à rester parallèle à CM, le point M' ne cessera pas non plus d'être la perspective de M sur le tableau mobile. En effet, pendant que le tableau tourne, le point O décrit une circonférence qui a son centre en A, et dont le plan est perpendiculaire à la ligne de terre. Lorsque le tableau a pour trace AP sur ce plan (*fig.* 4), si l'on mène PN parallèle à AO et égale à OE, le point N sera la position de l'œil. Prenons $AQ = PN = OE$, et joignons NQ. La figure NPAQ étant un parallélogramme, Q sera le centre, et $QN = AP = OA$, sera le rayon de la circonférence que décrit l'œil.

Lorsque l'œil est en N, sa distance au tableau est la perpendiculaire ND et sa distance au plan de la figure est la perpendiculaire $NG = PB$. Par les triangles semblables, $\frac{NB}{PD} = \frac{NP}{AP}$ ou $\frac{ND}{NG} = \frac{OE}{OA} = \text{const.}$

Ainsi, le rapport des distances de l'œil aux deux plans reste constant.

6. Ces principes de perspective pourraient suffire pour le but que nous nous proposons, mais il ne sera pas inutile d'indiquer comment on obtiendrait la perspective d'une figure quelconque de l'espace.

Il faudrait connaître les projections des divers points de la figure sur un plan horizontal et leurs distances à ce plan.

On se donnerait sur ce plan (*fig.* 5) la ligne de terre AB et le rabattement du point de vue O, supposant connue la distance de l'œil au tableau. Soit M un point de la figure se projetant en *m*. Abaissons du point *m* la perpendiculaire *m*C sur la ligne de terre, et prolongeons-la d'une quantité CG égale à la hauteur du point M au-dessus du plan horizontal: le point G sera la projection du point M sur le tableau, et on obtiendrait la perspective M′ en divisant OG proportionnellement aux distances EO et *m*C de l'œil et du point M au tableau.

Mais il est plus simple de prendre la perspective *m′* du point où la verticale du point M perce le plan horizontal. Cette verticale a pour perspective une perpendiculaire à la ligne de terre par le point *m′*, et cette perpendiculaire coupe OG au point M′.

7. *Homologie.* — Poncelet appelle ***homologiques*** deux figures qui ont les sommets correspondants sur des droites qui concourent au même point (*centre d'homologie*) et les côtés correspondants qui se coupent sur une même droite (*axe d'homologie*).

*Une figure plane et sa perspective sont homologiques.* — Le point de concours E est le centre d'homologie, et la ligne de terre AB est l'axe d'homologie.

C'est par la perspective de deux figures semblables et semblablement placées que Poncelet fut conduit à l'homologie, dont la similitude n'est qu'un cas particulier, celui où l'axe d'homologie est à l'infini.

Pour construire la figure homologique à une figure, il faut se donner le centre E, l'axe AB d'homologie et le point M′ de la nouvelle figure qui correspond à un des points M de la première (*fig.* 3).

Le tracé s'effectue par de simples intersections de lignes droites. Car menons MN coupant l'axe d'homologie AB en D, et DM′ qui lui corres-

pond dans la seconde figure, le point N′ résultera de l'intersection de DM′ avec EN, etc.

Réciproquement : *Deux figures homologiques sont en perspective.* — Abaissons la perpendiculaire MC sur l'axe d'homologie AB, et joignons CM′, coupant en O la perpendiculaire à AB par le centre d'homologie E. Prenons le point O pour point de vue, AB pour ligne de terre, et EO pour distance de l'œil au tableau ; le point M aura pour perspective M′. La droite MN coupant la ligne de terre en D aura pour perspective DM′ ; et comme NN′ passe par le point E, le point N′ sera la perspective de N, etc.

Le point O, considéré comme appartenant à la première figure, correspond au point de la seconde situé à l'infini sur EO. On peut donc construire la figure homologique en se donnant ce point.

En effet, joignons OM coupant l'axe d'homologie en C (*fig.* 6), la parallèle par le point C à EO sera la droite correspondante de la nouvelle figure, et EM coupera cette parallèle au point M′ correspondant à M, etc.

On voit que M′ a pour perspective M, en prenant O pour point de vue, AB pour ligne de terre, EO pour distance de l'œil au tableau, et en supposant l'œil et les points projetés sur le tableau suivant la direction EO.

C'est ainsi qu'on est conduit au mode de transformation des figures planes, que nous allons étudier directement.

## § II. Mode de transformation des figures planes.

**8.** Soient deux axes $Ox$, $Oy$ tracés dans le plan d'une figure, AB une parallèle à l'axe des $y$ et E un point pris sur l'axe des $x$. M étant un point de la figure, joignons OM qui coupe la parallèle AB en C, et menons par le point C une parallèle à l'axe des $x$, qui rencontre EM en M′. M′ sera le point *transformé*. En opérant de même pour chacun des points de la figure, on obtiendrait une nouvelle figure qui serait la *transformée* de la première.

*N. B.* — La transformée a pour perspective la figure donnée. L'axe des $y$ est la droite qui correspond à tous les points de la transformée situés à l'infini ; l'axe des $x$ est la direction suivant laquelle l'œil et les points sont projetés sur le tableau ; l'origine O est le point de vue, la parallèle AB est la ligne de terre, et OE est la distance de l'œil au tableau.

Réciproquement : Pour trouver le point qui se transformerait en un point donné M′, menons par M′ une parallèle à l'axe des $x$ qui coupe AB en C, et joignons OC ; cette ligne coupera EM′ au point M.

**9.** *Il existe une infinité de systèmes d'axes qui donnent la même transformée.*

Menons par le point de concours E une droite quelconque E$x'$ qui coupe l'axe des $y$ en O′, et joignons O′M qui rencontre la parallèle AB en C′. Les triangles EMO′, MC′M′ seront semblables, car $\frac{ME}{MM'} = \frac{MO}{MC} = \frac{MO'}{MC'}$. Donc M′C′ étant parallèle à EO′, le point M se transformera également en M′ par rapport aux nouveaux axes O′$x'$, O′$y$.

Ainsi : *Tous les systèmes d'axes qui donnent la même transformée ont l'axe des* y *commun et les axes des* x *concourent en un même point* E.

Par conséquent, on pourra toujours supposer qu'on a opéré la transformation par rapport au système unique d'axes rectangulaires. Nous avons vu en effet que la perspective n'est pas altérée, quelle que soit la direction suivant laquelle on projette l'œil et les points sur le tableau.

**10.** *La transformée d'une ligne droite est une autre ligne droite qui coupe la parallèle* AB *au même point.*

Soit RS (*fig.* 7) une droite qui coupe l'axe des $y$ en I, et la parallèle AB en D. M étant un point de cette droite, et M′ le point transformé, joignons DM′ et EI. Les triangles CDM′, EOI seront semblables, car $\frac{CM'}{EO} = \frac{CM}{OM} = \frac{CD}{OI}$. Donc DM′ est parallèle à EI, et tous les points de la droite RS se transforment en points correspondants d'une autre droite R′ S′, qui est la parallèle à EI par le point D.

*N. B.* — Une transversale quelconque passant par le point de concours E donne deux points correspondants sur la droite RS et sur la transformée R′S′.

Le point I où la droite RS coupe l'axe des $y$ correspond au point situé à l'infini sur R′S′; de même, le point J′ où la transformée R′S′ coupe la parallèle à RS par le point E, correspond au point situé à l'infini sur RS ; donc

les parallèles $Oy$ et J'J' à AB sont les droites de chaque figure qui correspondent à tous les points à l'infini de l'autre.

Les triangles EOI, DJ'H étant égaux, la distance J'H de la ligne J'J' à la parallèle AB est égale à OE. Par conséquent, lorsque OE = OA, la droite J'J' se confond avec l'axe des $y$.

En perspective, la droite $Oy$ est l'intersection du tableau et du plan mené par l'œil, parallèlement à celui de la figure. La droite J'J' est l'intersection du plan de la figure par le plan mené par l'œil parallèlement au tableau. Les deux lignes $Oy$, J'J' se superposent dans le rabattement lorsque OE = OA.

**11.** *Rapport anharmonique.* — Le point M se transforme en un point M' de la direction EM tel que $\frac{EM'}{EM} = \frac{M'P'}{MP} = \frac{AC}{MP} = \frac{OA}{OP}$. F étant le point où EM coupe la parallèle AB, $\frac{FM'}{FM} = \frac{AP'}{AP} = \frac{CM'}{AP}$. Les triangles semblables EOM, MCM' donnent $\frac{CM'}{OE} = \frac{CM}{MO} = \frac{AP}{OP}$, d'où $\frac{CM'}{AP} = \frac{OE}{OP}$ : donc $\frac{FM'}{FM} = \frac{OE}{OP}$ ; et comme $\frac{EM'}{EM} = \frac{OA}{OP}$, il en résulte $\frac{EM'}{EM} : \frac{FM'}{FM} = \frac{OA}{OE}$.

M. Chasles appelle rapport *anharmonique* de quatre points situés sur la même droite le rapport des distances de l'un de ces points à deux des autres, divisé par le rapport des distances du quatrième point à ces deux-là. $\frac{EM'}{EM} : \frac{FM'}{FM}$ est donc le rapport anharmonique des quatre points E, M, M', F, et ce rapport égal à $\frac{OE}{OA}$ reste constant, quelle que soit la direction de EM, d'où résulte cette nouvelle définition des figures homologiques :

*Un axe* AB *et un point* E *étant donnés, si de ce point on mène à chacun des points* M *d'une figure une droite* EM *qui coupe l'axe en* F, *et sur laquelle on prenne un point* M' *déterminé par la condition que le rapport anharmonique* $\frac{EM'}{EM} : \frac{FM'}{FM}$ *soit constant, les points* M' *forment une nouvelle figure homologique de la première.* (G. S., 520.)

On peut construire le point M', soit par la relation $\frac{EM'}{EM} = \frac{OA}{OP}$, soit par la

relation $\frac{MM'}{EM} = \frac{AP}{OP}$, qui sont les formules données par M. Chasles (*Traité des coniques*, 267, 269).

**12.** *Transformation réciproque.* — Lorsque OE = OA, le rapport anharmonique $\frac{EM'}{EM} : \frac{FM'}{FM}$ devient une proportion harmonique $\frac{EM'}{EM} = \frac{FM'}{FM}$. Ainsi, on transformerait le point M en prenant le conjugué harmonique M′ de M sur EF. Mais M étant réciproquement le conjugué harmonique de M′ sur EF, on retrouverait ce point M en transformant M′.

Dans ce cas, la perspective des deux figures est réciproque, comme il serait d'ailleurs facile de le démontrer directement.

M, M′ divisant harmoniquement EF, les ordonnées MP, M′P′ divisent harmoniquement EA = 2OE, et $OP \times OP' = OA^2$. (Voir la *Note à la suite de ce paragraphe.*)

**13.** *Les transformées d'une figure que l'on obtient en faisant varier la distance de la parallèle* AB, *sont semblables et ont le point de concours* E *pour centre de similitude.*

Soit le point M qui se transforme en un point M′ de la direction EM, tel que $\frac{EM'}{EM} = \frac{OA}{OP}$. Conservons les mêmes axes et le même point de concours, mais prenons toute autre parallèle LK à l'axe des $y$ : le point M se transformera en un point M″ de la même direction EM, tel que $\frac{EM''}{EM} = \frac{OL}{OP}$ ; donc $\frac{EM'}{EM''} = \frac{OA}{OL}$, ce qui prouve que M′ et M″ sont des points homologues de deux figures semblables ayant le point E pour centre de similitude.

**14.** *Il suffira d'opérer la transformation réciproque*, ou de prendre OA = OE, puisque pour toute autre valeur de OA on obtiendrait une figure semblable et ayant avec celle qui résulte de la transformation réciproque un rapport de similitude connu. D'ailleurs la ligne J′J′ se confond alors avec $Oy$, et l'on obtient des formules plus simples et réciproques lorsqu'on applique le calcul à la transformation.

$x$ et $y$ étant les coordonnées OP, PM du point M, et $x'$ et $y'$ étant celles

OP', P'M' du point transformé M', $k$ désignant la distance OE = OA, on a, par les triangles semblables

$$x = \frac{k^2}{x'}, \quad y = \frac{ky'}{x'},$$

et réciproquement

$$x' = \frac{k^2}{x}, \quad y' = \frac{ky}{x}.$$

Ainsi, $f(x, y) = 0$ étant l'équation d'une courbe, celle de la transformée sera

$$f\left(\frac{k^2}{x'}, \frac{ky'}{x'}\right) = 0.$$

La courbe qu'il faudrait transformer pour produire une courbe donnée $\varphi(x', y') = 0$ sera $\varphi\left(\frac{K^2}{x'}, \frac{Ky}{x'}\right) = 0.$

Si OF $= d$ était différent de OA $= k$, on aurait

$$x = \frac{kd}{x' + k - d}, \qquad y = \frac{dy}{x' + k - d},$$

d'où :

$$x' = \frac{kd}{x} + k - d, \qquad y' = \frac{ky}{x}.$$

**15.** Du mode de transformation, que nous supposerons toujours réciproque, à moins qu'on n'avertisse du contraire, résultent ces conséquences :

*Tout point situé sur l'axe des* y *se transforme en un point situé à l'infini sur une direction déterminée.*

Par exemple, le point I se transforme en un point à l'infini sur EI.

Donc : *Un système de droites qui se coupent en un même point sur l'axe des* y *se transforme en un système de parallèles, à une direction déterminée.*

Réciproquement : *Tout point situé à l'infini sur une direction donnée se transforme en un point déterminé sur l'axe des* y.

Par exemple, le point à l'infini, sur la droite R'S', se transforme en un point I de l'axe des $y$, que l'on obtient en menant par le point de concours E une parallèle à R'S'.

Donc : *Un système de parallèles se transforme en un système de droites qui se coupent en un point déterminé de l'axe des* y.

*Une parallèle à l'axe des* y *se transforme en une autre parallèle à cet axe.*

Par exemple, PM se transforme en P'M', telle que $OP \times OP' = OA^2$. Les deux parallèles sont situées d'un même côté de l'axe des $y$, et si l'une se rapproche de cet axe, l'autre s'en éloigne. L'axe des $y$ se transforme en une droite à l'infini, et la parallèle AB, se transformant en elle-même, est une droite commune aux deux figures.

*Une parallèle à l'axe des* x *se transforme en une autre droite qui passe par l'origine, et réciproquement.*

Par exemple, CM' se transforme en CO, et réciproquement.

A l'aide de ces principes, il sera facile de se faire une idée de la transformée d'une figure quelconque composée, comme on le voudra, de points, de droites et de lignes polygonales ou courbes, sans qu'il soit nécessaire d'opérer la transformation, que l'on pourrait d'ailleurs effectuer au besoin.

---

## NOTE.

*Proportion harmonique.* — Étant donné un point, sur une droite AB, il existe un autre point dont le rapport des distances aux deux extrémités de la droite est le même que le rapport des distances du premier.

Soit le point C situé entre A et B (*fig.* 8); une transversale passant par ce point donnera, sur des parallèles par A et B, deux segments AE, BF de direction contraire; prolongeant l'un de ces segments AE d'une longueur égale AG, et joignant GF, cette ligne coupera AB en un point D, tel que

$$\frac{DA}{DB} = \frac{AE}{BF} = \frac{CA}{CB}.$$

Soit le point D situé sur le prolongement de AB ; une transversale passant par ce point donnera, sur des parallèles par A et B, deux segments AG, BF de même direction; prolongeant l'un de ces segments AG d'une longueur

égale AE et joignant EF, cette ligne coupera AB en un point C, tel que

$$\frac{CA}{CB} = \frac{AG}{BF} = \frac{DA}{DB}.$$

Il résulte de cette construction que les points C et D sont situés, l'un sur la droite AB, l'autre sur son prolongement, d'un même côté du milieu O; à droite si le rapport des distances est plus grand que l'unité, à gauche si le rapport est plus petit que l'unité.

Les géomètres grecs appelèrent la proportion $\frac{CA}{CB} = \frac{DA}{DB}$ proportion *harmonique*, parce qu'elle jouait un certain rôle dans leur théorie des tons musicaux. Cette dénomination s'est conservée, et on dit que les points C et D *divisent harmoniquement* AB, ou qu'ils sont *conjugués harmoniques* sur cette droite.

Réciproquement, A et B sont conjugués harmoniques sur CD, car la proportion peut s'écrire $\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{BD}$.

On voit qu'il existe une infinité de systèmes de points conjugués harmoniques sur une droite AB, soit à droite, soit à gauche du milieu O, qui a son conjugué à l'infini; car si C coïncide avec O, $AE = BF$, et GF est parallèle à AB.

*Le produit des distances de deux points conjugués au milieu de la droite est égal au carré de la moitié de la droite.*

$$\frac{CA}{CB} = \frac{DA}{DB}, \text{ ou } \frac{AO+OC}{AO-OC} = \frac{AO+OD}{OD-AO} \text{ donne}$$

$$\frac{AO}{CO} = \frac{DO}{AO}, \text{ d'où } CO \times DO = AO^2.$$

Comme le point C situé sur AB divise cette droite dans le rapport $\frac{AE}{BF}$, on dit par extension que le point D divise cette droite dans le même rapport. Dans le premier cas les segments sont additifs, et dans le second ils sont soustractifs.

Si le rapport est nul, ou si $AE = 0$, les deux points coïncident avec A. Si le rapport est infini, ou si $BF = 0$, ils coïncident avec B.

Les deux rapports $\frac{CA}{CB}$, $\frac{DA}{DB}$ sont égaux en valeur absolue, mais dans le

premier les segments ont des directions contraires, tandis que dans le second ils ont la même direction. On dit que le rapport est *positif* ou *négatif*, et on lui donne le signe + ou le signe —, suivant que les segments ont même direction ou des directions contraires. C'est pour cela que M. Chasles écrit la proportion harmonique $\frac{DA}{DB} = -\frac{CA}{CB}$.

*En ayant égard à la valeur absolue du rapport et à son signe, il n'existe qu'un point qui divise une droite* AB *dans un rapport donné.*

Pour trouver ce point, on prendra sur des parallèles par A et B deux segments qui soient, dans le rapport donné, de même direction, comme AG, BF, si le rapport est positif, ce qui donnera le point D; et de sens contraire, comme AE, BF, si le rapport est négatif, ce qui donnera le point C.

*Rapport anharmonique.* — Étant donné un point C sur une droite AB, on peut déterminer plus généralement un autre point D de la droite par la condition que le rapport $\frac{DA}{DB}$ soit un multiple de $\frac{CA}{CB}$, ou que le rapport composé $\frac{CA}{CB} : \frac{DA}{DB}$ ait une valeur $\lambda$ donnée en grandeur et en signe. M. Chasles appelle ce rapport composé, rapport *anharmonique*, parce qu'on retrouve la proportion, ou le rapport harmonique, lorsque $\lambda = -1$.

La relation $\frac{CA}{CB} : \frac{DA}{DB} = \lambda$ donne $\frac{DA}{DB} = \frac{CA}{\lambda CB} = \lambda'$, ce qui revient à diviser la droite AB dans un rapport donné $\lambda'$ en grandeur et en signe.

Menons par le point C (*fig.* 9) une transversale qui donne sur les parallèles par A et B les segments AE, BF, tels que $\frac{CA}{CB} = \frac{AE}{BF}$. Prenons sur AE ou sur son prolongement, suivant le signe de $\lambda'$, un segment AH tel que $\frac{AE}{AH} = \lambda'$ et joignons HF. Cette droite coupera AB au point D, tel que $\frac{DA}{DB} = \frac{AH}{BF}$. Donc $\frac{CA}{CB} : \frac{DA}{DB} = \frac{AE}{AH} = \lambda'$.

Le quatrième point D se confond avec un des trois autres, lorsque $\lambda'$ est nul, infini ou égal à 1 ; car si $\frac{CA}{CB} : \frac{DA}{DB} = 0$, $CA \times DB = 0$, ce qui exige que D coïncide avec B. Si $\frac{CA}{CB} : \frac{DA}{DB} = \infty$, $CB \times DA = 0$, ce qui exige que D coïncide avec A.

Si $\frac{CA}{CB} = \frac{DA}{DB}$, les deux rapports sont égaux et de même signe, ce qui exige que D coïncide avec C.

*Coordonnées.* — On détermine la position d'un point, sur un plan, en se donnant ses distances à deux droites qui se coupent sur ce plan. Ces distances, que l'on prend parallèlement aux droites, d'un côté ou de l'autre, sont appelées les *coordonnées* du point, et les droites sont dites les *axes des coordonnées.* Le point d'intersection des axes est l'*origine* des coordonnées.

$Ox$, $Oy$ étant les deux axes (*fig.* 1) et M un point de leur plan, les coordonnées sont OP et PM. On donne plus particulièrement à l'une d'elles, OP, le nom d'*abscisse ;* et l'autre, PM, prend le nom d'*ordonnée.* Les abscisses se désignent généralement par la lettre $x$, et les ordonnées par la lettre $y$. Ainsi chaque point du plan a son $x$ et son $y$, au moyen desquels on peut le construire.

On appelle *axe des abscisses*, ou *axe des* x, celui sur lequel on prend les abscisses ; l'autre est dit *axe des ordonnées*, ou *des* y. Le plus souvent, on choisit les axes se coupant à angle droit ; les coordonnées sont alors appelées *rectangles* ou *rectangulaires.*

L'invention des coordonnées est due à Descartes, qui ramena ainsi les notions de forme à des notions de position, et par suite à des notions purement numériques ; ce qui permit d'appliquer le calcul à l'étude de la géométrie.

## § III. Méthode géométrique qui résulte de la transformation.

**16.** Une figure peut se transformer de bien des manières, suivant le choix des axes et la distance de la parallèle.

Les points donnent des points correspondants, et les droites des droites correspondantes de la nouvelle figure.

A des lignes polygonales, correspondent des lignes polygonales d'un même nombre de côtés.

A des courbes, correspondent des courbes *d'un même degré*, c'est-à-dire des courbes qu'une droite coupe en un même nombre de points.

Les tangentes à une courbe se transforment en tangentes de la nouvelle courbe, aux points correspondants.

Si une tangente a son point de contact sur l'axe des $y$, la tangente à la nouvelle courbe aura son point de contact à l'infini, et deviendra ce qu'on appelle une *asymptote* de la nouvelle courbe.

Supposons que l'on transforme une courbe fermée :

1° Si l'axe des $y$ ne rencontre pas la courbe, on obtiendra une courbe fermée du même degré.

2° Si l'axe des $y$ coupe la courbe, la transformée aura des branches infinies dont les asymptotes seront les transformées des tangentes à la courbe primitive, aux points où elle coupe l'axe des $y$. Ces asymptotes, faciles à construire, feront connaître les directions vers lesquelles tendent de plus en plus, sans pouvoir jamais les atteindre, les branches infinies de la nouvelle courbe.

3° Si l'axe des $y$ est tangent à la courbe, la transformée aura des branches infinies pour chacune desquelles la direction asymptotique subsistera, car ce sera celle de la droite qui joindrait le point de concours E au point de contact de l'axe des $y$ avec la courbe. La branche infinie de la nouvelle courbe tendra de plus en plus à devenir parallèle à cette direction, mais il n'y aura pas d'asymptote, car l'axe des $y$ se transforme en une droite quelconque située à l'infini. Par conséquent : *Il ne peut exister de courbe fermée d'un degré quelconque, sans qu'il existe des courbes du même degré ayant des branches infinies, avec ou sans asymptotes, et le nombre des asymptotes réelles sera au plus égal au degré de la courbe.*

Le sens de la courbure de la transformée en un point quelconque est facile à prévoir, d'après celui de la ligne donnée au point correspondant.

Si la courbe est *concave* vers l'axe des $x$ comme au point M (*fig.* 10), c'est-à-dire située aux environs de ce point, de part et d'autre, *au-dessous* de la tangente, il en sera de même pour la transformée au point M'. Si la courbe est *convexe* vers l'axe des $x$ comme au point N, c'est-à-dire située aux environs de ce point, de part et d'autre, *au-dessus* de la tangente, il en sera de même pour la transformée au point N'.

Par rapport à l'axe des $y$, la courbure de la transformée sera en sens inverse de celle de la ligne donnée, car plus un point se rapproche de l'axe des $y$, plus le point transformé s'éloigne de cet axe.

Donc : à un point d'*inflexion*, c'est-à-dire à un changement dans le sens de la courbure, comme en P, correspondra un point d'inflexion de la transformée en P′.

**17.** *Courbes du second degré.* — Appliquons ces principes à la transformation du cercle ; nous en déduirons la classification et la forme des courbes du second degré.

1° Si l'axe des $y$ est extérieur au cercle, la nouvelle courbe sera fermée sans inflexion, comme le cercle, et ne pourra être coupée, comme lui, par une droite en plus de deux points. Elle aura la forme d'un ovale, et on l'appelle *ellipse*.

2° Si l'axe des $y$ coupe le cercle, les deux arcs situés de part et d'autre de cet axe, étant concaves vers l'axe des $y$, produiront chacun une courbe continue toujours convexe vers cet axe.

Ces deux courbes seront séparées, mais auront pour asymptotes communes les transformées des deux tangentes au cercle par les points où il coupe l'axe des $y$. Ainsi, la courbe sera formée de deux parties, ou de deux *branches* distinctes, comprises entre les deux côtés de deux angles opposés par le sommet, et s'approchant sans cesse de ces côtés sans pouvoir jamais les atteindre. Cette nouvelle courbe a reçu le nom d'*hyperbole*.

3° Si l'axe des $y$ est tangent au cercle, la transformée se composera d'une seule branche ouverte, convexe vers l'axe des $y$. La direction asymptotique subsistera, et la courbe tendra de plus en plus à devenir parallèle à cette direction, ce qui la distingue d'une branche d'hyperbole; mais elle n'aura pas d'asymptote, ou pour mieux dire l'asymptote est une droite à l'infini, à laquelle elle tend à devenir tangente. Cette nouvelle courbe est la *parabole*.

Donc il existe trois sortes de courbes du second degré : l'ellipse, qui comprend le cercle, l'hyperbole et la parabole.

Puisqu'elles sont en perspective avec le cercle, elles sont des sections planes d'un cône qui aurait pour base ce cercle : de là vient la dénomination de *sections coniques*, ou plus simplement de *coniques*, donnée aux courbes du second degré.

La transformation indique la propriété commune par laquelle on les définit ordinairement.

Nous avons vu qu'un point M se transforme en un point M' de la direction EM, tel que $\frac{EM'}{EM} = \frac{OA}{OP}$. Comme $OP \times OP' = OA^2$, $\frac{EM'}{EM} = \frac{OP'}{OA}$, d'où $\frac{EM'}{OP'} = \frac{EM}{OA}$.

Si le point M décrit un cercle ayant pour centre le point E, $\frac{EM}{OA}$ sera constant, et le point M' décrira une conique telle que $\frac{EM'}{OP'}$ sera constant. Or EM' est la distance du point M' à un point fixe E, et OP' est la distance du même point à la droite fixe prise pour axe des $y$, quelle que soit d'ailleurs la position de cet axe par rapport au cercle. Par conséquent :

*Une conique est le lieu des points dont les distances à un point fixe et à une droite fixe sont dans un rapport constant.*

Le point fixe est appelé le *foyer* de la conique, et la droite fixe en est dite la *directrice*.

La nature de la conique dépend du rapport constant $\frac{EM}{OA} = \frac{EM}{OE}$.

*Si le rapport est plus petit que l'unité*, l'axe des $y$ est extérieur au cercle, et la conique est une *ellipse*.

*Si le rapport est plus grand que l'unité*, l'axe des $y$ coupe le cercle, et la conique est une *hyperbole*.

*Si le rapport est égal à l'unité*, l'axe des $y$ touche le cercle, et la conique est une *parabole*.

Réciproquement : *Toute conique se transforme en un cercle, en prenant son foyer pour point de concours et sa directrice pour axe des* y.

Car on a : $\frac{EM'}{EM} = \frac{OA}{OP}$, d'où $\frac{EM}{OP} = \frac{OA}{EM'}$. Si le point M décrit une conique dont E soit le foyer et l'axe des $y$ la directrice, $\frac{EM}{OP}$ sera constant, et par suite, EM' étant constant, le point M' décrira un cercle ayant pour centre le foyer.

On vient de voir que les coniques sont des sections planes d'un cône ayant pour base un cercle. Il est facile de démontrer que ces courbes sont des sections planes d'un cône ayant pour base l'une quelconque d'entre elles, et nous montrerons par cet exemple comment la transformation peut s'appliquer à l'étude des figures de l'espace.

Soit une surface conique (*fig*. 11) ayant pour base une courbe C du second degré, et pour sommet un point S qui se projette en $s$ sur le plan de la base.

Cherchons la section de la surface par un plan qui ferait un angle $\alpha$ avec la base, et qui aurait AB pour trace.

Abaissons la perpendiculaire $s$A sur la trace, élevons dans le plan de la base, sur A$s$, la perpendiculaire $s$S, égale à la hauteur du cône, et menons par le point S une ligne SO qui fasse avec OA une angle SOA égal à l'inclinaison $\alpha$ du plan sécant. La parallèle O$y$ à AB sera la trace d'un plan parallèle au plan sécant et passant par le sommet du cône.

Cela posé, prenons cette trace O$y$ pour axe des $y$, la perpendiculaire $s$A pour axe des $x$, AB pour parallèle, et pour point de concours un point E sur l'axe des $x$ tel que OE soit égal à OS.

La conique C se transformera en une conique C′, et nous aurons trois cas à considérer.

1° Si l'axe O$y$ est extérieur à la conique C, la transformée C′ sera une ellipse; et comme le plan mené par O$y$ et par le sommet du cône ne contiendra aucune de ses génératrices, le plan donné coupera toutes ces génératrices sur une des *nappes* de la surface conique, c'est-à-dire sur un des deux cônes opposés par le sommet dont l'ensemble forme la surface conique.

2° Si l'axe des $y$ coupe la conique C, la transformée C′ sera une hyperbole; et comme le plan mené par O$y$ et le sommet du cône contiendra deux de ses génératrices, le plan donné sera parallèle à ces deux génératrices, et coupera toutes les autres sur l'une et sur l'autre des nappes de la surface conique.

3° Si l'axe des $y$ touche la conique C, la transformée sera une parabole; et comme le plan mené par O$y$ et par le sommet du cône sera tangent au cône suivant une génératrice, le plan donné sera parallèle à cette génératrice, et coupera toutes les autres sur une même nappe de la surface conique.

Or, la transformée C′ est, dans tous les cas, en perspective avec la base C de la surface conique, et les deux courbes ne cessent pas d'être en perspective, pendant que le plan de l'une d'elles C′ tourne autour de la ligne de terre AB. Donc, lorsque le plan de C′ coïncidera avec le plan donné, on fera un angle $\alpha$ avec la base, l'œil viendra se placer au sommet du cône, et la transformée C′ sera l'intersection de la surface conique par ce plan.

On distingue les propriétés des figures en propriétés *projectives*, ou de situation, et en propriétés métriques, ou de *grandeur*.

**18.** *Les propriétés projectives d'une figure ne sont pas altérées par la transformation.*

Car à une figure correspond une figure analogue quant au nombre de points, de droites, de lignes polygonales ou courbes, et on a vu que des points en ligne droite se transforment en tout autant de points en ligne droite; que des droites se coupant en un même point se transforment en tout autant de droites se coupant aussi en un même point; que des tangentes ou des sécantes à une courbe se transforment en tangentes ou en sécantes à une courbe de même degré. Par conséquent:

*Pour être en droit de conclure qu'une figure jouit d'une propriété projective, il suffit de constater qu'on pourrait la transformer en une autre pour laquelle cette propriété existe ou soit facile à démontrer.*

Hâtons-nous d'éclaircir ces généralités par des exemples.

*Deux triangles qui ont les sommets correspondants sur trois droites qui concourent en un même point, ont les côtés correspondants qui se coupent sur une même droite.*

Prenons pour axe des $y$ la droite passant par le point où se coupent deux couples de côtés correspondants: il en résultera deux nouveaux triangles ayant, comme les premiers, les sommets sur trois droites qui concourent en un même point, mais deux couples de côtés correspondants parallèles, et par conséquent semblables. Les troisièmes côtés étant aussi parallèles, les côtés correspondants des triangles primitifs se couperont sur l'axe des $y$.

Réciproquement: *Deux triangles qui ont les côtés correspondants qui se coupent sur la même droite, ont les sommets correspondants sur trois droites concourantes en un même point.*

Prenons pour axe des $y$ la droite sur laquelle se coupent les côtés correspondants. Il en résultera deux nouvaux triangles ayant les côtés parallèles, et par conséquent semblables. Les sommets correspondants seront situés sur trois droites concourant au centre de similitude; donc les triangles primitifs auront aussi les sommets sur trois droites concourantes en un même point, qui sera le transformé du centre de similitude.

*Par un point donné* M *mener une droite qui passe par le point de concours de deux droites données* AB, CD, *en ne faisant usage que de la règle.*

Menons par un point S (*fig.* 12) deux transversales dont l'une passe par le point M, qui forment avec les deux droites données un quadrilatère ABCD. Ce quadrilatère se transformerait en parallélogramme si l'on prenait pour axe des $y$ la droite passant par le point S et par le point de concours des deux droites données. L'inspection de la nouvelle figure indiquera cette solution du problème proposé.

Tracez les diagonales AC, BD du quadrilatère ABCD, et la droite SE qui passe par leur intersection ; joignez MC coupant SE en F, et DF coupant BC en N; MN sera la droite demandée.

En joignant MB coupant SE en G, la ligne AG passera aussi par le point N, ce qui servira de vérification.

*N. B.* — La construction s'applique évidemment au cas où, les droites AB et CD étant parallèles, on voudrait mener par le point M une troisième parallèle, et peut s'effectuer sur le terrain par la méthode des alignements.

*Mener par un point une tangente à une conique, en ne faisant usage que de la règle.*

On peut considérer la conique comme la transformée d'un cercle. Or, les droites qui joignent deux à deux les extrémités de deux cordes parallèles d'un cercle se coupent sur le diamètre qui joint les points de contact des tangentes au cercle parallèles à ces cordes.

Donc, si l'on mène par le point deux sécantes à la conique, les droites qui joindront deux à deux les intersections de ces sécantes avec la courbe se couperont sur la corde de contact des tangentes à la conique par le point donné.

*Étant pris sur deux droites deux séries de trois points correspondants* A, B, C, *et* A', B', C', *les points de croisement* M, N, P des *diagonales* AB' *et* BA', AC' *et* CA', CB' *et* BC', *seront en ligne droite* (*fig.* 13).

Transformons la figure en prenant une des deux droites, par exemple celle qui contient les points A', B', C', pour axe des $y$. Les lignes BA', CA', deviendront deux parallèles $ba'$, $ca'$. Les lignes AC', BC' deviendront deux autres parallèles $ab'$, $cb'$, et les lignes AB', CB' deux autres parallèles $ab'$, $cb'$. Il en résultera une nouvelle figure, et pour démontrer que les points M, N, P,

de la première sont en ligne droite, il suffira de démontrer que les points correspondants *m*, *n*, *p*, de la seconde sont en ligne droite, ce qui revient à prouver que les triangles *mrn*,*nsp* sont semblables. Les côtés *rm* et *rn* du premier étant respectivement parallèles aux côtés *sn*, *sp* du second, il reste à démontrer la proportionnalité de ces côtés. Les triangles *mra*, *psc* étant semblables, $\frac{rm}{ra} = \frac{sc}{sp}$, d'où $ra \times sc = rm \times sp$. Les triangles semblables *arb*, *bsc* donnent $\frac{rb}{ra} = \frac{sc}{sb}$, ou $\frac{sn}{ra} = \frac{sc}{rn}$, d'où $ra \times sc = sn \times rn$; donc $rm \times sp = sn \times rn$, ou $\frac{rm}{rn} = \frac{sp}{sc}$ *c.q.f.d.*

La transformation de la figure indique que ce théorème, dont la démonstration paraît insoluble par la géométrie ordinaire, se ramène à cette proposition élémentaire :

*Étant donné un parallélogramme* b r n s, *si par un sommet* b *on mène une transversale coupant les côtés de l'angle opposé* n *en* a *et* c, *et que par ces points on mène des parallèles dans une direction quelconque, ces parallèles couperont les côtés de l'angle* b *en deux points* m *et* p *en ligne droite avec le sommet opposé* n.

Mais le parallélogramme *brns* est le transformé du quadrilatère BRNS, d'où résulte ce nouveau théorème :

*Étant donné un quadrilatère* BRNS, *si par le sommet* B *on mène une transversale coupant les côtés de l'angle opposé* N *en* A *et* C, *et que l'on joigne ces points à un point quelconque* B' *pris sur la ligne* A'C' *sur laquelle concourent les côtés opposés, les droites* AB', CB' *couperont les côtés de l'angle* B *en deux points* M, P *en ligne droite avec le sommet opposé* N.

Enfin, si l'on remarque que les six points A,B,C et A',B',C' forment un hexagone AB'CA'BC'A inscrit aux deux droites AC et A'C', et que les côtés opposés de cet hexagone sont les diagonales AB' et BA', CB' et BC', CA' et AC', on voit que le théorème primitif revient au suivant :

*Dans tout hexagone inscrit à deux droites, les côtés opposés se coupent en trois points situés sur la même droite.*

Ce théorème lui-même se ramène par la transformation à cette propriété élémentaire du trapèze :

*Par le point de concours* E *des côtés d'un trapèze* ABCD (*fig.* 14), *menons une transversale qui coupe les bases en* a *et* a'; *les parallèles menées par ces points respectivement aux côtés du trapèze se coupent sur une des diagonales du trapèze.*

Car la parallèle au côté BC par le point $a$ coupe la diagonale AC au point $m$, et $\frac{Am}{Cm} = \frac{Aa}{Ba} = \frac{Da'}{Ca'}$ ; donc $a'm$ est parallèle à l'autre côté DA. De même la parallèle à AD par le point $a$ coupe la diagonale BD en $m'$, et $a'm'$ est parallèle à l'autre côté BC.

Cela posé, transformons la figure en prenant pour axe des $y$ une droite quelconque. Le trapèze deviendra un quadrilatère dont les côtés opposés AB, DC se coupent en S sur la droite prise pour axe des $y$, et dont les autres côtés AD, BC couperont cet axe en O et O' (*fig.* 15).

En menant par un point quelconque E une transversale qui coupe les côtés AB, DC en $a$ et $a'$, les lignes O'$a$ et O$a'$ concourront sur la diagonale AC en $m$, et on aura un hexagone EO'$a'$S$a$OE inscrit à deux droites OO' et E$a$ dont les côtés opposés se couperont en trois points C, $m$, A, situés en ligne droite.

Mais l'inspection de la figure indique ce nouveau théorème :

*Étant donné un angle* ASC *et deux points* O *et* O' *en ligne droite avec le sommet* S, *si autour d'un point quelconque* E *on fait tourner une droite qui coupe ces côtés de l'angle en* a et a', *le point de rencontre des deux lignes* Oa et Oa' *décrira une droite* AC. *De même, le point de rencontre des deux lignes* Oa' *et* O'a *décrira une autre droite* BD.

Réciproquement : *Si autour des deux points* O, O', *on fait tourner deux rayons dont l'intersection* m *glisse sur une droite* AC, *la droite* aa' *pivotera autour d'un point fixe* E.

Ce théorème se ramène, par la transformation, à la réciproque de celui démontré pour le trapèze :

*Si par un point* m *de la diagonale* AC *d'un trapèze on mène des parallèles* ma, ma' *aux côtés, la ligne* aa' *passera par le point de concours* E *de ces côtés.*

Car $$\frac{Aa}{Ba} = \frac{Am}{Cm} = \frac{Da'}{Ca}.$$

Il n'est point de théorème ou de problème dont on ne puisse de même transformer l'énoncé en transformant la figure qui s'y rapporte. Les propositions les plus élémentaires peuvent ainsi conduire à des propositions dont on n'aurait pas soupçonné l'existence, souvent très-difficile à démontrer directement; et des propositions qui paraissent d'abord présenter des difficultés se ramènent à d'autres qui sont évidentes ou dont la démonstration est facile, ce qui fait naître les rapprochements les plus inattendus.

**19**. *Les propriétés métriques sont généralement altérées par la transformation.*

Il faudra donc étudier les modifications qu'elles peuvent subir, ou savoir les transformer en d'autres qui soient projectives. Bornons-nous à étudier celles qui se présentent le plus souvent.

*Transformation des angles.* — On a vu que la direction de la transformée d'une droite s'obtient en joignant le point de concours E au point où la droite coupe l'axe des $y$. Soient deux droites qui coupent cet axe en A et B, l'angle des transformées sera égal à AEB, quelles que soient d'ailleurs les directions des deux droites. Pour transformer deux droites en deux autres qui se coupent sous un angle donné, on prendra pour axe des $y$ une droite quelconque qui coupe les deux droites en A et B. Le lieu du point E sera le segment de cercle décrit sur AB, et capable de l'angle donné; le lieu de l'œil qui dans l'espace verrait les deux droites se coupant sous cet angle, sera la surface de révolution engendrée par le segment de cercle tournant autour de AB.

Si l'on prend le point E sur la circonférence ayant AB pour diamètre, les nouvelles droites seront rectangulaires. L'origine O sera la projection du point E sur AB, et on aura $OA \times OB = OE^2$.

Réciproquement : *Deux droites qui déterminent sur l'axe des* y, *de part et d'autre de l'origine* O, *des segments tels que* $OA \times OB = OE^2$, *se transforment en deux droites rectangulaires.*

Car le triangle AEB sera rectangle en E.

Soient A, B, C, les points où les trois côtés d'un triangle coupent l'axe des $y$. On pourra transformer ce triangle en un autre qui ait des angles donnés, ou qui soit semblable à un triangle donné. En effet, décrivons sur

AB un segment de cercle capable de l'un des angles du nouveau triangle, et sur BC ou AC un segment de cercle capable d'un autre angle. Ces segments se couperont en un second point E qui sera le point de concours. Le lieu de l'œil sera la circonférence décrite par ce point dans un plan perpendiculaire à l'axe des $y$.

Soit ABCD un quadrilatère dont les côtés opposés se coupent en F et en G (*fig.* 16). L'ensemble de la figure est ce qu'on appelle un *quadrilatère complet*, et la droite FG qui joint les points de concours des côtés opposés est dite la *troisième diagonale* du quadrilatère complet. En prenant cette troisième diagonale FG pour axe des $y$, le quadrilatère complet se transformera en un parallélogramme, d'où il résulte que *le parallélogramme a une troisième diagonale à l'infini*. En prenant le point de concours E sur un segment de cercle décrit sur FG, et capable d'un angle donné, on obtiendrait un parallélogramme dont les côtés se couperaient sous cet angle.

On obtiendrait un rectangle en prenant le point E sur la circonférence ayant pour diamètre FG.

On obtiendrait un carré en prenant le point E à l'intersection des circonférences décrites sur FG et HK comme diamètres.

On obtiendrait un trapèze en prenant pour axe des $y$ une droite quelconque passant par une des extrémités de la troisième diagonale, d'où l'on voit que la *troisième diagonale d'un trapèze est la parallèle aux bases par le point de concours des côtés.*

La transformation des angles conduit à un nouveau tracé de la perspective que nous croyons devoir signaler.

Soient P et Q (*fig.* 17) deux points quelconques sur l'axe des $y$, et M un point de la figure. Menons par ces points deux droites MP, MQ, qui coupent la parallèle AB en C et D. PEQ sera l'angle des transformées de ces droites, et le point M' sera l'intersection des parallèles par C et D aux directions EP, EQ. Comme vérification, la droite MM' devra passer par le point E.

*Transformation des distances.* — Soient OP, OQ les abscisses de deux points d'une droite, et OF une parallèle à cette droite par l'origine O (*fig.* 18). Le segment MN compris entre les ordonnées correspondantes sera égal à la distance des deux points de la droite. Les abscisses OP, OQ se transfor-

meront en $OP' = \frac{OA^2}{OP}$ et $OQ' = \frac{OA^2}{OQ}$. Les ordonnées correspondantes interceptent sur la parallèle OG, à la transformée de la droite, un segment M′N′ dont il faut trouver le rapport avec MN.

$$\frac{MN}{PQ} = \frac{OF}{OA} \text{ et } \frac{M'N'}{P'Q'} = \frac{OG}{OA},$$

d'où $\frac{M'N'}{MN} = \frac{OG}{OF} \times \frac{P'Q'}{PQ}$. $P'Q' = OP' - OQ' = \frac{OA^2}{OP} - \frac{OA^2}{OQ}$ $= \frac{OA^2.PQ}{OP.OQ}$; donc $M'N' = \frac{OA^2.OG}{OF} \times \frac{MN}{OP \times OQ}$.

Désignons par λ la constante $\frac{OA^2 \times OG}{OF}$, qui sera la même pour tous les segments pris sur une même droite, par $a$, $b$ les abscisses OP et OQ, et par D et D′ les distances MN et M′N′; nous aurons la formule

$$D' = \lambda \frac{D}{ab} \tag{1}$$

analogue à celle que donne Poncelet (*Prop. Project.*, 9).

Si OA était différent de OE, en désignant par D″ la distance D transformée, on aurait $D'' = \frac{OE}{OA} \times D'$; d'où

$$D'' = \frac{OA \times OE \times OG}{OF} \times \frac{D}{OP \times OQ}.$$

Ce qui revient à remplacer le facteur $OA^2$ de la constante λ par OE × OA. Ainsi la formule (1) s'applique à tous les cas.

Soient trois points A, B, M situés sur la même droite, $a$, $b$, $m$ leurs abscisses respectives, et A′, B′, M′ les points transformés; on aura par la formule (1)

$$A'M' = \lambda \frac{AM}{am}, \quad B'M' = \lambda \frac{BM}{bm};$$

d'où

$$\frac{A'M'}{B'M'} = \frac{b}{a} \cdot \frac{AM}{BM},$$

ou

$$\frac{A'M'}{B'M'} = \omega \cdot \frac{AM}{BM}. \tag{2}$$

La constante ω désigne le rapport inverse $\frac{b}{a}$ des abscisses des deux points A et B dont on prend les distances à un troisième M.

Il est d'ailleurs facile de trouver directement cette nouvelle formule, qui sera d'un grand usage. En effet, les distances entre les points d'une même droite sont proportionnelles à leurs projections sur l'axe des $x$, ou à la différence des abscisses de leurs extrémités. Donc, $\frac{\text{AM}}{\text{BM}} = \frac{a-m}{b-m}$. $\frac{\text{AM}}{\text{BM}}$ devient $\frac{\text{A}'\text{M}'}{\text{B}'\text{M}'}$, $a$, $b$, $m$ deviennent $\frac{\text{OA}^2}{a}$, $\frac{\text{OA}^2}{b}$, $\frac{\text{OA}^2}{m}$. Substituant et réduisant, on trouve la formule (2).

*Le rapport anharmonique et la projection harmonique ne sont pas altérés par la transformation.*

Soit $\frac{\text{AB}}{\text{AC}} : \frac{\text{DB}}{\text{DC}}$. On a par la formule (2) $\frac{\text{A}'\text{B}'}{\text{A}'\text{C}'} = \omega \frac{\text{AB}}{\text{AC}}$ et $\frac{\text{D}'\text{B}'}{\text{D}'\text{C}'} = \omega \frac{\text{DB}}{\text{DC}}$; donc $\frac{\text{AB}}{\text{AC}} : \frac{\text{DB}}{\text{DC}} = \frac{\text{A}'\text{B}'}{\text{A}'\text{C}'} : \frac{\text{D}'\text{B}'}{\text{D}'\text{C}'}$.

Si $\frac{\text{AB}}{\text{AC}} = \frac{\text{DB}}{\text{DC}}$, on aura aussi $\frac{\text{A}'\text{B}'}{\text{A}'\text{C}'} = \frac{\text{D}'\text{B}'}{\text{D}'\text{C}'}$.

*Faisceau de quatre droites.*— M. Chasles appelle rapport anharmonique de quatre droites issues d'un même point, ou d'un *faisceau* de quatre droites, le rapport des sinus des angles de l'une des droites avec deux des autres, divisé par le rapport des sinus des angles de la quatrième avec ces deux-là.

*Le rapport anharmonique d'un faisceau de quatre droites est égal à celui des quatre points d'insertion de ces droites par une transversale quelconque.*

Soient A, B, C, D les quatre droites qui se coupent en O, et $a$, $b$, $c$, $d$ les points d'intersection par une transversale quelconque (*fig.* 19). Les sinus des angles d'un triangle étant proportionnels aux côtés opposés, on a par le triangle O$ac$, en désignant par la notation (A, C) l'angle des deux droites A et C,

$$\frac{\sin(\text{A},\text{C})}{\sin c} = \frac{ac}{a\text{O}},$$

et par le triangle O$ad$,

$$\frac{\sin(\text{A},\text{D})}{\sin d} = \frac{ad}{a\text{O}};$$

d'où

$$\frac{\sin(\text{A},\text{C})}{\sin(\text{A},\text{D})} = \frac{ac}{ad} \times \frac{\sin d}{\sin c}.$$

On trouverait de même par les triangles $Obc$, $Obd$

$$\frac{\sin(B,C)}{\sin(B,D)} = \frac{bc}{bd} \times \frac{\sin d}{\sin c};$$

par conséquent $\frac{\sin(A,C)}{\sin(A,D)} : \frac{\sin(B,C)}{\sin(B,D)} = \frac{ac}{ad} : \frac{bc}{bd}$, *c.q.f.d.*

On voit par là qu'un faisceau de quatre droites donne le même rapport anharmonique sur toutes les transversales, ce qui est d'ailleurs facile à démontrer *à priori* par la transformation. En effet, prenons une des droites D pour axe des $y$ ; les trois autres A, B, C se transformeront en trois parallèles A′, B′, C′. $a$, $b$, $c$, $d$ étant les intersections des quatre droites par une transversale, et $a'$, $b'$, $c'$ les intersections des parallèles par la transformée de la transversale, comme le point $d$ se transforme en un point qui passe à l'infini, on aura

$$\frac{ca}{cb} : \frac{da}{db} = \frac{c'a'}{c'b'};$$

et le second membre étant constant, quelle que soit la transversale, il en est de même du premier.

*N. B.* On pourrait appeler plus simplement rapport anharmonique d'un faisceau de quatre droites celui des quatre points d'intersection par une transversale; mais la considération des sinus est utile dans beaucoup de cas.

*Le rapport anharmonique d'un faisceau de quatre droites n'est pas altéré par la transformation.*

Car les transformées forment un faisceau de quatre droites qui coupent la parallèle AB aux mêmes points.

Soient trois droites A, B, M se coupant en O; les transformées A′, B′, M′ se couperont en O′, et la droite OO′ passant par le point de concours E sera à elle-même sa transformée. On aura donc en O et O′ deux faisceaux dont les rapports anharmoniques seront égaux. Par conséquent,

$$\frac{\sin(A,M)}{\sin(B,M)} : \frac{\sin(A,OE)}{\sin(B,OE)} = \frac{\sin(A',M')}{\sin(B',M')} : \frac{\sin(A',O'E)}{\sin(B',O'E)},$$

ou

$$\frac{\sin(A,M)}{\sin(B,M)} = \lambda . \frac{\sin(A',M')}{\sin(B',M')}. \qquad (3)$$

La constante $\lambda$ est indépendante de la direction de la troisième droite M, dont on prend les angles avec les deux autres A, B.

Les distances d'un point quelconque de M à A et B sont proportionnelles à sin (A, M) et sin (B, M). Appelons $p$, $q$ ces distances, et $p'$, $q'$ les distances du point correspondant de la droite M' à A' et B'; la formule (3) deviendra

$$\frac{p}{q} = \lambda \frac{p'}{q'}. \tag{4}$$

Voici quelques applications de ces formules.

Trois points également distants sur une droite sont en proportion anharmonique avec le point de la droite situé à l'infini. Donc :

*Trois points également distants sur une droite indiquent quatre points en proportion harmonique sur la transformée de la droite.* Le quatrième point est l'intersection de la transformée avec la droite prise pour axe des $y$, comme il serait d'ailleurs facile de le démontrer directement.

Par conséquent, sachant que les trois médianes d'un triangle se coupent en un même point, la transformation apprend que ce théorème n'est qu'un cas particulier du suivant :

*Si dans le plan d'un triangle on a une transversale quelconque, et que l'on prenne sur chaque côté le conjugué harmonique des points de rencontre de la transversale, par rapport aux deux sommets du triangle; en joignant chacun des points ainsi obtenus au sommet opposé, il en résultera trois droites qui se couperont en un même point.*

*Un triangle* ABC *peut se transformer en un autre* A'B'C', *de manière qu'un point quelconque* P *de son plan devienne le centre de gravité* P', *ou le point où se coupent les médianes, du nouveau triangle.*

Joignons AP, qui coupe le côté opposé BC, en $a$, et soit $a'$ le conjugué harmonique de $a$ sur BC; joignons BP qui coupe le côté AC en $b$, et soit $b'$ le conjugué harmonique de $b$ sur AC; en prenant la droite $a'b'$ pour axe des $y$, les lignes PA, PB deviendront deux médianes du nouveau triangle A'B'C'; par conséquent CP deviendra la troisième médiane, et le point P se transformera en P', centre de gravité du nouveau triangle.

*N. B.* Le point $c$, où CP coupe le côté AB, aura pour conjugué harmonique, sur AB, un point $c'$ en ligne droite avec $a'$, $b'$; le triangle $abc$

inscrit au triangle ABC lui sera homologique, et toutes les lignes de la figure présenteront quatre points en proportion harmonique.

Trois points d'une droite sont en rapport anharmonique avec le point de la droite situé à l'infini, et ce rapport anharmonique est égal au rapport simple des distances de l'un des trois points aux deux autres.

Donc : *Un rapport simple entre les distances de trois points d'une droite indique un rapport anharmonique égal de quatre points sur la transformée de la droite.* Le quatrième point est l'intersection de la transformée avec la droite prise pour axe des $y$.

Ce principe permet de généraliser la théorie des lignes proportionnelles.

En effet, soient $ab$ et $a'b'$ deux droites divisées en parties proportionnelles, et $m$, $m'$ deux points correspondants des deux divisions, ou tels que

$$\frac{am}{bm} = \frac{a'm'}{b'm'}.$$

En transformant la figure, $a$, $b$, $m$ deviendront A, B, M, et $a'$, $b'$, $m'$ deviendront A′, B′, M′. C et C′ étant les points où les nouvelles droites AB et A′B′ coupent celle que l'on prend pour axe des $y$, on aura

$$\frac{am}{bm} = \frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{BM}} : \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{BC}} \qquad \frac{a'm'}{b'm'} = \frac{\mathrm{A'M'}}{\mathrm{B'M'}} : \frac{\mathrm{A'C'}}{\mathrm{B'C'}}.$$

Or, $\frac{am}{bm} = \frac{a'm'}{b'm'}$; donc, $\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{BM}} : \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{BC}} = \frac{\mathrm{A'M'}}{\mathrm{B'M'}} : \frac{\mathrm{A'C'}}{\mathrm{B'C'}}$.

Ainsi : *Deux droites divisées proportionnellement se transforment en deux autres droites divisées de manière que le rapport anharmonique de quatre points quelconques de l'une soit égal à celui des quatre points correspondants de l'autre.*

M. Chasles a appelé *divisions homographiques* celles qui satisfont à cette condition, et on voit que pour les déterminer il faut se donner trois points A, B, C de l'une de ces divisions, et les trois points A′, B′, C′, qui leur correspondent dans l'autre.

Par conséquent : *Deux droites divisées proportionnellement se transforment en deux autres droites divisées homographiquement.*

Réciproquement : *Deux droites divisées homographiquement se transforment en deux droites divisées proportionnellement, en prenant pour*

*axe des* y *la ligne qui passe par deux points correspondants des deux divisions homographiques.*

Car, soit $\frac{AM}{BM} : \frac{AC}{BC} = \frac{A'M'}{B'M'} : \frac{A'C'}{B'C'}$, et prenons pour axe des $y$ la droite passant par les points C et C'. Ces points se transformeront en deux autres, à l'infini, et on aura $\frac{am}{bm} = \frac{a'm'}{b'm'}$, *c.q.f.d.*

On voit par là que la *similitude* n'est qu'un cas particulier de l'*homographie*, que la géométrie ordinaire ne soupçonnait pas.

Soient A, B, C... $n$ points ayant pour coordonnées $a$, $a'$; $b$, $b'$; $c$, $c'$;... on appelle *centre des moyennes distances* un point ayant pour coordonnées $x$, $y$, tels que $nx = a + b + c + \ldots\ldots$ ou $nx = \Sigma a$, et que $ny = a' + b' + c' + \ldots\ldots$ ou $ny = \Sigma a'$.

*Le centre de moyenne distance de deux points* A, B *est le milieu de la droite qui les joint;* car $2x = a + b$, et $2y = a' + b'$. Ce milieu se transforme en un point conjugué harmonique sur A'B' du point où cette droite coupe l'axe des $y$, tel que $\frac{2}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ et $\frac{2}{y} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{b'}$.

Le centre des moyennes distances de $n$ points A, B, C... se transforme en un point tel que $\frac{n}{x} = \Sigma \frac{1}{a}$ et $\frac{n}{y} = \Sigma \frac{1}{b}$ appelé par Poncelet *centre des moyennes harmoniques.* Le centre des moyennes distances est indépendant de la droite que l'on prend pour axe des $y$; mais le centre des moyennes harmoniques varie avec la position de cette droite, que Poncelet appelle *axe des moyennes harmoniques.*

Donc : *Le centre des moyennes distances de plusieurs points situés sur la même droite se transforme en centre des moyennes harmoniques des points correspondants de la nouvelle droite.*

Par exemple, de ce théorème de Newton :

*Si, sur chacune des sécantes parallèles d'une courbe d'un degré quelconque, on prend le centre des moyennes distances des intersections de la sécante avec la courbe, le lieu de ces centres sera une ligne droite.*

On est en droit de conclure cet autre théorème de Cotes :

*Si, sur chacune des sécantes issues d'un même point à une courbe de degré quelconque, on prend le centre des moyennes harmoniques des*

*intersections de la sécante avec la courbe, le lieu de ces centres sera une ligne droite.*

Pour une conique, le théorème de Cotes résulte de ce que *les milieux de toutes les cordes parallèles d'un cercle sont en ligne droite.*

Donc : *Une conique se reproduit en prenant pour point de concours un point quelconque, et pour parallèle le lieu du conjugué harmonique de ce point sur toutes les cordes de la conique qui passent par ce point.*

On verra que ce lieu est la *polaire* du point. Si le point est extérieur à la conique, la polaire devient la corde de contact de ce point. Si le point est à l'infini, la polaire passe par les milieux d'un système de cordes parallèles de la conique ; et comme la conique peut se transformer en un cercle :

*Un cercle ou une conique se reproduisent en prenant pour point de concours un point quelconque extérieur, et pour parallèle la corde de contact de ce point.*

On conçoit la facilité qui en résultera pour les démonstrations.

**20.** Nous terminerons par l'étude des propriétés métriques de deux figures homologiques quelconques.

*Si l'on prend sur deux droites correspondantes* RS *et* R'S' *de deux figures homologiques* (*fig.* 7) *les points* I *et* J', *dont les homologues sont à l'infini, le produit des distances de deux points homologues quelconques* M, M' *de ces deux droites aux points* I *et* J' *respectivement, sera constant.* (*G. S.*, 510.)

Car par les triangles semblables EMI, EM'J'

$$\frac{MI}{EI} = \frac{EJ'}{M'J'}\text{ ; d'où } MI \times M'J' = EI \times EJ' = \text{const.}$$

*Le produit des distances de deux points homologues* M, M' *aux deux droites* Oy *et* JJ' *de chaque figure qui correspondent à l'infini de l'autre, est constant.* (*G. S.*, 514.)

Ces distances sont égales à OP et à $P'J' = P'A + AJ' = CM' + OE$.

$CM' = \frac{OE \times PA}{OP}$ ; donc $OP \times P'J' = OE \times PA + OE \times OP$, ou $OP \times P'J' = OE \times OA = \text{const.}$

De là résulte cette nouvelle définition des figures homologiques :

*Étant données deux droites parallèles* Oy *et* JJ′ *dans le plan d'une figure, si d'un point fixe* E *on mène un rayon à chaque point de la figure et qu'on prenne sur ce rayon un point* m′ *tel que le produit des distances des deux points* m, m′ *aux deux parallèles soit constant, le point* m′ *décrira une figure homologique.* (*G. S.* 530.)

*Le rapport des distances de deux points fixes* a, b *d'une figure à une droite* L, *est au rapport des distances des deux points fixes correspondants* a′, b′, *à la droite correspondante* L′, *dans une raison constante.*

Car L et L′ coupent les droites *ab*, *a′b′* en deux points correspondants *m*, *m′*, et on a par la formule (2)

$$\frac{am}{bm} = \lambda \frac{a'm'}{b'm'}\,.$$

*am* et *bm* sont proportionnelles aux distances de la droite L aux points *a* et *b*, et *a′m′*, *b′m′* sont proportionnelles aux distances de la droite L′ aux points *a′*, *b′*, d'où résulte la proposition énoncée.

*Le rapport des distances d'un point quelconque* m *de l'une des figures à deux droites fixes* A, B, *est au rapport des distances du point correspondant* m′ *aux deux droites correspondantes* A′, B′ *dans une raison constante.* (*G. S.* 512.)

Car A,B et A′,B′ se coupant en deux points correspondants *d*, *d′*, joignons *dm*, *d′m′*, et désignons ces droites par M, M′; on aura par la formule (3)

$$\frac{\sin(A, M)}{\sin(B, M)} = \lambda \cdot \frac{\sin(A', M')}{\sin(B', M')}\,.$$

Ou bien *p*, *q* étant les distances des droites A, B au point *m*, et *p′*, *q′* celles des droites A′, B′ au point *m′*, on a par la formule (4)

$$\frac{p}{q} = \lambda \frac{p'}{q'}\,.$$

*Le rapport des distances de deux points correspondants* m, m′ *à deux droites correspondantes* A, A′, *est au rapport des distances de ces points au point de concours* E *(centre homologique) dans une raison constante.*

Car une droite quelconque passant par le point de concours E coupe A, A′ en deux points correspondants *d*, *d′*, et cette droite étant à elle-même

sa transformée, les distances des points $m, m'$ à cette droite sont proportionnelles à E$m$, E$m'$; on a donc, par le théorème précédent, en appelant $p$, $p'$ les distances des points $m$, $m'$ à A, A'

$$\frac{p}{p'} = \lambda \frac{\mathrm{E}m}{\mathrm{E}m'}.$$

N. B. *Lorsque l'un ou deux des points fixes, ou l'une ou deux droites fixes passent à l'infini, cela revient à supposer égaux à l'unité les segments qui deviennent infinis ou les distances qui deviennent infinies.*

Soit $\frac{am}{bm} = \lambda \frac{a'm'}{b'm'}$; la constante $\lambda$ se détermine en se donnant une position particulière $c$ du point $m$, et $c'$ étant la position correspondante de $m'$, on a $\lambda = \frac{ac}{bc} \times \frac{b'c'}{a'c'}$. Si le point $b'$ passe à l'infini, le segment $b'm'$ devient infini, mais disparaît à cause du segment $b'c'$ de la constante, qui devient aussi infini, et l'on a

$$\frac{am}{bm} = \lambda a'm',$$

ce qui revient à faire $b'm' = 1$ dans la formule.

On a maintenant

$$\lambda = \frac{ac}{bc \times a'c'}.$$

Si le point $a$ passe à l'infini, $am$ devient infini, mais disparaît à cause du facteur $ac$ de la constante, qui devient aussi infini, et

$$\frac{1}{bm} = \lambda a'm',$$

ce qui revient à faire $am = 1$ dans la formule.

N. B. $b$ et $a'$ sont les points I et J' de chacune des deux droites qui correspondent à l'infini de l'autre, et $bm \times a'm$ est constant, comme nous l'avions déjà démontré.

On discuterait de même la formule

$$\frac{\sin(\mathrm{A},\mathrm{M})}{\sin(\mathrm{B},\mathrm{M})} = \lambda \frac{\sin(\mathrm{A}',\mathrm{M}')}{\sin(\mathrm{B}',\mathrm{M}')},$$

ou

$$\frac{p}{q} = \lambda \frac{p'}{q'}.$$

Par exemple, si la droite B passe à l'infini, on a $p = \lambda \frac{p'}{q'}$. D'où résulte ce théorème, d'ailleurs facile à démontrer directement :

*La distance de chaque point d'une figure à une droite fixe* A *est au rapport des distances du point correspondant de l'autre figure aux droites* A', B' *qui correspondent à* A *et à l'infini de la première figure, dans une raison constante.* (*G. S.* 513.)

On discuterait de même la formule $\frac{p}{p'} = \lambda \frac{Em}{Em'}$ ; car si une des droites A coïncide avec la parallèle (axe d'homologie), A' se correspond à elle-même, et F étant le point où E$m$ coupe la parallèle, on retrouve le rapport anharmonique $\frac{Em}{Em'} = \lambda \frac{Fm}{Fm'}$.

Si l'on suppose l'axe d'homologie à l'infini, $\frac{Fm}{Fm'} = 1$, et $\frac{Em}{Em'} = \lambda$. Alors les deux figures sont semblables et ont le point E pour centre de similitude.

Si E est à l'infini, $\frac{Em}{Em'} = 1$, et $\frac{p}{p'}$ étant constant, chacune des figures se déduira de l'autre par l'accroissement des coordonnées, par rapport à l'axe d'homologie.

Si la droite A passe à l'infini, A' deviendra la droite JJ', et $Em = \lambda \frac{Em'}{p}$. De même, si A' passe à l'infini, A devient la droite O$y$, et $Em' = \lambda \frac{Em}{p}$ ; d'où l'on voit que si l'un des points décrit un cercle, l'autre décrira une conique, comme nous l'avions déjà démontré.

### EXPOSÉ ANALYTIQUE DE LA MÉTHODE.

Tout mode de transformation des figures planes revient à se donner deux relations quelconques entre les coordonnées d'un point $x$, $y$ d'une figure et les coordonnées d'un point correspondant $x'$, $y'$ de la nouvelle figure. $F(x, y) = 0$ étant la courbe que décrit le point $x$, $y$, on aura celle que décrit le point $x'$, $y'$ en éliminant $x$, $y$ au moyen des deux relations. On peut d'ailleurs supposer les deux figures rapportées aux mêmes axes ou à des axes différents.

Le cas le plus simple est celui où l'on se donne des relations algébriques et du premier degré en $x$, $y$, $x'$, $y'$.

En prenant les relations

$$x = \frac{ay' + bx' + c}{a''y' + b''x' + c''} \qquad y = \frac{a'y' + b'x' + c'}{a''y' + b''x' + c''}$$

Waring généralisa la transformation du lemme XXII des principes de Newton, et en rapportant les deux figures de ce lemme aux mêmes axes, on trouve les relations plus simples de la page 517, qui prouvent que les deux figures sont homologiques.

En effet, la droite $Y - y = \frac{y - y'}{x - x'}(X - x)$ qui joint deux points correspondants, donne sur l'axe des Y un segment constant $X = - d$.

Une droite quelconque $Y = mX + g$ se transforme en une autre dont le coefficient angulaire est $\frac{g}{d}$; et comme pour $X = k$, on a $Y' = Y$, la droite et sa transformée se coupent sur la parallèle $X = k$ à l'axe des $y$. Par conséquent : le centre d'homologie est le point E sur l'axe des X tel que $OE = - d$, et l'axe d'homologie est une parallèle à l'axe des Y à la distance $OA = k$.

M, M' étant deux points correspondants, la droite MM' passe par le point E, et $\frac{EM'}{EM} = \frac{x' + d}{x + d} = \frac{k}{x}$. F étant le point où MM' coupe l'axe d'homologie, $\frac{FM'}{FM} = \frac{x' - k}{k - x} = \frac{d}{x}$; d'où $\frac{EM'}{EM} : \frac{FM'}{FM} = \frac{k}{d}$, ce qui prouve la constance du rapport anharmonique des quatre points E, F, M, M'.

Pour toute autre distance $k'$ de la parallèle à l'axe des $y$, M se transformerait en M'', tel que $\frac{EM''}{EM} = \frac{k'}{x}$; donc $\frac{EM'}{EM''} = \frac{k}{k'}$ ; d'où résulte la similitude des transformées.

Par conséquent, il suffit d'opérer la transformation pour le cas le plus simple où $d = k$. Alors les points M, M' étant conjugués harmoniques sur EF, se reproduisent réciproquement.

Voilà pourquoi nous avions appelé transformation *Newtonienne* celle qui résulte de ces formules.

Une droite $y = mx + g$ se transforme en une nouvelle droite

$$y = \frac{g}{k}x + mk.$$

$g$ restant constant, toutes les transformées sont parallèles. $m$ restant constant, toutes les transformées se coupent au même point sur l'axe des $y$. La droite $y = m(x + k)$ qui passe par le point de concours se reproduit.

*Transformation des distances.* — Soit D la distance de deux points $a, b$; $a', b'$ de la droite $y = mx + g$. On aura $D^2 = (1 + m^2)(a - a')^2$. $a$ et $a'$ deviennent $\frac{k^2}{a}$ et $\frac{k^2}{a'}$, et $m$ devient $\frac{g}{k}$. D' étant la distance transformée

$$D'^2 = \frac{k^2(k^2 + g^2)}{1 + m^2}\,\frac{(a - a')^2}{a^2a'^2};$$

et comme $(a - a')^2 = \frac{D^2}{1 + m^2}$ on a $D' = \lambda\,\frac{D}{aa'}$.

*Transformation des angles.* — Soient deux droites $y = mx + g$, $y = m'x + g'$. Les transformées auront pour coefficients angulaires $\frac{g}{k}$. $\frac{g'}{k}$ et $\alpha$ étant l'angle de ces transformées

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{g - g'}{k^2 + gg'}$$

d'où l'on voit qu'on peut déterminer $k$ de manière que les transformées se coupent sous un angle donné. L'angle sera droit si $gg' = -k^2$.

*Transformation du cercle.* — Le cercle $y^2 + x^2 + Ay + Bx + C = 0$ se transforme en une conique $k^2y^2 + Akxy + Cx^2 + Bk^2x + k^4 = 0$ caractérisée par $A^2 - 4C$. Les intersections du cercle avec l'axe des $y$ sont les racines de l'équation $y^2 + Ay + C = 0$. Ainsi, la transformée sera une ellipse, une hyperbole ou une parabole, suivant que l'axe des $y$ sera extérieur au cercle, sécant ou tangent. Le cercle se reproduit si $A = 0$, et si $k^2 = C$, ce qui exige que l'axe des $y$ soit extérieur. C est le carré de la longueur de la tangente au cercle par l'origine; par conséquent $k$ est égal à cette tangente.

La corde de contact du point de concours E, pour lequel $y = 0$, $x = -k$ étant $x' = k$, *le cercle se reproduit en prenant pour point*

*de concours un point quelconque extérieur, et pour parallèle la corde de contact de ce point.*

*Transformation des coniques.* — Une conique

$$Ay^2 + Bxy + Cx^2 + Dy + Ex + F = 0$$

se transforme en une autre conique

$$Ak^2y^2 + Dkxy + Fx^2 + Bk^3y + Ek^2x + Ck^4 = 0$$

caractérisée par $D^2 - 4AF$. La première conique coupe l'axe des $y$ en deux points donnés par les racines de

$$Ay^2 + Dy + F = 0$$

qui sont imaginaires, réelles et inégales, ou réelles et égales, suivant qu'on a

$$D^2 - 4AF < 0, \quad D^2 - 4AF > 0, \quad D^2 - 4AF = 0.$$

Ainsi : *Une conique quelconque peut produire une ellipse, une hyperbole ou une parabole.*

La conique se reproduit si l'on a $Bk = D$, $F = Ck^2$.

*Une conique quelconque peut se transformer en un cercle.*

Pour que la transformée soit un cercle, il faut d'abord que le terme en $xy$ disparaisse, ou que $D = 0$, ce qui exige que le diamètre de la conique

$$2Ay + Bx + D = 0$$

conjugué de l'axe des $y$, passe par l'origine. Il faut de plus que les coefficients des carrés des variables soient égaux, ou que $Ak^2 = F$, ce qui exige que F et A soient de même signe. Les intersections de la conique proposée avec l'axe des $y$ sont données par $Ay^2 + F = 0$, qui a ses racines imaginaires ; donc l'axe des $y$ doit être extérieur à la conique. On voit que cet axe est une corde idéale dont la moitié est égale à $k$.

Donc : *Une conique quelconque se transforme en un cercle, si l'on prend pour axe des* y *une corde idéale, pour origine le milieu de la corde, et pour distance de la parallèle la moitié de cette corde.*

On peut éviter la considération de la corde idéale. La polaire d'un point quelconque $0,b$ de l'axe des $y$ est

$$2Aby + (Bb + E)x + 2F = 0,$$

et on a pour le segment $b'$ que la polaire intercepte sur cet axe, $b' = -\frac{F}{Ab}$;
d'où $bb' = -\frac{F}{A}$, et $k$ est moyenne proportionnelle entre les deux segments $b$, $b'$, situés de divers côtés de l'origine, lorsque la corde est idéale.

## § IV. Théorie des transversales.

**21.** Lemme. — *Si on prend sur chacun des côtés d'un polygone un point qui détermine deux segments, additifs ou soustractifs, le produit de tous les segments non contigus divisé par le produit de tous les autres donnera le même rapport, de quelque manière que l'on transforme la figure.*

Soit ABCDE... le polygone, $a$, $b$, $c$, $d$, $e$... les abscisses des sommets, et M, N, P, Q... les points pris sur les côtés. Désignons par les mêmes lettres accentuées les points correspondants du nouveau polygone; on aura par la formule (2) $\frac{A'M'}{B'M'} = \frac{AM}{BM} \times \frac{b}{a}$; $\frac{B'N'}{C'N'} = \frac{BN}{CN} \times \frac{c}{b}$ etc. Multipliant et réduisant, les abscisses disparaîtront, et il en résultera la proposition énoncée.

**22.** *Théorème de* Carnot. — *Lorsqu'une transversale rectiligne coupe les côtés d'un polygone, le produit de tous les segments non contigus est égal au produit de tous les autres.*

En prenant la transversale pour axe des $y$, les segments transformés A'M', B'M'... deviennent tous indéfinis; $\frac{A'M'}{B'M'} = 1$, $\frac{B'N'}{C'N'} = 1$...; donc

$$\frac{AM}{BM} \times \frac{BN}{CN} \times \frac{CP}{DP} \times \ldots = 1,$$

que nous représenterons par la notation $\left(\frac{AM}{BM}\right) = 1$, et il en résulte la proposition énoncée.

Si une nouvelle transversale coupe les côtés du même polygone en $m$, $n$, $p$, ... on aura aussi $\left(\frac{Am}{Bm}\right) = 1$; donc $\left(\frac{AM.Am}{BM.Bm}\right) = 1$.

Il en serait de même, quel que fût le nombre des transversales; par conséquent le théorème s'étend à un polygone dont les côtés sont coupés par

ceux d'un autre polygone, et il subsiste en remplaçant le premier polygone par une courbe de degré quelconque. (Carnot; *Géom. de position.*)

On le démontre facilement pour le cercle, en partant des propriétés connues des cordes ou des sécantes qui se coupent au même point. Donc il est vrai pour une conique quelconque.

*Lorsqu'un polygone est circonscrit à une conique, le point de contact détermine deux segments sur chaque côté, et le produit de tous les segments non contigus est égal à celui de tous les autres.*

Il suffit de le démontrer pour le cas du cercle, et le théorème est alors évident à cause de l'égalité des tangentes au cercle par le même point.

Le théorème de Carnot s'étend à un polygone *gauche*, ou dont les côtés ne sont pas dans un même plan, qui serait coupé par un plan transversal. Car, en projetant le polygone gauche sur un plan quelconque par des parallèles au plan transversal, on obtient un polygone plan coupé par une transversale rectiligne, et les segments déterminés par la transversale sur chaque côté sont proportionnels à ceux que le plan transversal détermine sur les côtés du polygone gauche.

*Cas du triangle.* — Prenant pour origine le point où la transversale coupe l'un des côtés, la relation segmentaire, d'ailleurs facile à démontrer directement, devient une conséquence de ce théorème : *La parallèle à un des côtés d'un triangle coupe les deux autres en parties proportionnelles.*

La réciproque est vraie et se démontre facilement. Elle sert à prouver que trois points d'une figure sont en ligne droite.

*Trois droites menées d'un point* D *aux trois sommets d'un triangle* ABC *coupent les côtés opposés en trois points* a, b, c, *tel que le produit de trois segments non contigus est égal au produit des trois autres.*

Évident par la transformation du triangle en un autre, A'B'C', tel que D' soit le point où se coupent les médianes du nouveau triangle. D'ailleurs facile à démontrer directement, ainsi que la réciproque, qui sert à prouver que trois droites d'une figure se coupent au même point.

Par exemple : *Dans un triangle circonscrit à une conique, les droites qui joignent les sommets aux points de contact des côtés opposés le coupent au même point.*

Car on vient de voir que la relation segmentaire a lieu.

Soit un triangle ABC (*fig.* 20) et $a$, $a'$ ; $b$, $b'$ ; $c$, $c'$ les points où les côtés sont coupés par une conique. On aura la relation segmentaire

$$\frac{Ab.Ab'}{Ac.Ac'} \times \frac{Bc.Bc'}{Ba.Ba'} \times \frac{Ca.Ca'}{Cb.Cb'} = 1$$

qui servira à trouver un des segments, $Ac'$ par exemple, si l'on connaît tous les autres. Car $\frac{Ab.Ab'}{Ac.Ac'} = \frac{m}{Ac'}$, $m$ étant une quatrième proportionnelle aux trois lignes connues $Ac$, $Ab$, $Ab'$. De même $\frac{Bc.Bc'}{Ba.Ba'} = \frac{Bc'}{n}$, et $\frac{Ca.Ca'}{Cb.Cb'} = \frac{p}{Cb'}$. Donc $\frac{m}{Ac'} \times \frac{Bc'}{n} \times \frac{p}{Cb'} = 1$, d'où $Ac' = \frac{m.p.Bc'}{n.Cb'}$. Posant $\frac{m.p}{Cb'} = r$, $Ac' = \frac{r.Bc'}{n}$. Or $Bc' = Ac' - AB$, et $Ac' = \frac{r.AB}{r-n}$ quatrième proportionnelle à trois droites connues.

23. *Cinq points déterminent une conique.*—Soient $a$, $b$, $b'$, $c$, $c'$ les cinq points. Les droites $bb'$, $cc'$ et une transversale quelconque passant par $a$ formeront un triangle ABC, et on trouvera, comme nous venons de l'indiquer, le segment $Ca'$ qui déterminera un sixième point de la conique qui passerait par les cinq points donnés.

Nous allons voir qu'on peut trouver un nouveau point de la conique par de simples intersections de droites, ou en ne faisant usage que de la *règle.*

*Hexagone inscrit à deux droites ou à une conique.* — Soit $ab'ca'bc'a$ un hexagone quelconque inscrit à deux droites ou à une conique (*fig.* 21). Les côtés de rang pair $b'c$, $a'b$, $ac'$ forment un triangle RST qui coupé par les deux droites ou par une conique donne

$$\frac{Ra'.Rb}{Ta'.Tb} \times \frac{Sa.Sc'}{Ra.Rc'} \times \frac{Tc.Tb'}{Sc.Sb'} = 1 .$$

Les côtés de rang impair sont des transversales de ce triangle, et M, N, P étant les points où ils coupent les côtés des rangs pairs, on a aussi

$$\frac{Ra'.Rb.RM}{Ta'.Tb.TM} \times \frac{Sa.Sc'.SN}{Ra.Rc'.RN} \times \frac{Tc.Tb' \times TP}{Sc.Sb'.SP} = 1$$

qui par suite de l'égalité précédente se réduit à

$$RM.SN.TP = TM.RN.SP$$

et cette relation segmentaire prouve que les trois points M, N, P sont en ligne droite. (*Prop. proj.*, tom. II.)

Ainsi : *Dans tout hexagone inscrit à une conique ou à deux droites, les côtés opposés se coupent en trois points situés sur la même droite.*

Cela posé, soient A, B, C, D, E cinq points donnés (*fig.* 22). En joignant ces points deux à deux, on pourra considérer, par exemple, AB, BC, CD, DE comme les quatre premiers côtés d'un hexagone inscrit à une conique. Les côtés opposés AB, DE se coupant en I, menons par ce point une transversale quelconque qui rencontre BC en K et CD en L ; K et L seront les intersections des deux autres couples de côtés opposés de l'hexagone, et EK AL se couperont en un nouveau point F de la conique.

**24.** *Théorème de* NEWTON. — Revenons au triangle dont les côtés sont coupés par une conique. Si l'un des sommets B du triangle passe à l'infini, ou si les deux côtés de l'angle B sont parallèles, la relation segmentaire se réduit à $\frac{Ab.Ab'}{Ac.Ac'} = \frac{Cb.Cb'}{Ca.Ca'}$ (*fig.* 23).

Par un point quelconque D de la droite $aa'$ menons une parallèle à AC qui coupe la courbe en $e$, $e'$ ; on aura de même $\frac{Cb.Cb'}{Ca.Ca'} = \frac{De.De'}{Da.Da'}$, et par suite

$$\frac{Ab.Ab'}{Ac.Ac'} = \frac{De.De'}{Da.Da'}$$

d'où résulte ce théorème de Newton :

*Si par un point* D *on mène des parallèles à deux droites fixes* $Ab'$, $Ac'$ *qui se coupent dans le plan d'une conique, le rapport des produits des segments interceptés par la courbe sur ces parallèles, à partir du point* D, *sera constant, quelle que soit la position de ce point.*

**25.** *Cercle osculateur des coniques.* — Supposons trois points, $b, c, b'$ d'une conique infiniment voisins (*fig.* 20), et trois autres points quelconques $a$, $a'$, $c'$ de la courbe. Le triangle ABC, dont les côtés sont les cordes $aa'$, $bb'$ et $cc'$, donne

$$\frac{Ab.Ab'}{Ac.Ac'} \times \frac{Bc.Bc'}{Ba.Ba'} \times \frac{Ca.Ca'}{Cb.Cb'} = 1.$$

Concevons un cercle passant par les trois points voisins $b,c,b'$ et coupant le côté AB du triangle en $\rho$, on aura $A\rho . Ac = Ab . Ab'$, et par suite

$$A\rho = Ac' \times \frac{Ba.Ba'}{Bc.Bc'} \times \frac{Cb.Cb'}{Ca.Ca'},$$

ce qui détermine $A\rho$, quelle que soit la position des trois points $b,c,b'$. Lorsque ces trois points se confondent, le sommet A du triangle coïncide avec $c$, la corde $bb'$ devient la tangente en A, et

$$A\rho = Ac' \times \frac{Ba.Ba'}{BA.Bc'} \times \frac{CA^2}{Ca.Ca'}.$$

Le point $\rho$ ainsi déterminé appartient à un cercle tangent à la conique en A, et que l'on appelle cercle *osculateur* en ce point.

Cette élégante application de la théorie des transversales est due à M. Chasles.

### § V. Faisceau harmonique.

26. Lemme. — *Trois droites issues du même point se transforment en trois parallèles équidistantes.*

Soient trois droites issues du point O (*fig.* 24) coupées en A, B, C par une transversale, et D le conjugué harmonique de B sur AC; joignons OD, et prenons cette droite pour axe des $y$; OA, OB, OC se transformeront en trois parallèles coupées par la transformée de la transversale en A', B' C', de manière que A'B' = B'C'; donc les trois parallèles seront équidistantes.

A toute autre transversale coupant les trois droites en M, N, P et l'axe des $y$ en Q, correspondra une autre transversale coupant les parallèles équidistantes en M', N', P', et N' étant le milieu de M' P', le point N sera conjugué harmonique de Q sur MP ; par conséquent :

*Trois droites issues d'un même point forment avec une quatrième droite issue du même point un faisceau qui coupe harmoniquement une transversale quelconque.*

A cause de cette propriété, on a donné le nom de faisceau *harmonique* à l'ensemble des quatre droites, qui sont dites les *rayons* du faisceau; le point où elles se coupent est appelé l'*origine*, ou le *centre* du faisceau.

*N. B.* Les rayons d'un faisceau harmonique peuvent être parallèles, ce qui revient à supposer le centre à l'infini.

**27.** *Quatre droites issues d'un même point forment un faisceau harmonique, s'il existe une transversale qui les coupe harmoniquement.*

Car en prenant une des droites pour axe des $y$, les trois autres se transformeraient en trois parallèles équidistantes; donc les quatre droites coupent harmoniquement toute autre transversale.

**28.** *Une parallèle à un des rayons d'un faisceau harmonique est divisée en parties égales par les trois autres.*

La parallèle est coupée harmoniquement par les quatre rayons, et l'un des points étant l'infini, les trois autres sont équidistants.

**29.** Réciproquement : *Quatre droites issues d'un même point forment un faisceau harmonique si une parallèle à l'une d'elles est divisée en parties égales par les trois autres.*

Car les trois points d'intersection sur la parallèle sont en proportion harmonique avec le point à l'infini.

**30.** *Deux droites forment un faisceau harmonique avec les bissectrices de leurs angles.*

Une parallèle à l'une des bissectrices forme avec l'autre bissectrice et les deux droites deux triangles rectangles égaux, ce qui prouve que la parallèle est divisée en deux parties égales.

**31.** Réciproquement : *Si deux rayons d'un faisceau harmonique sont rectangulaires, ils divisent en parties égales les angles des deux autres rayons.*

Une parallèle à l'un des rayons rectangulaires est divisée en parties égales par les trois autres rayons, et on a deux triangles rectangles dont l'égalité prouve que les rayons rectangulaires divisent en parties égales les angles des deux autres.

**32.** *Deux côtés opposés d'un quadrilatère complet forment un faisceau harmonique avec la troisième diagonale et la droite qui joint l'intersection de ces côtés avec celle des deux autres diagonales.*

Évident par la transformation du quadrilatère complet en parallélogramme, et il résulte cette conséquence :

*Chacune des diagonales d'un quadrilatère complet est coupée harmoniquement par les deux autres.*

**33.** *Trouver le conjugué harmonique d'un point* C *sur une droite* AB, *en ne faisant usage que de la règle.*

Formons un quadrilatère complet dont deux côtés opposés se coupent en A, les deux autres en B, et dont une diagonale passe par C ; l'autre diagonale coupera AB en un point D, conjugué harmonique de C.

Cette construction peut s'effectuer sur le terrain par la méthode des *alignements* et donne une solution de ce problème :

*Trouver la distance d'un point à un point inaccessible.*

## § VI. Pôle et polaire par rapport a deux droites.

**34.** Lemme. — *Deux droites coupées par des transversales issues d'un même point se transforment en deux parallèles coupées par des transversales parallèles.*

On prendra l'axe des $y$ passant par le point et par l'intersection des deux droites.

Le milieu de la partie interceptée par les deux parallèles sur chacune des transversales parallèles est sur la parallèle équidistante ; donc :

*Lorsqu'une transversale tourne autour d'un point* P, *le conjugué harmonique* Q *de ce point, par rapport aux intersections de la transversale avec deux droites, reste sur une troisième droite qui passe par l'intersection des deux autres.*

A cause de cette propriété, le point P est dit le *pôle* de la droite que décrit le point Q, et cette droite est dite la *polaire* du point P.

Les diagonales de tous les parallélogrammes formés par les deux parallèles, avec deux quelconques des transversales parallèles, se coupent sur la parallèle équidistante. Donc :

**35.** *Une transversale tournant autour d'un point* P *détermine sur deux droites des divisions telles que les lignes qui joignent deux points quel-*

*conques de l'une des divisions aux points correspondants de l'autre, pris inversement, se coupent sur la polaire du point par rapport aux deux droites.*

Par conséquent, la construction de la polaire n'exige que l'emploi de la *règle*.

*N. B.* La droite qui joint le pôle à l'intersection des deux droites forme un faisceau harmonique avec ces deux droites et la polaire, ce qui ramène la théorie du pôle et de la polaire à celle du faisceau harmonique, et réciproquement.

**36.** *Les polaires d'un même point* P *par rapport à chacun des angles d'un triangle* ABC *coupent les côtés opposés en trois points situés sur la même droite.*

La polaire d'un point par rapport à chacun des angles du triangle est conjuguée harmonique de la droite qui joint le point au sommet par rapport aux deux côtés de l'angle. Or, nous avons vu que le triangle ABC peut se transformer en un autre A'B'C', de manière que le point P' soit l'intersection des médianes. Les polaires du point P' par rapport aux angles du nouveau triangle A'B'C' seront les parallèles par les sommets aux côtés opposés, ce qui rend la proposition énoncée évidente.

Si le point P passe à l'infini, suivant une direction quelconque, PA, PB, PC devienent parallèles à cette direction, et on a ce nouveau théorème :

*Une transversale étant donnée dans le plan d'un triangle, les droites qui vont des sommets au milieu des segments que chaque angle intercepte sur la transversale rencontrent les côtés opposés en trois points situés sur la même droite.*

Ces droites sont les polaires du point à l'infini sur la transversale.

*Les polaires d'un point par rapport à deux angles d'un triangle se coupent sur la droite qui joint ce point au sommet du troisième angle.*

Résulte de ce que les parallèles à deux côtés d'un triangle par les sommets opposés se coupent sur la médiane qui passe par le troisième sommet.

*Les bissectrices des angles extérieurs d'un triangle rencontrent les côtés opposés en trois points situés sur la même droite.*

Car ces bissectrices sont les polaires du centre du cercle inscrit par rapport à chacun des angles du triangle.

## § VII. Théorie du rapport anharmonique.

**37.** Lemme. — *Le rapport anharmonique de quatre points situés sur la même droite, ou d'un faisceau de quatre droites, n'est pas altéré par la transformation* (19).

Nous indiquerons, pour abréger, le rapport anharmonique de quatre points A, B, C, D par la notation (ABCD), les deux dernières lettres désignant les points dont on prend les distances aux deux autres. Ainsi, $(ABCD) = \frac{CA}{CB} : \frac{DA}{DB}$.

**38.** *Le rapport anharmonique de quatre points n'est pas altéré lorsque l'on permute entre eux deux des points, pourvu que l'on permute aussi les deux autres.*

Par exemple, $(ABCD) = \frac{CA}{CB} : \frac{DA}{DB} = \frac{CA.DB}{CB.DA} = \frac{AC}{AD} : \frac{BC}{BD} = (CDAB)$.

**39.** *Lorsque deux séries de trois points,* B, C, D *et* B', C', D' *se correspondent un à un sur les côtés d'un angle et forment le même rapport anharmonique avec le sommet* A, *les trois droites* BB', CC', DD' *se coupent au même point* (*fig.* 25).

Prenons pour point de concours l'intersection E de deux de ces droites BB', CC', et pour parallèle la polaire AP du point E par rapport aux côtés de l'angle. Ces deux côtés se transformeront l'un en l'autre, et $d$ étant le point où ED coupe l'autre côté de l'angle, on aura $(ABCD) = (A'B'C'd)$; mais $(ABCD) = (A'B'C'D')$, ce qui exige que $d$ coïncide avec D'. Donc la troisième droite DD' passe aussi par le point E.

Nous indiquerons le faisceau de quatre droites OA, OB, OC, OD par la notation O(ABCD); et si A, B, C, D sont les intersections de ces droites par une transversale, (ABCD) sera égal au rapport anharmonique du faisceau. Donc :

*On n'altère pas le rapport anharmonique d'un faisceau en prenant*

*toute autre origine, pourvu que les nouveaux rayons coupent une transversale aux mêmes points.*

Par exemple : O (ABCD) = O′(ABCD) = O″(ABCD).

**40.** *Le rapport anharmonique d'un faisceau n'est pas altéré lorsque l'on permute deux des rayons, pourvu que l'on permute aussi les deux autres.*

Car, puisque (ABCD) = (CDAB), on aura aussi O(ABCD) = O(CDAB).

**41.** *Lorsque deux faisceaux ont un rayon commun et même rapport anharmonique, les trois autres rayons correspondants le coupent en trois points situés sur la même droite (fig.* 26).

Prenons pour axe des $x$ la direction commune OO′ des deux rayons OC, O′C′, pour parallèle la droite $\alpha\beta$ sur laquelle se coupent deux couples de rayons correspondants OA, OA′ ; OB, OB′, et pour point de concours E, le conjugué harmonique sur OO′ du point $\gamma$ où $\alpha\beta$ coupe OO′. Les trois rayons OA, OB, OC se transformeront en O′A′, O′B′, O′C′. $\delta$ étant le point où OD coupe $\alpha\beta$, et $d'$ le point où la transformée de OD coupe la même ligne, on aura $(\alpha\beta\gamma\delta) = (\alpha\beta\gamma d')$ ; et comme les deux faisceaux ont le même rapport anharmonique, $d'$ devra coïncider avec $\delta$; par conséquent OD se transformera aussi en O′D′.

*Lorsque deux systèmes de quatre points correspondants sur une droite ont un rapport anharmonique égal, tous les autres rapports anharmoniques sont égaux, de quelque manière qu'on les prenne.*

Car les deux droites seraient en perspective, si l'on faisait coïncider deux points correspondants.

*Lorsque deux faisceaux de quatre droites correspondantes ont un rapport anharmonique égal, tous les autres rapports anharmoniques sont égaux, de quelque manière qu'on les prenne.*

Car les deux faisceaux seraient en perspective, si l'on faisait coïncider deux rayons correspondants.

Il est évident que

*Deux faisceaux qui ont les mêmes angles ont le même rapport anharmonique.*

Donc : *Deux faisceaux qui ont les rayons correspondants respectivement parallèles ou perpendiculaires, ont même rapport anharmonique.*

**42.** *Le rapport anharmonique n'est pas altéré si on remplace des rayons par leurs prolongements, ou des angles par leurs suppléments.*

Car on aura les mêmes points d'intersection avec une transversale, et d'ailleurs des angles ont le même sinus que leurs suppléments.

**43.** C'est sur cette théorie si simple du rapport anharmonique qu'est fondée la *Géométrie supérieure* de M. Chasles.

« Aucune autre proposition, dit l'éminent géomètre (*G. S.*, Préf. XXIV), ne me paraît aussi propre que celle de ce rapport à servir de liaison entre les diverses parties d'une figure dont on veut découvrir ou démontrer les propriétés. La proposition la plus généralement employée est celle de la proportionnalité entre les côtés des triangles semblables, mais ces triangles n'existent pas en général dans les données de la question, et il faut chercher à les former par des lignes auxiliaires, tandis que les rapports anharmoniques s'aperçoivent presque toujours dans la figure, ou peuvent s'y former très-aisément. »

En comparant les énoncés des propositions que nous venons de démontrer, on verra que l'on passe d'un énoncé à l'autre en remplaçant les *points* par des *droites,* et les *droites* par des *points*. C'est en cela que consiste le principe de la *dualité*, qui permet de déduire immédiatement de certains théorèmes de nouveaux théorèmes que l'on appelle *corrélatifs*. Le rapport anharmonique se prête avec la même facilité à la démonstration directe de chacune des propositions corrélatives.

*Étant pris sur deux droites deux séries de trois points* A, B, C *et* A', B', C', *qui se correspondent un à un, les diagonales* AB', BA' ; AC', CA'; BC', CB' *se couperont en trois points situés sur la même droite* (*fig.* 13).

En effet, A (A'B'C'C) = C (A'B'C'A), car les rayons correspondants des deux faisceaux se coupent sur la même droite. Les intersections de ces faisceaux par les diagonales BA' et BC' donnent (A'MRB) = (SPC'B), et à cause du point B commun, les trois droites A'S, PM, C'R se coupent au même point. Or A'S et C'R se coupent en N; donc ce point N est sur MP. *c. q. f. d.*

Le principe de la dualité indique ce théorème corrélatif :

*Si trois angles* A, B, C *sous-tendent une même corde* OO', *pris deux à*

*deux, ils en sous-tendront une deuxième, et les trois cordes ainsi obtenues se couperont en un même point* (*fig.* 27).

En effet, O′ (ABCO) coupé par les deux droites OA, OC, donne ($Am'n'O$) $=$ ($npCO$). Donc $m$ ($Am'n'O$) $= p'$ ($npCO$), et à cause des rayons $mO$, $p'O$ qui coïncident, les autres couples de rayons correspondants, $mA$, $p'n$ ; $mm'$, $p'p$ ; $mn'$, $p'C$ se coupent en trois points situés sur la même droite. Par conséquent, la corde $nn'$ passe par l'intersection I des deux autres $mm'$ et $pp'$. c. q. f. d.

## § VIII. Divisions homographiques sur deux droites.

**44.** Lemme. *Deux droites quelconques* L *et* L′ *sont deux transformées d'une troisième droite, déterminée par la condition que trois points* a, b, c *de la première, et trois points* a′, b′, c′ *de la seconde correspondent respectivement aux mêmes points de la troisième* (*fig.* 28).

Joignons $ab'$ et $ba'$ qui se coupent en $\alpha$, et $bc'$, $cb'$ qui se coupent en $\gamma$; $\alpha\gamma$ sera la troisième droite. En effet, si nous prenons $b'$ pour point de concours et la polaire de ce point par rapport à L et $\alpha\gamma$ pour parallèle, la droite $\alpha\gamma$ se transformera en L, de manière que $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ deviennent $a$, $b$, $c$. Si nous prenons $b$ pour point de concours et la polaire de ce point par rapport à L, et $\alpha\gamma$ pour parallèle, la droite $\alpha\gamma$ se transformera en L′, de manière que $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ deviennent $a'$, $b'$, $c'$.

**45.** *Trois couples de points* a, a′; b, b′; c, c′ *sur deux droites* L, L′, *déterminent deux divisions homographiques sur ces deux droites, et le tracé de ces divisions n'exige que l'emploi de la règle.*

On construira, comme nous venons de l'indiquer, la troisième droite $\alpha\gamma$, et $m$ étant un point quelconque de L, joignant $b'm$ qui coupe $\alpha\gamma$ en $\mu$, $b\mu$ donnera sur L′ le point correspondant $m'$. $\frac{am}{bm} = \omega \frac{\alpha\mu}{\beta\mu}$, $\frac{a'm'}{b'm'} = \omega' \frac{\alpha\mu}{\beta\mu}$, et désignant par $\lambda$ la constante $\frac{\omega}{\omega'}$, on aura $\frac{am}{bm} = \lambda \frac{a'm'}{b'm'}$.

*N. B.* Le point d'intersection des deux droites L, L′ ne sera pas, en général, un point commun des deux divisions. Ce point, considéré successivement comme appartenant à chacune des deux droites, correspondra à l'intersection de l'autre droite avec la troisième $\alpha\gamma$.

Puisque cette troisième droite $\alpha\gamma$ est celle qui passe par les points A', B qui correspondent à l'intersection de L, L', représentant les points A, B' réunis, on trouverait la même droite $\alpha\gamma$ si, au lieu de prendre pour points de concours $b$ et $b'$, on prenait, soit $a$ et $a'$, soit $c$ et $c'$; ce qui fait voir que la propriété de deux séries rectilignes de trois points de deux droites n'est qu'un cas particulier de ce théorème, qui résulte du lemme:

*Quand deux droites sont divisées homographiquement aux points* a, b, c... m *et* a', b', c'... m', *deux droites quelconques* am' *et* ma' *qui joignent deux points de l'une des divisions aux points correspondants de l'autre, pris inversement, se coupent sur une même droite* $\alpha\gamma$.

**46.** *Quand deux droites sont divisées homographiquement, le rapport des distances d'un point* m *de l'une des divisions à deux points fixes* a, b *est au rapport des distances du point homologue* m' *aux deux points fixes homologues* a', b' *dans une raison constante;*

$$\text{car} \quad \frac{am}{bm} = \lambda \frac{a'm'}{b'm'} .$$

Réciproquement : *Si* $\frac{am}{bm} = \lambda \frac{a'm'}{b'm'}$, *les points variables* m, m' *divisent homographiquement les deux droites* ab, a'b'.

Car $c, c'$ étant deux positions particulières de $m, m'$, $\frac{ac}{bc} = \lambda \frac{a'c'}{b'c'}$, et

$$\frac{ac}{bc} : \frac{am}{bm} = \frac{a'c'}{b'c'} : \frac{a'm'}{b'm'} .$$

*Points* I *et* J' *qui correspondent à l'infini.* — La parallèle à L par $b'$ coupe $\alpha\gamma$ en $n$, et $bn$ donne sur L' le point J' qui correspond au point à l'infini sur L. De même la parallèle à L' par $b$ coupe $\alpha\gamma$ en $p$, et $b'p$ donne sur L le point I qui correspond au point à l'infini sur L'.

*N. B.* Si les deux droites L, L' étaient parallèles, la troisième droite $\alpha\gamma$ les couperait aux points I et J'.

**47.** *Le produit des distances de deux points homologues* m, m' *aux points* I *et* J' *respectivement est constant,* car chacun des points I et J' tient lieu d'un couple de points homologues I, $\infty'$ et $\infty$, J' des deux divisions, qui seraient déterminées si on se donnait un troisième couple de points homolo-

gues $a$, $a'$. En effet, la parallèle à L' par $a$ rencontrerait $a'$I en un point $\alpha$. La parallèle à L par $a'$ rencontrerait $a$J' en $\gamma$, et $\alpha\gamma$ serait la troisième droite. $m, m'$; $a, a'$; $\infty$, J' et I,$\infty$ étant quatre couples de points correspondants des deux divisions $(am\,\mathrm{I}\,\infty) = (a'm'\infty'\mathrm{J}')$, ou $\frac{\mathrm{I}a}{\mathrm{I}m} = \frac{\mathrm{J}'m'}{\mathrm{J}'a'}$ et

$$\mathrm{I}m \times \mathrm{J}'m' = \mathrm{I}a \times \mathrm{J}'a'. \text{ c. q. f. d.}$$

Réciproquement : *Deux points variables sur deux droites, tels que le produit de leurs distances à deux points fixes reste constant, divisent les deux droites homographiquement.*

Soit $am \times b'm = \lambda$. On pourra trouver deux points $c, c'$ tels que $ac \times b'c' = \lambda$, et on aura

$$\frac{am}{ac} = \frac{b'c'}{b'm'} \text{ ou } \frac{am}{ac} : \frac{\infty m}{\infty c} = \frac{\infty' m'}{\infty' c'} : \frac{b'm'}{b'c'};$$

donc $m, m'$ divisent homographiquement $ac$, et $b'c'$, $a$ correspond à $\infty'$, et $b'$ à $\infty$.

**48**. *Les divisions homographiques deviennent des divisions proportionnelles lorsque* $\lambda = 1$.

Les points I et J' sont alors à l'infini, car la constante $\lambda$ de la relation $\frac{am}{bm} = \lambda \frac{a'm'}{b'm'}$ se détermine par la condition que l'un des points $m, m'$ sont à l'infini, d'où $\lambda = \frac{a\mathrm{I}}{b\mathrm{I}}$, ou $\lambda = \frac{b'\mathrm{J}'}{a'\mathrm{J}'}$; donc $a\mathrm{I} \times a'\mathrm{J}' = b\mathrm{I} \times b'\mathrm{J}'$, comme nous l'avions déjà trouvé. $a$ étant différent de $b$ et $a'$ de $b'$, $\lambda$ ne peut être égal à l'unité, à moins que I et J' ne soient à l'infini.

**49.** Lorsque l'intersection des deux droites L, L' est un point commun des deux divisions, la troisième droite $\alpha\gamma$ passe par ce point, et il suffit de deux couples $a$, $a'$; $b$, $b'$ de points homologues pour déterminer les deux divisions.

La troisième droite $\alpha\gamma$ devient la polaire du point E, où se coupent $aa'$ et $bb'$. Alors les deux droites L, L' se transforment réciproquement l'une en l'autre.

Donc : *Des transversales issues d'un même point divisent homographiquement deux droites quelconques, et l'intersection de ces deux droites est un point commun des deux divisions.*

Réciproquement : *Quand deux droites sont divisées homographiquement et que leur intersection est un point commun aux deux divisions, les transversales qui joignent les points correspondants des deux divisions se coupent en un même point.*

Car les deux droites se transforment l'une en l'autre en prenant pour point de concours l'intersection de deux transversales $aa'$, $bb'$ par exemple; et comme $(\mathrm{A}a\ bm) = (\mathrm{A}a'\ b'm')$, toute autre transversale $m,m'$ passe aussi par le point d'intersection de $aa'$ et $bb'$.

### DIVISIONS HOMOGRAPHIQUES SUR LA MÊME DROITE.

**50.** Soient $a, a'$; $b, b'$; $c, c'$ trois couples de points correspondants sur une droite L. Transportons les points $a'$, $b'$, $c'$ sur toute autre droite L', et formons, comme on vient de l'expliquer, deux divisions homographiques sur les deux droites. En superposant la droite L' sur la droite L, de manière que les points $a'$, $b'$, $c'$ reprennent leurs positions primitives, il en résultera deux divisions homographiques sur la droite L.

**51.** *Points doubles.* — Il pourra arriver que deux points correspondants des deux divisions coïncident. Ils formeront alors ce qu'on appelle un *point double*. *Il ne peut exister que deux points doubles*; car la coïncidence de trois couples de points correspondants des deux divisions entraînerait celle de tous les autres, en vertu de l'égalité du rapport anharmonique.

Désignons par $e$ et $f$ les points doubles; on aura $\frac{em}{fm} = \lambda \frac{em'}{fm'}$.

Si l'un des points doubles $f$ est à l'infini, $\frac{em}{em'} = \lambda$, les divisions sont proportionnelles et déterminées par deux couples $a, a'$; $b, b'$ de points correspondants. L'autre point double se trouve par la condition $\frac{ea}{ea'} = \frac{ab}{a'b'}$.

Si l'autre point double $e$ est aussi à l'infini, on a $ab = a'b'$, et les divisions sont égales de même sens ou de sens contraire.

Lorsque les points doubles existent, I et J' étant les points qui correspondent à l'infini, O le milieu de IJ' et O' le point homologue de O, on a $e\mathrm{I} \times e\mathrm{J}' = \mathrm{OI} \times \mathrm{O'J'}$, et prenant le point O pour origine des segments,

$$Oe^2 = OO' \times OJ';$$

donc les *points doubles sont à la même distance du milieu* O *des deux points* I *et* J'.

*Pour qu'ils existent, il faut que les deux points* O', J' *soient situés d'un même côté du point* O; sans cela, les deux segments OO', O'J' étant de direction contraire, $Oe^2$ serait négatif. On dit alors que les points doubles sont *imaginaires*.

Nous verrons bientôt comment on peut construire les points doubles, lorsqu'ils existent, au moyen des trois couples de points homologues qui déterminent les deux divisions.

DIVISIONS EN INVOLUTION.

**52.** Il peut arriver que les points I et J' de deux divisions homographiques, sur une droite L, coïncident. Ils se confondront avec le milieu O de IJ'; et puisque $Im \times J'm' =$ const., on aura $Om \times Om' =$ const.

Les divisions présenteront alors cette particularité, qu'il existera sur la droite L un point O dont le produit des distances à deux points homologues quelconques restera constant, et il suffira de connaître ce point O et un couple de points homologues $a, a'$ pour déterminer les deux divisions.

Mais puisque $Om \times Om'$ est constant, on pourra intervertir entre eux deux points homologues quelconques $m$, $m'$, ou en d'autres termes: *Un point considéré successivement comme appartenant, soit à la première division, soit à la seconde, aura toujours le même homologue.*

Les divisions qui jouissent de cette propriété sont dites en *involution*, et le point O est appelé *point central* ou *centre* de l'involution.

**53.** *Deux divisions homographiques sur la même droite sont en involution lorsque l'on peut intervertir entre eux deux points homologues* a, a'. Car soient $m, m'$ deux autres points homologues quelconques. Aux points $a, a'$, $m$, $m'$ considérés comme appartenant à la première division, correspondront dans la seconde, $a'$, $a$, $m'$ et un quatrième point $m''$, tel que

$$(aa'mm') = (a'am'm'') = (aa'm''m'),$$

ce qui exige que $m''$ coïncide avec $m$; donc on pourra aussi intervertir deux autres points homologues quelconques $m$, $m'$.

54. *Deux couples* a, a'; b, b' *de points homologues déterminent deux divisions en involution sur une droite* L (*fig.* 29).

Transportons les points $a'$, $b'$ sur une parallèle L' suivant une direction quelconque ; joignons $ab'$, $ba'$ qui se coupent en $\alpha$ et prenons pour troisième droite $\alpha\gamma$ une parallèle par le point $\alpha$, à la direction suivant laquelle se déplacent les points $a'$, $b'$. Cette droite coupera L et L' en I et J', qui coïncideront en O lorsque $a'$, $b'$ reprendront leurs positions primitives sur L ; on aura par les triangles semblables

$$\frac{Oa}{Ob} = \frac{Ob'}{Oa'} \text{ et } Oa \times Oa' = Ob \times Ob'.$$

$m$ étant un point quelconque de la première division, joignons $b'm$ qui coupe $\alpha\gamma$ en $\mu$ ; $b\mu$ déterminera le point correspondant $m'$, et on aura par les triangles semblables

$$\frac{Om}{Ob} = \frac{Ob'}{Om'} \text{ d'où } Om \times Om' = Ob \times Ob' = Oa \times Oa';$$

donc les divisions seront en involution, et O sera le point central.

55. *Autres constructions du point central.*—Soit un quadrilatère MNPQ (*fig.* 30) dont deux côtés opposés passent par $a$, $a'$, les deux autres par $b$, $b'$, et qui ait une diagonale MP parallèle à la droite L ; l'autre diagonale NQ coupera cette droite au point central O,

$$\text{car } \frac{Oa'}{Ob} = \frac{PR}{MR} = \frac{Ob'}{Oa}, \text{ d'où } Oa \times Oa' = Ob \times Ob'.$$

56. *Toutes les circonférences qui ont pour cordes des segments en involution sur une droite et qui passent par un même point* g, *se coupent en un second point* g', *et la corde commune passe par le point central* O.

Car $Og \times Og' = Oa \times Oa' = Ob \times Ob'$.

57. *Points doubles. — Deux divisions en involution ont deux points doubles, réels ou imaginaires, dont le milieu est le point central* O.

Car, puisque $Om \times Om' =$ const., si les points $m$, $m'$ sont situés d'un même côté du point O, il en sera de même pour tout autre couple de points homologues, et il existera deux points doubles $e$ et $f$ situés de part et d'autre du point O à la distance $\sqrt{Om \times Om'}$. On aura $Om \times Om' = oe^2 = of^2$; donc les deux points $m$, $m'$ diviseront harmoniquement $ef$.

Ainsi : *Les divisions en involution qui ont des points doubles* e, f *sont formées par des couples de points conjugués sur* ef.

Si les points $m$, $m'$ sont situés de différents côtés du point O, il en sera de même pour tout autre couple de points homologues, et les points doubles n'existeront pas. On dit alors qu'ils sont *imaginaires*, parce que $Oe^2$ est négatif.

**58.** *Les points doubles* e, f *de deux divisions homographiques sont en involution avec chaque système de couples de points tels que* a, b′ *et* b, a′.

Car $(a\,b\,e\,f) = (a'\,b'\,e\,f) = (b'\,a'\,f\,e)$; donc $a, b, e, f$ et $b', a', f, e$ appartiennent à des divisions homographiques dans lesquelles on peut intervertir $e$ et $f$; par conséquent ces divisions sont en involution, et $a, b'$; $b, a'$ sont deux couples de points homologues.

**59.** *Étant donnés trois couples* a, a′; b, b′; c, c′ *de points homologues sur une droite* L, *trouver les points doubles des deux divisions homographiques que déterminent ces trois couples de points.*

Prenons un point quelconque $g$ extérieur à la droite L, et circonscrivons des circonférences aux triangles $gab'$, $ga'b$; elles se couperont en un second point $g'$. Circonscrivons des circonférences aux triangles $gac'$, $ga'c$; elles se couperont en un second point $g''$. La circonférence passant par les trois points $g, g', g''$ coupera la droite L aux points doubles $e$ et $f$, car la circonférence $gef$ doit passer par $g'$ et par $g''$, puisque $e$ et $f$ sont en involution, soit avec $ab'$ et $ba'$, soit avec $ac'$ et $ca'$.

La construction se prête à tous les cas.

**60.** *Étant données deux divisions en involution sur une droite, on peut reproduire la droite de manière que les points de l'une des divisions se transforment en points correspondants de l'autre, ou en symétriques de ces points, par rapport au centre* O.

S'il existe des points doubles, la droite se reproduira en prenant un de ces points $e$ pour point de concours, et pour parallèle une droite quelconque passant par l'autre point double $f$. Deux points correspondants quelconques $m, m'$ étant conjugués harmoniques sur $ef$ se reproduiront réciproquement.

S'il n'existe pas de points doubles, deux points correspondants quelconques seront situés de différents côtés du point O, et si l'on prend un point $m'_1$, symétrique de $m'$ par rapport à O, $m$ et $m'_1$ seront deux points correspondants d'une involution qui aura deux points doubles ; donc la droite se reproduira de manière que $m$ se transforme en $m'_1$, symétrique de $m'$ par rapport à O.

S'il existe des points doubles, les tangentes à toutes les circonférences décrites sur les segments en involution comme diamètres, par le point central O, seront toutes égales. Car $Om \times Om'$, qui reste constant, est égal au carré de la tangente au cercle qui aurait $mm'$ pour diamètre ; et ces tangentes seront égales à $Oe$ ou à $Of$. Donc, en prenant la droite pour axe des $x$ et un des points $e$ ou $f$ pour point de concours, toutes les circonférences se reproduiront en même temps, ce qui peint aux yeux l'involution.

S'il n'existe pas de points doubles, toutes les circonférences décrites sur les segments en involution auront une corde commune dont le milieu sera le point O.

Par conséquent. *Lorsque deux divisions en involution n'ont pas de points doubles, il existe deux points symétriques, de part et d'autre de la droite, desquels on voit tous les segments sous un angle droit.*

**61.** *Involution de six points.*— Trois couples de points conjugués de deux divisions en involution forment ce qu'on appelle une *involution de six points.*

Quatre de ces points, pris dans les trois couples, ont même rapport anharmonique que leurs homologues.

Réciproquement : Soient $a, a'$ ; $b, b'$ ; $c, c'$ tels que, par exemple $(abcc') = (a'b'c'c)$ ; ces trois couples détermineront deux divisions homographiques ; et, comme on peut intervertir les points homologues $c, c'$, les divisions seront en involution.

$$(abcc') = (a'b'c'c), \quad \text{ou} \quad \frac{ca}{cb} : \frac{c'a}{c'b} = \frac{c'a'}{c'b'} : \frac{ca'}{cb'}$$

donne une relation entre huit segments

$$ca.ca'.c'b.c'b' = c'a'.c'a.cb'.cb$$

et on en trouverait deux autres de ce genre.

$$(aba'c) = (a'b'ac'), \quad \text{ou} \quad \frac{a'a}{a'b} : \frac{ca}{cb} = \frac{aa'}{ab'} : \frac{c'a'}{c'b'}$$

donne une relation entre six segments

$$ab'.cb'.c'a' = a'b.c'b.ca,$$

et on en trouverait trois autres du même genre.

On a en tout sept équations, dont chacune comporte les six autres, car elle exprime que les six points sont en involution.

62. *Involution de cinq points.* — Lorsque l'un des six points passe à l'infini, son conjugué forme ce qu'on appelle une involution de cinq points avec les quatre autres. Par exemple : si $c$ passe à l'infini, en désignant par O ce que devient son conjugué $c'$, la première des équations ci-dessus donne $Oa \times Oa' = Ob \times Ob'$ ; ainsi :

*Le point central de l'involution a son conjugué à l'infini.*

On a aussi une involution de cinq points lorsque deux points conjugués se réunissent en un seul pour former un point double. Par exemple :

$$ab.ab'.a'c.a'c' = a'b'\ a'b.ac'.ac.$$

Lorsque $c$ et $c'$ se réunissent pour former un point double, $e$ donne

$$\frac{ae^2}{a'e^2} = \frac{ab.ab'}{a'b'.a'b},$$

d'où résulterait une nouvelle construction des points doubles.

Si deux autres points conjugués, $b$, $b'$ se réunissaient pour former un autre point double $f$, on aurait

$$\frac{ae^2}{a'e^2} = \frac{af^2}{a'f^2} \quad \text{ou} \quad \frac{ae}{a'e} = \frac{af}{a'f}.$$

Ainsi, une proportion harmonique est une *involution de quatre points.*

## § IX. Faisceaux homographiques.

Lemme. — *Le rapport anharmonique d'un faisceau de quatre droites est égal à celui des quatre points d'intersection par une transversale quelconque.*

Deux faisceaux de droites issues d'un même point ou de deux points différents sont dits homographiques lorsque le rapport anharmonique de quatre rayons quelconques de l'un des faisceaux est égal à celui des rayons correspondants de l'autre.

**63.** *Trois couples de rayons correspondants déterminent deux faisceaux homographiques.*

Car en les coupant par une transversale, on aura trois couples de points correspondants qui détermineront deux divisions homographiques, et les rayons menés aux points homologues de ces divisions formeront deux faisceaux qui seront homographiques, d'après le lemme.

**64.** *Des rayons issus de deux points fixes et se coupant deux à deux sur la même droite, forment deux faisceaux homographiques ayant pour rayon commun la ligne des centres.*

Évident, d'après le lemme.

**65.** Réciproquement : *Lorsque deux faisceaux homographiques ont pour rayon commun la ligne des centres, tous les autres rayons correspondants se coupent sur une même droite.*

Car trois couples de rayons homologues forment avec la ligne des centres deux faisceaux de quatre droites ayant pour rayon commun cette ligne et même rapport anharmonique; donc ces trois couples de rayons se coupent sur une droite, et en remplaçant un de ces couples par tout autre, on obtiendra un nouveau point de cette droite.

**66.** *Si par le point d'intersection de deux rayons homologues de deux faisceaux homographiques, on mène deux transversales qui coupent les faisceaux en deux séries de points, les droites qui joindront les points correspondants sur les deux transversales concourront en un même point.*

Car on aura, sur ces deux transversales, des divisions homographiques, et l'intersection des transversales sera un point commun de ces divisions.

En prenant pour transversales deux rayons correspondants des deux faisceaux, il en résulte ce théorème :

**67.** A,B *et* A′,B′ *étant deux couples de rayons correspondants de deux faisceaux homographiques, la droite qui joint l'intersection de* A *avec* B′ *à celle de* B *avec* A′ *passe par un point fixe.*

Ce point est l'intersection des deux rayons qui correspondent dans chaque faisceau à la ligne des centres considérée comme rayon de l'autre.

Comme trois droites quelconques issues d'un même point et trois autres droites quelconques issues d'un autre point, sont trois couples de rayons homologues de deux faisceaux homographiques, on retrouve le théorème déjà démontré sur trois angles qui sous-tendent une même corde.

**68.** *Rayons doubles.* — Lorsque deux faisceaux homographiques ont le même centre, aux *points doubles* des deux divisions homographiques sur une transversale correspondent des *rayons doubles* des deux faisceaux.

**69.** *Faisceaux en involution.*— Lorsque deux faisceaux de même centre donnent deux divisions en involution sur une transversale, on dit que les faisceaux sont en involution. Par conséquent, on peut alors intervertir les rayons homologues, et, pour que l'involution ait lieu, il suffit qu'on puisse intervertir deux rayons homologues, car les divisions sur la transversale seront alors en involution.

**70.** *Deux faisceaux de même centre qui ont les rayons homologues rectangulaires sont en involution.*

Car on peut intervertir les rayons. Ou bien, en projetant le centre sur une transversale quelconque, à cause de la propriété de la perpendiculaire abaissée du sommet de l'angle droit d'un triangle rectangle sur l'hypoténuse, on aura deux divisions en involution.

**71.** *Deux faisceaux en involution ont toujours un couple de rayons rectangulaires.*

Soit O le centre et $a,a'$ : $b,b'$ : $c,c'$ ;... les divers couples de points en involution que l'on obtiendrait sur une transversale L. Les circonférences

circonscrites aux triangles $Oaa'$, $Obb'$, $Occ'$... se couperont toutes en un second point O', qui ne sera pas généralement le symétrique de O par rapport à L, car dans ce cas tous les couples de rayons seraient rectangulaires. Donc il y aura un cercle unique passant par O,O', ayant son centre sur la transversale, qui coupera cette transversale en $n,n'$. $On$ et $On'$ seront deux rayons homologues des deux faisceaux, et leur angle $nOn'$ sera droit.

Par conséquent : *Si deux couples de rayons homologues de deux faisceaux en involution sont rectangulaires, tous les autres couples le seront aussi.*

**72.** En joignant un point quelconque à six points en involution sur une droite, on a ce qu'on appelle une *involution de six droites.*

Trois couples de droites correspondantes sont en involution lorsque quatre de ces droites prises dans les trois couples ont le même rapport anharmonique que leurs homologues.

**73.** *La transformation de la figure n'altère ni l'homographie ni l'involution des divisions ou des faisceaux.*

Car nous avons vu que le rapport anharmonique de quatre points ou de quatre droites reste constant, de quelque manière qu'on transforme la figure.

**74.** *Les intersections d'une transversale quelconque avec les côtés opposés et les diagonales d'un quadrilatère, sont six points en involution.*

Transformons la figure de manière que la transversale soit parallèle à une des diagonales MP du nouveau quadrilatère MNPQ (*fig.* 30), et soit O le point où elle coupe l'autre diagonale NQ. On aura par les triangles semblables $\frac{Oa}{Ob'} = \frac{MR}{RP} = \frac{Ob}{Oa'}$, d'où $Oa \times Oa' = Ob \times Ob'$, ce qui prouve l'involution des trois couples de points $a, a'$; $b, b'$; $O, \infty$, et par suite celle des trois couples $a,a'$; $b,b'$; $c,c'$ de la figure primitive.

Ou bien : Dans la figure primitive, $M(NRQc) = P(NRQc)$. Estimant les rapports anharmoniques sur la transversale, on aura $(ac'bc) \doteq (b'c'a'c) = (a'cb'c')$, ce qui prouve l'involution des six points.

**75.** *Étant donnés cinq points d'une droite, trouver le sixième point de l'involution en ne faisant usage que de la règle.*

On construira un quadrilatère dont deux côtés opposés passent par $a, a'$; les deux autres par $b, b'$, et dont une diagonale NQ passe par le cinquième point $c$; l'autre diagonale MP passera par le sixième point $c'$ de l'involution.

Cor. — *Si l'on déforme un quadrilatère de manière que les quatre côtés et une diagonale pivotent sur cinq points situés en ligne droite, l'autre diagonale coupera toujours la droite au même point.*

**76.** *Les six droites menées d'un même point aux sommets opposés et aux points de concours des côtés opposés d'un quadrilatère quelconque, sont en involution.*

Transformons la figure en prenant pour axe des $y$ la troisième diagonale. Il en résultera un parallélogramme ABCD pour lequel il suffira de démontrer la proposition. Les droites menées par un point P aux quatre sommets du parallélogramme (*fig.* 31) et les parallèles PO, PH aux côtés, seront les six droites correspondantes de la nouvelle figure.

Prenons pour transversale un côté AB du parallélogramme. Les triangles OPL, GPG étant semblables, $\frac{OL}{CG} = \frac{PO}{PG}$. Les triangles OPK, GPD étant semblables $\frac{OK}{GD} = \frac{PO}{PG}$. Donc $\frac{OL}{CG} = \frac{OK}{CD}$, ou $\frac{OL}{OB} = \frac{OK}{OA}$; d'où $OL \times OA = OB \times OK$, ce qui prouve l'involution des trois couples de points A, L; B, K; $O, \infty$, et par suite celle des trois couples de droites PA, PC; PB, PD; PE, PF de la figure primitive, dont il faut prouver l'involution.

Ou bien, dans la figure primitive, joignons PF qui coupe les côtés opposés AB, BC en $a$ et $a'$. On aura $(EAaB) = (EDa'C)$ et $P(EAaB) = P(EDa'C)$. Donc les quatre droites PE, PA, PF, PB ont même rapport anharmonique que PE, PD, P$a'$, PC, ou que PF, PC, PE, PD; d'où l'on voit que l'on peut intervertir PE et PF, ainsi que PA et PC, ou PB et PD, ce qui prouve l'involution.

Ces deux propositions peuvent se conclure réciproquement l'une de l'autre. Car PF et AB sont les diagonales d'un quadrilatère PAFB, et la droite DC coupe les côtés et les diagonales en six points en involution, d'où résulte l'involution des six droites du quadrilatère ABCD. Réciproquement, l'invo-

lution de ces six droites donne l'involution des six points sur la transversale EC du quadrilatère PAFB.

Cor.— *Si l'on déforme un quadrilatère de manière que les quatre sommets et une des extrémités de la troisième diagonale glissent sur cinq droites qui se coupent au même point, l'autre extrémité de la troisième diagonale glissera sur une sixième droite passant par le même point.*

Si le point P est à l'infini sur une direction quelconque,

*Les parallèles par les sommets d'un quadrilatère et par les extrémités de la troisième diagonale donnent six points en involution sur une droite.*

En d'autres termes : *Les projections, orthogonales ou obliques, des quatre sommets d'un quadrilatère et des extrémités de la troisième diagonale sur une droite quelconque sont six points en involution.*

**77.** *Les circonférences décrites sur les trois diagonales d'un quadrilatère comme diamètres se coupent aux deux mêmes points.*

Prenons pour le point P une des intersections des circonférences décrites sur deux des diagonales comme diamètres. Le faisceau des six droites aura deux couples de rayons rectangulaires ; par conséquent l'autre couple le sera aussi, et la circonférence décrite sur la troisième diagonale passera par l'intersection des deux autres.

Ainsi : *Il existe deux points desquels les trois diagonales d'un quadrilatère sont vues sous un angle droit.*

**78.** *Les milieux des trois diagonales d'un quadrilatère sont situés sur une même droite.*

Car les centres des circonférences décrites sur les trois diagonales comme diamètres sont sur la perpendiculaire élevée par le milieu de la corde commune.

## § X. Du pôle et de la polaire par rapport au cercle.

Lemme. — *Un cercle se reproduit en prenant pour point de concours un point extérieur, et pour parallèle la corde de contact de ce point.*

On le démontre directement comme il suit :

Soit C le centre du cercle (*fig.* 32) ; E un point extérieur et LI la corde

de contact. Menons par le point E une sécante quelconque qui coupe le cercle en M, M′ et la corde de contact en F. Il s'agit de prouver que M,M′ sont conjugués harmoniques sur EF.

La corde de contact LI est aussi une corde d'un autre cercle qui a pour diamètre EC et passe par le milieu G de MM′. On a donc :

$$MF \times M'F = LF \times FI = EF \times FG\,;$$

ou $(MG - FG)(MG + FG) = (EG - FG) \times FG$, et réduisant : $EG \times FG = MG^2$; ce qui prouve que E et F sont conjugués harmoniques sur MM′ ; donc, réciproquement M,M′ sont conjugués harmoniques sur EF.

B et B′ sont conjugués harmoniques sur EA. Car le triangle rectangle ELC donne $CA.CE = CL^2 = CB^2$.

L'origine est en O milieu de OA, et $OB.OB' = OA^2$. OH étant la tangente au cercle par l'origine, $OB.OB' = OH^2$ ; donc $OH = OA$, et comme nous l'avions déjà vu :

*Un cercle se reproduit en prenant pour axe des* y *une droite extérieure, pour axe des* x *le diamètre perpendiculaire, et pour distance de la parallèle la longueur de la tangente au cercle par l'origine.*

Le centre C du cercle se transforme en un point C′ conjugué harmonique de l'origine O sur le diamètre BB′. Cela résulte d'ailleurs du triangle rectangle OCH, qui donne $OC \times OC' = OH^2 = OA^2$. Donc :

**79.** *On peut reproduire le cercle de manière que son centre* C *se transforme en tout autre point intérieur* C′.

L'origine sera le conjugué O de C′ sur le diamètre passant par ce point.

**80.** *On peut reproduire le cercle de manière qu'une corde se transforme en un diamètre.*

L'origine sera le sommet de l'angle circonscrit qui correspond à la corde.

**81.** *Lorsqu'une sécante tourne autour d'un point quelconque* P *du plan d'un cercle, le conjugué harmonique* Q *de ce point par rapport aux intersections de la sécante avec le cercle reste sur une droite perpendiculaire au diamètre passant par le point* P.

Si le point P est extérieur, en le prenant pour point de concours, le lieu du point Q sera la corde de contact de P.

Si le point P est intérieur, en reproduisant le cercle de manière que ce point soit le transformé du centre, la sécante sera la transformée d'un diamètre, et le lieu du point Q sera la droite prise pour axe des $y$.

A cause de cette propriété, le point P est dit le *pôle* de la droite que décrit le point Q, et la droite est dite la *polaire* du point P.

**82.** $d, d'$ étant les distances du pôle et de la polaire au centre, et R le rayon du cercle,

$$d \times d' = R^2.$$

Donc : *Si le pôle est intérieur, la polaire est extérieure*, et réciproquement.

*Si le pôle est un point de la circonférence, la polaire est la tangente en ce point*, et réciproquement : *Le pôle d'une tangente est le point de contact.*

*Si le pôle est à l'infini, la polaire est un diamètre*, et réciproquement : *Un diamètre a son pôle à l'infini sur le diamètre perpendiculaire.*

*Toutes les droites à l'infini ont pour pôle commun le centre du cercle.*

**83.** *Lorsque deux transversales tournent autour d'un point quelconque du plan d'un cercle, les droites qui joignent deux à deux les intersections avec le cercle se coupent sur la polaire du point.*

Évident en prenant le point pour origine, s'il est extérieur, et son conjugué harmonique sur le diamètre, s'il est intérieur.

Donc : *Le tracé de la polaire d'un point quelconque n'exige que l'emploi de la règle.*

**84.** *Lorsque la corde de contact d'un angle circonscrit tourne autour de l'un de ses points, le sommet se meut sur la polaire de ce point.*

Même transformation.

**85.** Réciproquement : *Lorsque le sommet d'un angle circonscrit décrit une droite, la corde de contact tourne autour du pôle de cette droite.*

Évident en prenant la droite pour axe des $y$, si elle est extérieure, et, si elle est sécante, en reproduisant le cercle de manière qu'elle devienne un diamètre.

En résumé, on peut considérer la polaire d'un point, soit comme la corde

de contact de ce point ; soit comme le lieu du conjugué harmonique de ce point par rapport aux intersections avec le cercle de toutes les sécantes passant par ce point ; soit comme le lieu du sommet d'un angle circonscrit dont la corde de contact passerait par ce point ; soit comme le lieu des intersections des droites qui joignent deux à deux les points où deux transversales, tournant autour du point, coupent le cercle, et il en résulte ces conséquences :

*La polaire d'un point est le lieu des pôles de toutes les droites qui passent par ce point.*

*Le pôle d'une droite est l'intersection commune des polaires de tous ses points.*

Donc : *Le pôle d'une droite peut s'obtenir en ne faisant usage que de la règle.*

Nous pouvons maintenant donner au lemme ce nouvel énoncé :

**86.** *Un cercle se reproduit en prenant pour point de concours un point quelconque qui ne soit pas sur la circonférence, et pour parallèle la polaire de ce point.*

Quelques exemples feront voir comment la reproduction du cercle facilite les démonstrations.

*Dans un triangle inscrit à une conique, les intersections de chaque côté avec la tangente par le côté opposé sont trois points situés sur la même droite.*

On peut remplacer la conique par un cercle, et reproduire le cercle en prenant pour axe des $y$ la droite passant par les intersections de deux côtés avec les tangentes par les sommets opposés. On aura un triangle équilatéral inscrit au cercle, ce qui rend la proposition évidente.

*Dans un triangle circonscrit à une conique, les droites qui joignent les sommets aux points de contact des côtés opposés se coupent au même point.*

Évident en remplaçant la conique par un cercle et reproduisant le cercle de manière que le triangle inscrit qui aurait pour sommets les points de contact du circonscrit devienne équilatéral, car le triangle circonscrit deviendra aussi équilatéral.

Donc : *Deux triangles, l'un inscrit à un cercle ou à une conique, et l'autre circonscrit, dont les points de contact soient les sommets de l'inscrit, sont homologiques, et l'axe d'homologie est la polaire du centre d'homologie par rapport au cercle ou à la conique.*

Soit un quadrilatère circonscrit à un cercle et un quadrilatère inscrit ayant pour sommets les points de contact du circonscrit ; reproduisons le cercle en prenant pour axe des $y$ la troisième diagonale du quadrilatère circonscrit. Il en résultera un losange circonscrit au cercle, dont les points de contact seront les sommets d'un rectangle inscrit, et de l'inspection de la nouvelle figure résulteront ces conséquences :

1° Les diagonales des deux quadrilatères primitifs se coupent au même point, et forment un faisceau harmonique ;

2° Les points de concours des côtés opposés sont quatre points en proportion harmonique sur une droite ;

3° Les diagonales du quadrilatère circonscrit passent par les points de concours des côtés opposés de l'inscrit.

*N. B.* Ces propositions subsistent en remplaçant le cercle par une conique.

*Théorème de* Pascal. — Soit un hexagone inscrit à une conique. On peut remplacer la conique par un cercle, et reproduire le cercle de manière que deux couples de côtés opposés du nouvel hexagone soient parallèles. Il suffira de prouver que les deux côtés restants du nouvel hexagone sont aussi parallèles, ce qui est facile, pour qu'il devienne évident que *les côtés opposés d'un hexagone inscrit dans un cercle, ou dans une conique, se coupent en trois points situés sur une même droite.*

*Théorème de* Brianchon. — Soit un hexagone circonscrit à une conique. On peut remplacer la conique par un cercle, et reproduire le cercle de manière que le point d'intersection de deux des diagonales qui joignent les sommets opposés devienne le centre. Il suffira de prouver, ce qui est facile, que la troisième diagonale du nouvel hexagone passe aussi par le centre, pour qu'il devienne évident que *les diagonales qui joignent les sommets opposés d'un hexagone circonscrit à un cercle, ou à une conique, se coupent au même point.*

## § XI. — Droites conjuguées dans le cercle.

**87.** Lemme. — *Lorsqu'un cercle se reproduit, le pôle d'une droite devient le pôle de la nouvelle droite, et la polaire d'un point devient la polaire du nouveau point.*

Car les propriétés descriptives ou harmoniques du pôle et de la polaire ne sont pas altérées par la transformation.

On appelle *droites conjuguées* deux droites telles que le pôle de chacune par rapport au cercle soit situé sur l'autre. Par exemple, deux diamètres rectangulaires sont des droites conjuguées, car le pôle de chacun se trouve à l'infini sur la direction de l'autre.

**88.** *Lorsqu'un cercle se reproduit, deux droites conjuguées deviennent deux autres droites conjuguées.*

Conséquence du lemme.

**89.** *Il existe une infinité de systèmes de droites conjuguées qui se coupent en chacun des points du plan d'un cercle.*

1° Si le point est intérieur, reproduisons le cercle de manière que ce point devienne le centre. Deux diamètres rectangulaires deviendront deux droites conjuguées qui se couperont en ce point.

2° Si le point est extérieur, reproduisons le cercle en prenant ce point pour origine. Deux parallèles qui divisent harmoniquement le diamètre perpendiculaire à celui qui passe par le point, sont évidemment deux droites conjuguées, qui deviendront deux droites conjuguées se coupant au point extérieur pris pour origine.

3° Si le point est sur la circonférence, la tangente en ce point et toute corde passant par le point de contact, seront deux droites conjuguées.

**90.** *Les divers systèmes de droites conjuguées qui se coupent en un même point intérieur ou extérieur au cercle, sont autant de couples de rayons homologues de deux faisceaux en involution.*

Car les divers systèmes de diamètres rectangulaires, ou de parallèles qui divisent harmoniquement le diamètre perpendiculaire, sont évidemment en involution, et l'involution n'est pas altérée par la reproduction du cercle.

Donc : *Les droites conjuguées qui se coupent en un même point intérieur ou extérieur à un cercle, donnent des divisions en involution sur une droite quelconque.*

Le point central est l'intersection de la droite avec le diamètre perpendiculaire.

**91**. En particulier : *Les droites conjuguées qui se coupent en un même point donnent deux divisions en involution sur la polaire du point.* Il est facile de le démontrer *à priori*.

Soit P un point intérieur, et AB sa polaire (*fig.* 32). Prenons un point quelconque Q sur AB, et construisons la polaire PR de ce point. PQ et PR seront deux droites conjuguées, car le pôle PR est en Q sur AB, et le pôle de PQ est en R, intersection des polaires de Q et de P.

Reproduisons le cercle en prenant la polaire AB pour axe des $y$; l'axe des $x$ sera le diamètre perpendiculaire, et la distance de la parallèle sera la longueur de la tangente OH par l'origine. Prolongeons PO d'une longueur $OE = OH$; QER sera l'angle des transformées des deux droites conjuguées PQ, PR. Or ces transformées sont deux diamètres rectangulaires du cercle; donc le triangle QER est rectangle en E, et $OQ \times OR = OE^2 = OH^2$ reste constant, ce qui prouve l'involution. Les points doubles sont imaginaires.

Soit P un point extérieur, et AB sa polaire (*fig.* 33) qui sera une corde du cercle. Prenons un point quelconque Q sur AB, et soit PR la polaire de ce point. PQ et PR seront deux droites conjuguées. Q et R divisant harmoniquement AB, dont le milieu est O, on aura $OQ \times OR = OA^2$, ce qui prouve l'involution. Le milieu de la corde est le point central, et les extrémités de la corde sont les points doubles.

Dans l'un et l'autre cas, chaque sommet du triangle PQR a pour pôle le côté opposé, d'où lui vient le nom de triangle *polaire*.

Donc : *Deux côtés quelconques du triangle polaire sont des droites conjuguées.*

Si le point P est extérieur, les deux droites conjuguées PQ, PR forment un faisceau harmonique avec les tangentes par le point P, et ces tangentes sont les rayons doubles des deux faisceaux en involution que donnent les droites conjuguées.

Si le point P est intérieur, les rayons doubles sont imaginaires, et on dit que ces rayons doubles sont les tangentes imaginaires au cercle par le point P.

**92.** *Le centre du cercle est le seul point de son plan pour lequel toutes les droites conjuguées soient rectangulaires.*

Car si le point P est intérieur, OP est moindre que la tangente OH ou que OE. L'angle QPR des deux droites conjuguées est obtus, et ne devient droit que lorsque, l'un des points Q ou R étant à l'infini, l'autre coïncide avec O.

Si le point est extérieur, l'angle QPR des deux droites conjuguées est évidemment aigu. Il devient nul lorsque Q et P coïncident en A ou en B, pour former les points *doubles* de l'involution, et ne devient droit que lorsque, l'un de ces points passant à l'infini, l'autre coïncide avec O.

D'ailleurs, on sait que deux faisceaux en involution ont un système unique de rayons rectangulaires, à moins que tous ne le soient.

## § XII. Centre de similitude, axe radical et contact des cercles.

**93.** Lemme. — *Un cercle se transforme en un autre cercle, en prenant pour point de concours un point qui ne soit pas sur la circonférence, et pour parallèle une parallèle à la polaire de ce point.*

Car le cercle se reproduit en prenant la polaire pour parallèle, et lorsque la distance de la parallèle varie, toutes les transformées sont semblables.

**94.** *Deux cercles se transforment l'un en l'autre, en prenant pour point de concours celui de leurs tangentes, extérieures ou intérieures, communes, et pour parallèle la parallèle à égale distance des cordes de contact de ce point.*

Soient C, C' les deux cercles (*fig.* 54), E le point de concours des tangentes extérieures ou intérieures communes; BD, B'D' les cordes de contact du point E, et LR la parallèle équidistante.

Prenons pour origine le point O milieu de EA. Le point B se transformera en un point $b'$ de la direction EB, tel que $\frac{b'R}{OE} = \frac{BR}{OB} = \frac{AL}{OA}$. Comme OA = OE, on aura $b'R = AL = A'L$; donc le point $b'$ coïncidera

avec B', et la corde de contact BD du premier cercle deviendra la corde de contact B'D' d'un second cercle qui ne sera autre que C'.

Le rapport de similitude des deux cercles étant celui de OA à OL, on peut déterminer OL, de manière qu'un cercle de rayon R se transforme en tout autre de rayon donné R'. On aura $\frac{OA}{OL} = \frac{R}{R'}$, d'où $OL = \frac{OA \times R'}{R}$.

**95.** *Centres de similitude.* — Le point de concours E des tangentes extérieures communes est appelé *centre de similitude directe* des deux cercles C, C'. Les rayons CB, C'B' menés aux points de contact de l'une de ces tangentes sont parallèles et de même direction. $d$ étant la distance des centres, $\frac{EC}{EC'} = \frac{R}{R'}$, d'où $EC = \frac{d \times R}{R' - R}$, et $EC' = \frac{d \times R'}{R' - R}$. Ces distances ne dépendant que de celle des centres et des longueurs des rayons :

*Toute droite qui joint les extrémités de deux rayons parallèles, de même direction, passe par le centre de similitude directe des deux cercles.*

Le point de concours E' des tangentes intérieures est appelé *centre de similitude inverse*. Les rayons menés aux points de contact de l'une de ces tangentes sont parallèles, mais de direction contraire. $\frac{E'C}{E'C'} = \frac{R}{R'}$ d'où $E'C = \frac{d \times R}{R + R'}$, et $E'C' = \frac{d \times R'}{R + R'}$.

Ces distances ne dépendant que de celle des centres et des longueurs des rayons :

*Toute droite qui joint les extrémités de deux rayons parallèles, de direction contraire, passe par le centre de similitude inverse des deux cercles.*

Par conséquent : *Deux diamètres parallèles sont les bases d'un trapèze dont les côtés se coupent au centre de similitude directe, et les diagonales au centre de similitude inverse.*

*Les deux centres de similitude sont conjugués harmoniques par rapport aux deux centres de figure ;* d'ailleurs $\frac{CE}{C'E} = \frac{R}{R'} = \frac{CE'}{C'E'}$.

Ainsi : *Deux cercles ont toujours, quelle que soit leur position relative, deux centres de similitude.*

*Lorsque les cercles sont égaux, le centre de similitude directe est à l'infini, et le centre de similitude inverse est le milieu de la ligne qui joint les centres de figure.*

*Lorsqu'ils se touchent, le point de contact est un centre de similitude, directe ou inverse, suivant que le contact est intérieur ou extérieur, et l'autre centre est son conjugué harmonique.*

*Si l'un de ces cercles se réduit à un point,* parce que son rayon devient nul, *les deux centres de similitude coïncident avec ce point.*

*Si l'un des cercles devient une droite*, parce que son rayon est infini, *les deux centres de similitude sont les extrémités du diamètre de l'autre cercle perpendiculaire à la droite.*

*Lorsque les cercles sont concentriques, les deux centres de similitude coïncident avec leur centre commun de figure.*

**96.** Les polaires des centres de similitude par rapport à chacun des deux cercles sont dites *polaires de similitude, directe ou inverse*, suivant la dénomination du centre auquel elles se rapportent.

**97.** *La parallèle également distante des polaires de similitude directe est aussi également distante des polaires de similitude inverse.*

Soient C,C′ deux cercles quelconques (*fig.* 35). Les rayons parallèles de même direction CP, C′P′ donnent le centre E de similitude directe, dont les polaires sont AM et BM. Les rayons de direction contraire CQ, C′P′ donnent le centre E′ de similitude inverse, dont les polaires sont A′M′, B′M′. Il s'agit de démontrer que le milieu de AB est aussi le milieu de A′B′, ou que AA′ = BB′.

AA′ = CA′ — CA. Par les propriétés des polaires ou par les triangles rectangles CFA′, CGA,

$$CA' = \frac{R^2}{CE'},\quad CA = \frac{R^2}{CE};\quad \text{donc } AA' = \frac{R^2 \times EE'}{CE \times CE'},$$

$$BB' = C'B + C'B';\ C'B = \frac{R'^2}{C'E};\ C'B' = \frac{R'^2}{C'E'};\quad \text{donc}$$

$$BB' = \frac{R'^2 \times EE'}{C'E \times C'E'}.\quad \text{Mais } \frac{CE}{C'E} = \frac{R}{R'} = \frac{CE'}{C'E'},\ \text{d'où } \frac{CE \times CE'}{C'E \times C'E'} = \frac{R^2}{R'^2}$$

et par suite AA′ = BB′.

*Axe radical.* — On appelle axe radical la parallèle LR, également distante des polaires de similitude de chacun des deux cercles.

Nous pouvons maintenant donner au lemme cet autre énoncé :

**98.** *Deux cercles se transforment l'un en l'autre, en prenant pour point de concours un de leurs centres de similitude, et pour parallèle leur axe radical.*

Il en résulte ces conséquences :

*Une transversale quelconque par l'un des centres* E *de similitude coupe les cercles en des points correspondants* M,M'; N,N' (*fig.* 56), *et les tangentes en ces points se coupent sur l'axe radical.*

*Deux transversales quelconques par l'un des centres de similitude déterminent deux quadrilatères inscrits* MNPQ, M'N'P'Q' *qui se transforment l'un en l'autre. Deux côtés opposés de chacun d'eux, ainsi que les diagonales, se coupent respectivement sur les polaires du centre de similitude pris pour point de concours, et les côtés correspondants* MP,M'P' ; NQ,N'Q' *se coupent sur l'axe radical.*

On trouvera facilement l'autre centre et ses polaires, car les diamètres passant par des points homologues des deux cercles M,N' ou N,M' seront parallèles. Ainsi : *Connaissant un centre de similitude, on construira l'axe radical, les polaires de ce centre, l'autre centre et ses polaires, en ne faisant usage que de la règle.*

*Il suffira de connaître une droite passant par un des centres de similitude.*

Car les pôles de cette droite par rapport à chacun des cercles seront des points correspondants des deux figures, et la ligne qui les joindra donnera le centre de similitude par lequel passe la droite.

**99.** *Connaissant un point* $\alpha$ *de l'axe radical, construire cet axe, les centres de similitude et leurs polaires.*

Les polaires de ce point, par rapport à chacun des cercles, étant des droites correspondantes, se couperont en un second point de l'axe radical ; et comme elles coupent respectivement les cercles en des points correspondants, il en résultera les centres de similitude, et par suite leurs polaires.

**100.** *N. B.* Deux points correspondants des deux cercles tels que M,M′, ne sont pas des points *homologues* de ces cercles considérés comme figures semblables. Car l'homologue de M est N′, déterminé par le rayon C′N′ parallèle à CM, et non pas M′, qui est dit l'*anti-homologue* de M.

Le point d'*entrée* M de la sécante, pour le premier cercle, se transforme en point de *sortie* M′, pour le second ; et réciproquement, le point de sortie N se transforme en point d'entrée N′.

Dans les deux quadrilatères MNQP, M′N′Q′P′, les côtés NQ, M′P′ sont parallèles, comme étant deux transformées de la même droite MP, ou à cause de la similitude des triangles CNQ, C′M′P′. Il en est de même pour MP et N′Q′. Les diagonales MQ, N′P′ ou NP, M′Q′ sont aussi parallèles, et il en résulte ce théorème :

*Si par un des centres de similitude de deux cercles on mène deux sécantes communes, en prenant sur chaque sécante un point d'entrée sur l'une des circonférences et un point de sortie sur l'autre, les quatre points seront situés sur une même circonférence.*

Cor. — *Les quatre points de contact des tangentes extérieures et intérieures communes à deux cercles sont sur une même circonférence.*

**101.** *L'axe radical est le lieu des points par lesquels on peut mener aux deux cercles des tangentes égales.*

Par un des centres de similitude E (*fig.* 36) menons une sécante qui coupe le premier cercle en M,N, et le second en M′,N′. Les tangentes en ces points formeront un parallélogramme $\alpha\beta\alpha'\beta'$ dont une diagonale $\alpha\alpha'$ sera l'axe radical, et dont l'autre $\beta\beta'$ passera par le centre de similitude.

Les triangles $\beta$MN, $\alpha$MM′ étant semblables, et le premier étant isocèle, la tangente $\alpha$M est égale à la tangente $\alpha$M′. De même les tangentes $\alpha'$N et $\alpha$N sont égales à cause de la similitude des triangles $\beta$MN, $\alpha'$NN′.

**102.** *L'axe radical est le lieu des points dont la différence des carrés des distances aux centres des deux cercles est constante.*

Par les triangles rectangles $\alpha$MC, $\alpha$C′M′,

$$\alpha M^2 = \alpha C^2 - R^2,\ \alpha M'^2 = \alpha C'^2 - R'^2\,;$$

et comme $\alpha M = \alpha M'$, $\alpha C'^2 - \alpha C^2 = R'^2 - R^2 = \text{const.}$

Soit K le milieu de CC', on aura, pour déterminer le point L où l'axe radical coupe la ligne des centres, $KL = \frac{R'^2 - R^2}{2CC'}$.

**103.** Ainsi : *L'axe radical existe, quelle que soit la position relative des deux cercles.*

*Lorsque deux cercles se coupent, l'axe radical est leur corde commune.*

*Lorsqu'ils se touchent, l'axe radical est leur tangente commune.*

*Lorsqu'ils sont concentriques, l'axe radical est à l'infini.*

*L'axe radical d'un cercle et d'un point est la parallèle à la polaire du point, également distante du point et de la polaire.*

*L'axe radical d'un cercle et d'une droite est la droite elle-même.*

*L'axe radical d'un point et d'une droite est la droite elle-même.*

**104.** *Décrire un cercle ayant pour axe radical avec un cercle* C *une droite* AB, *et passant par un point donné, ou touchant une droite donnée* (fig. 37).

Si AB coupe le cercle C, le cercle demandé passera par les extrémités de la corde et par le point donné, ou passera par les extrémités de la corde et sera tangent à la droite donnée.

Si AB est extérieur au cercle C, menons par un point P de AB une sécante qui coupe C en M,N, et joignons le point P au point donné M'. La circonférence passant par M,N,M' coupera P'M' en N', de manière que $PM \times PN = PM' \times PN'$. M'N' sera la corde d'un nouveau cercle C' ayant son centre sur la perpendiculaire abaissée de celui de C sur la droite AB, et cette droite sera l'axe radical de C,C', car les tangentes par le point P seront égales.

Si le cercle C' doit être tangent à une droite PS', soit P le point où elle coupe AB. Prenons une longueur PS' égale à celle de la tangente PS à C, par le point P; on aura le point de contact de C' avec la droite PS'; et par suite le centre sur la perpendiculaire abaissée de celui de C sur AB.

On pourra ainsi construire une infinité de cercles ayant un axe radical donné avec le cercle C, et passant par des points donnés ou tangents à des droites données.

**105**. *Tous les cercles qui ont le même axe radical donnent des divisions en involution sur la ligne des centres et sur une transversale quelconque.*

Car, soit O le point où l'axe radical coupe la ligne des centres, et $ab$ le diamètre de l'un des cercles C. Si l'axe radical est une corde commune, $Oa \times Ob$ sera égal au carré de la moitié de cette corde, et par conséquent constant. Si l'axe radical est extérieur, $Oa \times Ob$ sera égal au carré de la tangente par le point O à l'un des cercles, et par conséquent constant.

L'involution aura alors des points doubles $e$ et $f$ que l'on peut considérer comme des cercles de rayon nul, ayant aussi le même axe radical. Poncelet les appelle *points limites,* et ces points sont conjugués harmoniques sur le diamètre de chaque cercle.

On démontrera de même qu'il y aurait involution sur une transversale quelconque qui couperait les cercles.

**106**. *Deux ou plusieurs cercles qui ont le même axe radical extérieur peuvent se reproduire en même temps.*

On prendra pour axe des $y$ l'axe radical commun, et pour distance de la parallèle la longueur de la tangente à l'un des cercles par le point où l'axe radical coupe la ligne des centres. Les centres de similitude E,E′ se transformeront réciproquement l'un en l'autre; les tangentes extérieures communes deviendront les tangentes intérieures, et réciproquement.

**107**. *Les tangentes à tous les cercles de même axe radical, par un même point* P *de cet axe, ont leurs points de contact sur une même circonférence qui coupe orthogonalement chacun des cercles.*

On appelle angle de deux arcs de cercle, ou de deux courbes, qui passent par un point, l'angle des tangentes par ce point à chacun des arcs ; et lorsque l'angle de ces tangentes est droit, on dit que les deux arcs se coupent *orthogonalement.*

Cela posé, soient PR, PS, PS′, PR′... (*fig.* 37) des tangentes aux cercles C,C′... par un point P de leur axe radical commun. Toutes ces tangentes seront égales; et comme le rayon CR du cercle C, par exemple, sera perpendiculaire à la tangente PR, la circonférence décrite avec PR pour rayon

passera par tous les points de contact R, S, S', R'... et coupera orthogonalement chacun des cercles.

Réciproquement : *Toutes les circonférences qui coupent orthogonalement des cercles de même axe radical ont leurs centres sur cet axe.*

Car, R étant un des points d'intersection avec un des cercles C, la perpendiculaire à l'extrémité du rayon CR donnera le centre P de la circonférence sur l'axe radical.

**108.** *Toutes les circonférences qui coupent orthogonalement des cercles* C, C'... *de même axe radical, ont pour axe radical commun la ligne des centres de ces cercles.*

Car les tangentes par le centre de C, par exemple, à chacun des cercles P, P'... sont égales au rayon de ce cercle.

*N. B.* Si l'axe radical des cercles C, C'... est extérieur, celui des cercles P, P'... sera une corde commune, et réciproquement.

**109.** *Centre radical. — Les axes radicaux de trois cercles pris deux à deux se coupent au même point.*

Soient C, C', C'' les trois cercles ; R, R', R'' les rayons, et $\alpha$ le point où l'axe radical de C, C' coupe celui de C, C''. On aura $C\alpha^2 - C'\alpha^2 = R^2 - R'^2$, $C\alpha^2 - C''\alpha^2 = R^2 - R''^2$ ; d'où $C'\alpha^2 - C''\alpha^2 = R'^2 - R''^2$, ce qui prouve que le point $\alpha$ appartient aussi à l'axe radical de C', C''.

Cor. — *Si les cercles se coupent deux à deux, les trois cordes communes se couperont au même point.*

*Si les cercles se touchent deux à deux, les tangentes communes se couperont au même point.*

Le point où les axes radicaux de trois cercles pris deux à deux se coupent est appelé le *centre radical* de ces cercles.

*N. B.* On construira facilement l'axe radical de deux cercles quelconques au moyen d'un troisième qui coupe chacun d'eux. Les deux cordes se couperont en un point de l'axe radical qui sera la perpendiculaire abaissée de ce point sur la ligne des centres des deux cercles donnés.

**110.** *Axes de similitude. — Trois cercles, pris deux à deux, ont trois centres de similitude directe et trois centres de similitude inverse. Ces*

*six points sont situés, trois à trois, sur quatre droites* que l'on appelle *axes de similitude.*

Soient C, C′, C″ les centres de trois cercles, et CA, C′A′, C″A″ trois rayons parallèles. Les triangles CC′C″ et AA′A″ ayant leurs sommets sur trois parallèles, les côtés correspondants se couperont en trois points situés sur la même droite, et ces points seront des centres de similitude des cercles, pris deux à deux.

Si les trois rayons sont de même direction, on aura trois centres de similitude directe situés sur une droite que l'on appelle *axe de similitude directe.* Si l'un des rayons est de direction contraire à celle des deux autres, on aura un centre de similitude directe et deux centres de similitude inverse situés sur une droite qu'on appelle *axe de similitude inverse*, et il existera trois de ces axes.

**111.** *Cercle tangent à trois autres.* — Le problème a huit solutions, car les trois cercles donnés peuvent être touchés intérieurement ou extérieurement; chacun d'eux peut être touché intérieurement, et les deux autres extérieurement; ou extérieurement et les deux autres intérieurement.

Deux cercles qui ont un contact extérieur et un contact intérieur avec chacun des trois cercles donnés, sont dits *conjugués.*

Soient C, C′, C″ les trois cercles, et O, O′ les deux cercles conjugués qui les touchent, par exemple, intérieurement en $a, a', a''$, et extérieurement en $b, b', b''$ (*fig.* 38). Le problème consiste à trouver ces points de contact.

La corde de contact $ab$ passe par le centre de similitude inverse des deux cercles conjugués O, O′, car $a$ est le centre de similitude directe de C, O, et $b$ le centre de similitude inverse de C, O′. Il en est de même pour les cordes de contact $a'b'$ et $a''b''$. Donc : *Les trois cordes de contact* ab, a′b′, a″b″ *se coupent en un point* R, *centre de similitude inverse des deux cercles* O, O′.

*Le point* R *est le centre radical des trois cercles* C, C′, C″.

Car les triangles $aa'a''$, $bb'b''$ sont homologiques, et $aa'$, $bb'$ se coupent en E″, centre de similitude directe de C, C′. Comme ces deux cercles se transformeraient l'un en l'autre en prenant E″ pour point de concours et leur axe radical pour parallèle, les deux droites homologues $ab$, $a'b'$ se coupent sur cet

axe radical, et R est un point de cet axe. On démontrerait de même que R est sur l'axe radical de C,C″ et sur celui de C′,C″.

*L'axe radical des cercles conjugués* O,O′ *est l'axe de similitude directe de* C,C′,C″.

Car O,O′ se transformeraient l'un en l'autre en prenant pour point de concours leur centre R de similitude inverse, et pour parallèle leur axe radical. Donc *aa′* et *bb′* sont des droites correspondantes de O,O′ qui se coupent sur leur axe radical en E″, centre de similitude directe de C,C′. De même *aa″*, *bb″* se coupent sur l'axe radical de O,O′ en E′, centre de similitude directe de C,C″, et *a′a″*, *b′b″* se coupent aussi sur cet axe radical en E, centre de similitude directe de C′,C″.

*Les pôles de l'axe de similitude directe des trois cercles, par rapport à chacun de ces cercles, sont situés sur les cordes de contact* ab, a′b′, a″b″.

Car lorsque les cercles O,O′ se transforment l'un en l'autre, les tangentes aux points homologues *a*,*a′*, *b*,*b′* se coupent sur l'axe radical de O,O′, qui n'est autre que l'axe de similitude directe de C,C′,C″; et puisque *ab* est la polaire d'un point de cet axe, le pôle de cet axe par rapport à C est sur la polaire *ab* de ce point. De même les pôles de cet axe par rapport à C′ et C″ sont des points des cordes de contact *a′b′* et *a″b″*.

En résumé : 1° *Les cordes de contact* ab, a′b′, a″b″ *se coupent au centre radical* R *des trois cercles* C, C′, C″ ;

2° *Chacune de ces cordes contient le pôle, par rapport à son cercle, de l'axe de similitude directe de* C,C′C″.

Il en résulte cette élégante solution que l'on doit à Gergonne :

*Cherchez un des quatre axes de similitude des trois cercles, les pôles de cette droite par rapport à chacun d'eux et le centre radical. Les droites qui joindront le centre radical aux trois pôles donneront, sur chaque cercle, les points de contact avec les deux cercles conjugués qui correspondent à l'axe de similitude.*

*N. B.* On peut éviter la construction de l'axe radical, car les polaires des centres de similitude sont parallèles deux à deux, et le centre radical est l'intersection des diagonales du parallélogramme formé par deux couples de ces polaires.

Le point R, étant le centre de similitude inverse de O,O′, est situé sur la ligne des centres des deux cercles conjugués O,O′, et cette ligne est perpendiculaire à l'axe radical de ces deux cercles, ou à l'axe de similitude directe de C,C′,C″.

Par conséquent : *Les lignes des centres des quatre couples de cercles conjugués se coupent au centre radical des trois cercles, et sont respectivement perpendiculaires à chacun des quatre axes de similitude.*

La solution se prête à tous les cas, comme on pourra le voir par ces exemples :

*Décrire un cercle passant par un point donné* P *et touchant deux cercles donnés* C, C′.

*Quatre solutions :* car on n'a que deux axes de similitude. On les obtient en joignant le point P aux centres de similitude directe et inverse des deux cercles. Le centre radical est l'intersection des deux parallèles aux polaires du point, par rapport à chacun des cercles, également distantes du point et de chaque polaire.

*Décrire un cercle touchant une droite* L *et deux cercles donnés* C,C′.

*Huit solutions :* Les centres de similitude d'un cercle et d'une droite étant les extrémités du diamètre perpendiculaire, on a quatre axes de similitude. Le centre radical est l'intersection de la droite et de l'axe radical des deux cercles, car celui d'une droite et d'un cercle est la droite elle-même.

*Décrire un cercle passant par deux points* P, P′ *et touchant un cercle donné* C.

*Deux solutions :* La droite qui joint les deux points est le seul axe de similitude. L'axe radical des deux points est la perpendiculaire sur le milieu de la ligne qui les joint.

*Décrire un cercle touchant deux droites et un cercle donné* C.

*Huit solutions :* Les quatre axes de similitude sont les côtés du rectangle qui a pour diagonales les diamètres du cercle C perpendiculaires aux deux droites.

*Décrire un cercle touchant une droite* L, *un cercle* C, *et passant par un point* P.

*Quatre solutions :* Les deux axes de similitude sont les lignes qui joignent le point P aux extrémités du diamètre de C perpendiculaire à L. Le

centre radical est le point où la droite est coupée par la parallèle équidistante du point et de sa polaire.

## § XIII. Propriétés des coniques.

Lemme. — *Un cercle peut se transformer en une conique quelconque.*

**112.** *Toute conique a un centre.* Le pôle de la droite prise pour axe des $y$ devient le milieu de toutes les cordes de la conique qui sont les transformées de celles du cercle se coupant au pôle.

Le centre de l'ellipse est intérieur à la courbe, celui de l'hyperbole est extérieur, celui de la parabole est à l'infini.

**113.** *Toute conique a une infinité de diamètres qui se coupent au centre.*

La polaire CD d'un point quelconque Q de l'axe des $y$ (*fig.* 33) passe par le pôle P de cet axe, et se transforme en une droite C'D' qui passe par le centre P' de la conique, et qui divise en parties égales toutes les cordes de la conique parallèles à la direction EQ.

Ainsi, pour une conique comme pour le cercle, *le lieu des milieux d'un système de cordes parallèles est une droite* que l'on appelle *diamètre*, et qui prend le nom d'*axe* lorsque son angle avec la corde est droit.

**114.** *Les tangentes par les extrémités d'un diamètre de la conique sont parallèles aux cordes conjuguées*, ou aux cordes que le diamètre divise en parties égales.

Car les tangentes QC, QD du cercle deviennent des tangentes parallèles à EQ aux extrémités du diamètre C'D' de la conique.

**115.** *Tous les diamètres de la parabole sont parallèles.*

Car le centre est à l'infini.

**116.** *Toute conique a une infinité de systèmes de diamètres conjugués,* ou de diamètres tels que chacun divise en parties égales les cordes parallèles à l'autre.

Ils sont donnés par les divers systèmes de droites conjuguées, telles que PQ, PR, qui se coupent au pôle P de l'axe des $y$.

L'angle QER de ces diamètres ne devient droit que si l'un des points Q ou R étant à l'infini, l'autre coïncide avec O. Ainsi :

*Les axes de la courbe forment un système unique de diamètres conjugués rectangulaires.*

**117.** *Ellipse.*— L'axe des $y$ étant extérieur au cercle (*fig.* 33), le pôle P est intérieur. Les points Q et R sont situés de différents côtés de l'origine O, et $OQ \times OR$ reste constant. L'angle QER des diamètres conjugués n'est jamais nul, mais devient minimum lorsque $OQ = OR$. Les diamètres sont alors dirigés suivant les diagonales du rectangle des axes, et, à cause de la symétrie de la courbe par rapport aux axes, ces diamètres sont égaux.

Donc : *L'ellipse a un système unique de diamètres conjugués égaux dirigés suivant les diagonales du rectangle des axes, et ces diamètres sont ceux qui se coupent sous le plus petit angle.*

*L'ellipse a deux systèmes de diamètres conjugués qui se coupent sous tout autre angle.*

Ils sont donnés par les droites conjuguées qui passent par les points Q, R et par celles qui passent par les points symétriques Q', R'.

*Deux diamètres conjugués de l'ellipse ne sont jamais compris dans le même angle de deux autres diamètres conjugués.*

Car $OQ \times OR$ restant constant, si un des facteurs diminue, l'autre augmente.

Les tangentes à l'ellipse par les extrémités de deux diamètres conjugués sont les côtés d'un parallélogramme circonscrit que l'on appelle *parallélogramme conjugué.*

**118.** *Hyperbole.* — L'axe des $y$ coupant le cercle, le pôle P est extérieur. Les points Q et R sont d'un même côté de l'origine O, et conjugués harmoniques sur la corde AB du cercle. L'angle QER des diamètres conjugués devient nul lorsque Q et R coïncident en A ou en B. Les tangentes PA, PB au cercle se transforment en asymptotes de l'hyperbole ; donc :

*Chaque asymptote de l'hyperbole représente deux diamètres conjugués dont l'angle est nul, et les deux asymptotes forment un faisceau harmonique avec chaque système de diamètres conjugués.*

*Les parties d'une sécante comprises entre la courbe et les asymptotes sont égales.*

Car, la sécante étant parallèle à un diamètre de la courbe, la partie comprise, soit entre les asymptotes, soit entre la courbe, a son milieu sur le diamètre conjugué.

Un des diamètres conjugués C'D' rencontre la courbe sur chacune des deux branches, et est dit *transverse*. L'autre diamètre P'Q' ne rencontre pas la courbe, et est dit *non transverse*.

Les tangentes par les extrémités d'un diamètre transverse sont les côtés d'un parallélogramme qui a pour diagonales les asymptotes, et que l'on appelle *parallélogramme conjugué*.

*N. B.* On prend, pour représenter la longueur du diamètre non transverse, la partie de la tangente parallèle comprise entre les asymptotes.

*Deux diamètres conjugués de l'hyperbole ne sont jamais compris dans le même angle des asymptotes, et toujours compris dans le même angle de deux autres diamètres conjugués.*

Car Q et R sont conjugués harmoniques sur AB, et $OQ \times OR$ restant constant, si l'un des facteurs diminue, l'autre augmente.

*L'hyperbole a deux systèmes de diamètres conjugués qui se coupent sous le même angle.*

Ils sont donnés par les points Q, R et leurs symétriques Q', R'.

Lorsque $OE = OA = OB$, l'angle AEB des asymptotes devient droit, et l'hyperbole est dite *équilatère*.

*Les asymptotes d'une hyperbole équilatère sont les bissectrices des angles de tous les diamètres conjugués.*

Car elles sont rectangulaires et forment un faisceau harmonique avec deux diamètres conjugués.

**119.** *Parabole.* — L'axe des $y$ étant tangent au cercle, cet axe et une corde quelconque passant par le point de contact sont deux droites conjuguées du cercle. Donc :

*Chacun des diamètres de la parabole a pour conjugué une droite à l'infini, parallèle à la tangente par son extrémité.*

**120.** *Pôle et polaire.* — Le pôle d'une droite par rapport au cercle

devenant le pôle de la transformée par rapport à la conique, la théorie est la même que pour le cercle. Le pôle d'une droite est situé sur le diamètre de la conique conjugué de sa direction, et $d, d'$ étant les distances du pôle et de la polaire au centre, en représentant par $a$ le demi-diamètre conjugué,

$$d \times d' = a^2.$$

*La partie du diamètre de la parabole comprise entre le pôle et la polaire a son milieu sur la courbe*, car un des quatre points en proportion harmonique sur le diamètre est à l'infini.

**121.** *Droites conjuguées.* — Les droites conjuguées par rapport au cercle devenant des droites conjuguées par rapport à la conique, la théorie est aussi la même que pour le cercle.

**122.** *Cordes supplémentaires.* — On appelle ainsi deux cordes qui joignent les extrémités d'un diamètre à un même point de la conique.

*Deux cordes supplémentaires sont parallèles à deux diamètres conjugués de la conique.*

On obtient ces diamètres en joignant le centre au milieu de chacune de ces cordes.

On trouve les diamètres conjugués de la conique qui se coupent sous un angle donné, en décrivant un segment de cercle capable de cet angle sur un des diamètres de la courbe, ce qui donne les deux systèmes de cordes supplémentaires qui se coupent sous cet angle.

**123.** *Foyers et directrices.* — Nous avons transformé le cercle en prenant pour point de concours un point quelconque.

Prenons le centre F du cercle pour point de concours. Toute droite passant par ce centre se reproduira, et les divers systèmes de diamètres rectangulaires du cercle seront les divers systèmes de droites conjuguées de la transformée (ellipse, hyperbole ou parabole, suivant que l'axe des $y$ sera extérieur au cercle, sécant ou tangent).

Tous les systèmes de droites conjuguées de la conique qui se coupent en F étant rectangulaires, le centre F du cercle devient un *foyer* de la conique. Ce foyer est le pôle de l'axe des $y$ par rapport à la conique, et cet axe

est la *directrice* correspondante, qu'il serait mieux d'appeler *polaire focale*, comme le proposa Poncelet.

Ou bien : Nous avons transformé le cercle en prenant pour parallèle une droite quelconque. Examinons le cas où la parallèle passe par le centre F du cercle (*fig.* 39). Ce point sera commun aux deux courbes, et deviendra le pôle de la droite fixe pour axe des $y$, par rapport à la transformée, car les tangentes au cercle en A et B, étant parallèles, se transforment en tangentes en A et B à la conique qui se coupent à l'origine O.

Le rayon FM qui coupe l'axe des $y$ en I se transforme en une parallèle FM′ à EI. De même, tout autre rayon FN qui coupe l'axe des $y$ en K se transforme en une parallèle FN′ à EK. Donc l'angle IEK des transformées est égal à l'angle IFK des rayons FM, FN du cercle. Par conséquent l'angle de deux diamètres rectangulaires du cercle ne sera pas altéré par la transformation. Donc le centre F du cercle sera le *foyer* de la conique, et l'axe des $y$ sera la *polaire focale* ou la *directrice*.

Ainsi : *Une conique peut être considérée de deux manières, comme la transformée d'un cercle qui aurait pour centre un foyer.*

**124.** *Les foyers ne peuvent être situés que sur les axes de la conique.*

Car, pour tout autre point qui ne serait pas sur un des axes, le diamètre passant par ce point et la parallèle au conjugué seraient deux droites conjuguées non rectangulaires.

**125.** On appelle *rayon vecteur* toute droite telle que FM′ qui joint le foyer à un point de la conique. L'abscisse OP′ de l'extrémité M′ du rayon vecteur est égale à la distance du point M′ à la directrice $Oy$.

La similitude des triangles rectangles FMP, FM′P′ donne

$$\frac{FM'}{FM} = \frac{M'P'}{MP} = \frac{OF}{OP} = \frac{OP'}{OF}.$$

En désignant par R le rayon du cercle et par $\rho$ le rayon vecteur FM′,

$$\rho = \frac{R}{OF} \times OP' \ (1), \text{ d'où } \frac{\rho}{OP'} = \frac{R}{OF} = \text{const.}$$

Ainsi, comme nous l'avions déjà trouvé :

*Une conique est le lieu des points dont les distances à un point et à une droite sont dans un rapport constant.*

Le rayon vecteur FM′ s'obtient au moyen de l'abscisse OP′ de son extrémité, et est fonction *rationnelle* de cette abscisse, c'est-à-dire que son calcul n'exige l'extraction d'aucune racine, ce qui est la propriété *analytique* d'après laquelle on définit et on trouve les foyers.

*Le plus grand et le plus petit rayon vecteur sont dirigés suivant l'axe focal.* Évident par la valeur de $\rho$.

*N. B.* Le centre C de la conique est le transformé du pôle de l'axe des $y$ par rapport au cercle.

**126.** Prenons le point F′ symétrique de F par rapport à C ; la conique sera aussi la transformée d'un cercle égal au premier, et ayant pour centre F′. Donc F′ sera un second foyer auquel correspondra une autre directrice O′$y'$ telle que O′F′ = OF Désignons par $\rho'$ le rayon vecteur F′M′, on aura

$$\rho' = \frac{R}{OF} \times O'P'.$$

Pour l'ellipse, OP′ + O′P′ = OO′, et $\rho + \rho'$ étant constant :

*L'ellipse est le lieu des points dont la somme des distances à deux points fixes est constante.*

Pour l'hyperbole, la différence étant constante :

*L'hyperbole est le lieu des points dont la différence des distances à deux points fixes est constante.*

Cela d'ailleurs résulte de ce que la conique est le lieu des points dont les distances à un point et à une droite sont dans un rapport constant.

Car, soit $mm'$ un diamètre quelconque de l'ellipse ou de l'hyperbole, et $fm$, $fm'$ les rayons vecteurs menés de l'un des foyers aux extrémités de ce diamètre (*fig.* 40), $md$ et $m'd'$ étant les distances des extrémités du diamètre à la directrice :

$$\frac{fm}{md} = \frac{fm'}{m'd'} = \frac{fm \pm fm'}{md \pm m'd'} = \text{const.}$$

Or $md + m'd' = 2$ OC est constant pour l'ellipse, et $md - m'd'$ est constant pour l'hyperbole ; donc $fm + fm'$ est constant pour la première courbe, et $fm - fm'$ est constant pour la seconde.

La somme ou la différence est évidemment égale à l'axe focal AA′.

Cela posé, considérons les deux foyers $f, f'$. La figure $fmf'm'$ étant un

parallélogramme, $fm + f'm$ est constant pour l'ellipse, et $fm - f'm$ est constant pour l'hyperbole.

Il est facile, d'après cela, de construire ces courbes par points ou d'un mouvement continu. (Ellipse de Jardinier.)

**127.** *Principe de* Poncelet. — Nous avons vu que deux rayons vecteurs quelconques FM', FN' de la conique se coupent sous le même angle que les rayons correspondants FM, FN du cercle.

Donc : *Toutes les propriétés des angles au centre dans le cercle s'étendent aux angles qui ont leur sommet au foyer d'une conique, et le système des deux foyers a par rapport aux angles des propriétés analogues à celles qui ont lieu pour le centre du cercle supposé double.* (*Prop. proj.*, 275.)

Il sera souvent plus simple, dans les applications, de considérer le *centre* du cercle qui devient le *foyer* de la conique comme point de concours, ou *centre* d'homologie. Les points correspondants du cercle et de la conique seront en ligne droite avec ce centre. Le point à l'infini sur une droite correspondra au point où sa transformée coupe l'axe des $y$, qui devient la directrice de la conique.

Transformons ce théorème élémentaire :

*La tangente au cercle est perpendiculaire au rayon.*

La tangente au cercle devient une tangente à la conique qui a pour foyer le centre du cercle. En joignant le foyer au point où la tangente à la conique coupe la directrice, on a une droite parallèle à la tangente au cercle, et la droite qui joint le point de contact au foyer est dirigée suivant le rayon perpendiculaire à la tangente au cercle. Il en résulte ce nouveau théorème :

*La partie d'une tangente quelconque d'une conique comprise entre le point de contact et la directrice est vue du foyer sous un angle droit.*

Cette partie de la tangente à la conique correspond à la partie infinie de la tangente au cercle, à partir du point de contact, qui est vue du centre du cercle sous un angle droit.

Voici d'autres théorèmes que nous choisissons parmi les plus élémentaires du cercle, et vis-à-vis, ceux qui en résultent pour une conique, et dont il sera facile de trouver les énoncés.

*La droite qui joint le centre d'un cercle au point de concours de deux tangentes est la bissectrice de l'angle des rayons menés aux points de contact.*

*La droite qui joint le foyer d'une conique au point de concours de deux tangentes est la bissectrice de l'angle des rayons vecteurs menés aux points de contact.*

*La partie d'une tangente à un cercle comprise entre deux tangentes fixes est vue du centre sous un angle constant.*

*La partie d'une tangente à une conique comprise entre deux tangentes fixes est vue du foyer sous un angle constant.*

*Si la corde de contact des tangentes fixes passe par le centre, ces tangentes sont parallèles, et l'angle est droit.*

*Si la corde de contact des tangentes fixes passe par le foyer, ces tangentes se coupent sur la directrice, et l'angle est droit.*

*Des cercles concentriques se transforment en tout autant de coniques qui ont le même foyer et la même directrice.*

En prenant une droite quelconque pour axe des $y$, et la parallèle passant par le centre commun, chacun des cercles se transformera en une conique qui aura ce centre pour foyer et l'axe des $y$ pour directrice.

*Lorsqu'un angle invariable tourne autour du centre d'un cercle, sa corde enveloppe un cercle concentrique, et le pôle de cette corde décrit un troisième cercle concentrique.*

*Lorsqu'un angle invariable tourne autour du foyer d'une conique, sa corde enveloppe une conique de même foyer et de même directrice, et le pôle de cette corde décrit une troisième conique de même foyer et de même directrice.*

*Étant donnés deux cercles concentriques, la corde de l'un qui est tangente à l'autre a son milieu au point de contact.*

*Étant données deux coniques de même foyer et de même directrice, la corde de l'une qui est tangente à l'autre a pour point de contact le conjugué harmonique de son intersection avec la directrice commune.*

*Les tangentes par un même point à une série de cercles concentriques ont les points de contact sur une*

*Les tangentes par un même point à une série de coniques de même foyer et de même directrice, ont les*

*circonférence qui passe par le point et par le centre commun.*

*points de contact sur une conique qui passe par le point et par le foyer commun.*

Ces exemples nous paraissent suffire pour faire comprendre l'importance du principe de Poncelet. Nous retrouverons d'ailleurs ce principe dans la théorie des polaires réciproques.

**128.** *Tangentes et normales.* — *La tangente et la normale en un point d'une conique divisent en parties égales les angles des rayons vecteurs.*

Soient FM, F'M (*fig.* 41) les rayons vecteurs menés à un point M d'une ellipse. Prolongeons un de ces rayons F'M d'une longueur MG égale à l'autre FM, et joignons FG. La bissectrice de l'angle au sommet du triangle isocèle FMG sera tangente à l'ellipse, car $F'G = F'M + MG = F'M + FM = AA'$. Tout autre point P de la bissectrice est extérieur à l'ellipse, puisqu'on aurait $F'P + FP > AA'$.

La tangente MT étant la bissectrice de l'angle FMG des rayons vecteurs, la normale MN, ou la perpendiculaire à la tangente, est la bissectrice de l'angle supplémentaire.

Pour l'hyperbole, on prendrait sur le plus grand rayon F'M une longueur MG égale à l'autre, et on verrait facilement que la tangente divise en parties égales l'angle même des rayons vecteurs.

Pour la parabole, un des foyers F' est à l'infini, et le rayon vecteur MF' est parallèle à l'axe. La tangente, comme dans l'ellipse, divise en parties égales le supplément de l'angle.

**129.** *Les pieds des perpendiculaires abaissées des foyers sur toutes les tangentes à une conique sont sur la circonférence qui a pour diamètre l'axe focal.*

Car la projection du foyer F sur la tangente MT est en H, milieu de la base du triangle isocèle FMG, et $CH = \frac{1}{2}F'G = \frac{1}{2}AA' = CA$. Celle du foyer F' est en H', milieu de la base du triangle isocèle F'MG', et

$$CH' = \tfrac{1}{2}FG' = \tfrac{1}{2}AA' = CA.$$

*N. B.* Cette circonférence est touchée en H par celle qui aurait pour

diamètre le rayon vecteur FM, et en H′ par celle qui aurait pour diamètre l'autre rayon vecteur F′M. Donc :

*La circonférence décrite sur l'axe focal d'une conique est tangente à toutes les circonférences qui ont pour diamètres les divers rayons vecteurs.*

Pour la parabole, cette circonférence devient la tangente au sommet.

**130.** $a$, $b$ étant les demi-axes de l'ellipse, projetons les foyers sur la tangente parallèle à l'axe focal. $c$ désignant la distance CF du centre au foyer, que l'on appelle l'*excentricité*, on aura

$$b^2 + c^2 = a^2, \quad \text{d'où} \quad c = \pm\sqrt{a^2 - b^2}.$$

$a$, $b$ étant les demi-axes de l'hyperbole, le demi-axe $b$ est égal à la partie AD de la tangente au sommet limitée par l'asymptote (*fig.* 42). Projetons le foyer F en K sur l'asymptote, qui est tangente à la courbe à l'infini ; les triangles rectangles CAD, CFK étant égaux, $FK = AD = b$, et $c^2 = a^2 + b^2$, d'où $c = \pm\sqrt{a^2 + b^2}$.

**131.** *Les points* T *et* N, *où la tangente et la normale en un point* M *de la conique coupent l'axe focal, sont conjugués harmoniques par rapport aux deux foyers.*

Car la tangente et la normale sont les bissectrices des angles des rayons vecteurs. Donc $CT \times CN = CF^2$, et il en résulte une nouvelle construction des foyers pour l'ellipse et l'hyperbole.

Pour la parabole, un des rayons étant parallèle à l'axe, le foyer F est le milieu de TN.

**132.** *La tangente et la normale aux divers points d'une conique donnent des divisions en involution sur chacun des axes.*

Car $CT \times CN = CF^2$ est constant.

Le point central est le centre de la conique, et les points doubles sont les foyers. Ainsi, la conique peut avoir quatre foyers, mais ils n'existent que lorsque les points doubles existent, ce qui exige que la tangente et la normale coupent l'axe d'un même côté du centre. Par conséquent :

*Les foyers n'existent que sur le grand axe de l'ellipse, ou sur l'axe transverse de l'hyperbole.*

Sur l'autre axe, les points T', N' d'intersection avec la tangente et la normale étant situés de part et d'autre, par rapport au centre, les points doubles sont *imaginaires*, et on dit aussi que les foyers le sont.

Pour la parabole, le centre de la courbe étant à l'infini, l'involution a un de ses points doubles à l'infini. L'autre point double divise en parties égales le segment compris sur l'axe entre la tangente et la normale en un point quelconque.

**133.** *Tangentes par un point extérieur.* — La tangente à la conique par un point extérieur Q (*fig.* 42) s'obtient en cherchant, ou le point G, ou le point H. Le point G est l'intersection de deux circonférences décrites, l'une avec FQ, l'autre avec $F'G = AA'$ pour rayon.

Le point H est l'intersection de la circonférence ayant pour diamètre l'axe focal AA', avec celle qui aurait pour diamètre FQ.

Au lieu des points G et H, on pourrait chercher les points G' et H'.

Il est facile de voir comment on construirait les tangentes parallèles à une droite, ou faisant un angle donné avec cette droite.

**134.** *Équation des courbes.* — Prenons pour axes deux diamètres conjugués quelconques AA', BB' d'une ellipse ou d'une hyperbole (*fig* 43). Soit MN une corde parallèle à BB', et P son milieu sur AA'. On aura, par le théorème de Newton,

$$PM^2 = \frac{OB^2}{OA^2} PA \times PA'.$$

Désignons par $a$, $b$ les demi-diamètres conjugués, par $y$ l'ordonnée PM et par $x$ l'abscisse OP. Pour l'ellipse, $PA = a - x$, $PA' = a + x$, et $PA \times PA' = a^2 - x^2$, ce qui donne pour équation de cette courbe rapportée à deux diamètres conjugués ou à ses axes,

$$a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2.$$

Si l'on prenait pour axes les diamètres conjugués égaux, l'équation aurait la forme de celle d'un cercle de rayon R, qui est $y^2 + x^2 = R^2$.

Ainsi : *Le cercle devient une ellipse lorsque toutes les ordonnées s'inclinent également.*

Pour l'hyperbole, $PA = x - a$, $PA' = x + a$, et $PA \times PA' = x^2 - a^2$, ce qui donne

$$a^2y^2 - b^2x^2 = - a^2b^2 ,$$

équation qui se déduit de celle de l'ellipse en changeant $b^2$ en $- b^2$.

Prenons pour axes un diamètre de la parabole et la tangente par son extrémité. PM et QN étant deux ordonnées quelconques (*fig.* 44), on aura par le théorème de Newton, en remarquant que les segments infinis disparaissent,

$$\frac{PM^2}{OP} = \frac{QN^2}{OQ} = \text{const.}$$

En représentant la constante par $2p$, on a pour équation de la parabole $y^2 = 2px$.

La constante $2p$ est appelée le *paramètre* de la parabole.

Supposons la parabole rapportée à son axe et à la tangente au sommet.

Décrivons un cercle sur le paramètre $2p = OA$ comme diamètre. OM' étant la corde qui correspond à l'abscisse OP, on aura $OM'^2 = 2px$. Donc $OM' = y = PM$, ce qui montre comment on pourrait construire la portion NON' de la parabole, au moyen du cercle, en portant la longueur de la corde OM' sur la direction de l'ordonnée. Pour le point N, l'ordonnée est égale au paramètre. Ainsi, pour déterminer le paramètre d'une parabole, il suffira de mener par le sommet une sécante ON inclinée à 45° sur l'axe, et de prendre l'ordonnée ou l'abscisse du point N.

**135.** *Similitude des coniques.* — On voit que, pour construire l'équation de l'ellipse ou de l'hyperbole, il faut se donner les longueurs $a, b$ de deux diamètres conjugués, et l'angle sous lequel ils se coupent.

Par conséquent : *Deux ellipses ou deux hyperboles sont semblables lorsque deux diamètres conjugués sont proportionnels et se coupent sous le même angle,* car les deux courbes deviendraient superposables par un simple changement de l'échelle à laquelle on prend les longueurs des abscisses et des ordonnées pour les construire.

*Les hyperboles dont les asymptotes se coupent sous le même angle sont semblables.*

On verra facilement, par la similitude des triangles, que deux diamètres

faisant des angles égaux avec l'une des asymptotes sont proportionnels.

*Toutes les paraboles sont semblables*, car pour construire la courbe il suffira de se donner le paramètre $2p$.

Il en est de même pour le cercle, et en général pour toutes les figures dont la détermination n'exige que la connaissance d'une longueur.

## § XIV. Cordes idéales des coniques.

**136.** Lemme. — *Une ellipse et une hyperbole qui ont deux diamètres conjugués communs* AA′ *et* BB′ (*fig.* 43) *se transforment réciproquement l'une en l'autre.*

On prendra les diamètres pour axes, et la tangente commune en A ou A′ pour parallèle.

Une corde MN de l'ellipse se transforme en une corde parallèle M′N′ de l'hyperbole, et $\lambda$ désignant le rapport des carrés des demi-diamètres conjugués, on a, par le théorème de Newton,

$$PM^2 = \lambda PA \times PA' = \lambda(OA^2 - OP^2)$$
$$P'M'^2 = \lambda P'A \times P'A' = \lambda\,(OP'^2 - OA^2).$$

Pour une abscisse OP′, plus grande que OA, $PM^2$ devient négatif, et on dit que la corde de l'ellipse est *imaginaire;* mais ce carré serait égal, abstraction faite du signe, à celui $P'M'^2$ de la demi-corde de l'hyperbole qui correspondrait à cette abscisse OP′.

Pour une abscisse OP plus petite que OA, $P'M'^2$ devient négatif, et on dit que la corde de l'hyperbole est imaginaire; mais ce carré serait égal, abstraction faite du signe, à celui $PM^2$ de la demi-corde de l'ellipse qui correspondrait à cette abscisse OP.

C'est ce qui conduisit Poncelet à prendre les cordes réelles de chacune des deux courbes pour représenter les cordes imaginaires de l'autre.

Comme la corde imaginaire conserve sa direction et a pour milieu le point réel où cette direction coupe le diamètre conjugué, Poncelet substitua la dénomination de cordes *idéales* à celle de cordes imaginaires, et appela les deux courbes *coniques supplémentaires.*

Une corde réelle MN de l'ellipse, par exemple, est la polaire d'un point

extérieur P', et $PM^2 = \lambda PA \times PA'$. Une corde idéale M'N' de l'ellipse est la polaire d'un point intérieur P, et $P'M'^2 = \lambda P'A \times P'A'$. Ainsi, la corde se construit de la même manière, qu'elle soit réelle ou idéale. Pour l'obtenir, il suffit de connaître sa direction et son milieu P ou P' sur le diamètre conjugué. La transformation indique des constructions plus simples. Les tangentes par le milieu P' de la corde idéale forment, avec les tangentes en A et A', un trapèze CDGH dont les diagonales passent par les extrémités M',N' de la corde idéale. On obtient aussi les points M',N' en joignant MA et NA, ou MA' et NA'. Enfin, par les triangles semblables, $\frac{M'N'}{MN} = \frac{P'A}{PA}$.

**137.** *Une conique a une infinité de coniques supplémentaires.*

Car la conique supplémentaire est le lieu des extrémités de toutes les cordes idéales parallèles à une même direction.

*Les coniques supplémentaires d'une ellipse sont des hyperboles, et réciproquement.*

*Les coniques supplémentaires d'un cercle sont des hyperboles équilatères, et réciproquement.*

*La demi-corde idéale d'un cercle est égale à la longueur de la tangente au cercle par le milieu de cette corde.* Car alors $\lambda = 1$, et $P'M'^2 = P'A \times P'A'$ est le carré de la tangente au cercle par le point extérieur P'.

Il en résulte une construction par points de l'hyperbole équilatère au moyen du cercle qui aurait pour diamètre l'axe transverse.

Dans le cas de la parabole, $P'A = PA$, et $M'N' = MN$. Donc:

*Les coniques supplémentaires d'une parabole sont des paraboles égales tournées en sens contraire par rapport à la tangente parallèle à la direction des cordes idéales.*

**138.** *La demi-corde, réelle ou idéale, d'une conique est moyenne proportionnelle entre les segments que déterminent sur sa direction, à partir du diamètre conjugué, un point de cette direction et la polaire de ce point.*

Soit AB la direction de la corde (*fig.* 53), et O son intersection avec le diamètre conjugué. La polaire CD d'un point quelconque Q de AB passera

par le pôle P de la corde AB, et coupera cette corde en R. PQ, PR étant deux droites conjuguées, $OQ \times OR$ sera constant.

Les points Q et R sont d'un même côté du point O si la corde est réelle, et de différents côtés si elle est idéale. Dans l'un et l'autre cas, Q et R sont des points homologues de deux divisions en involution, dont O est le centre, et les points doubles réels ou imaginaires sont les intersections de la conique avec la droite : donc $OQ \times OR$ est égal au carré de la demi-corde réelle ou idéale, *c. q. f. d.*

*N.B.* Poncelet considère l'axe radical de deux cercles comme une corde ou sécante commune qui est *idéale* lorsque les deux cercles n'ont pas de point commun.

La longueur de cette corde idéale est, comme on vient de le voir, le double de la tangente à l'un des cercles par le point où l'axe radical coupe la ligne des centres.

**139.** *Deux cercles quelconques ont pour sécante idéale commune la droite à l'infini.*

Car les coniques supplémentaires dont les cordes seraient perpendiculaires à la ligne des centres, sont des hyperboles équilatères ayant les asymptotes parallèles.

Ces hyperboles se coupent en deux points réels sur la droite à l'infini, et cette sécante commune *réelle* des hyperboles supplémentaires est une sécante commune *idéale* des deux cercles.

Ainsi : *Deux cercles qui n'ont pas de points réels communs ont deux cordes, ou sécantes, idéales communes,* qui sont leur axe radical et la droite à l'infini.

En d'autres termes : *Deux cercles quelconques ont toujours quatre points communs,* dont deux imaginaires situés à l'infini. Les deux autres sont tous les deux réels, ou tous les deux imaginaires.

Lorsque les deux coniques supplémentaires se touchent, on dit aussi que les cercles se touchent, mais que le contact est *idéal.*

**140.** *Deux ou plusieurs cercles concentriques ont un double contact idéal sur la droite à l'infini.*

Car les hyperboles supplémentaires qui correspondent à une direction

quelconque ont les mêmes asymptotes ou les mêmes tangentes communes en deux points situés sur la droite à l'infini. Donc cette droite est une corde de double contact idéal pour les cercles.

**141.** *Tous les cercles situés dans un même plan ont les deux mêmes points imaginaires communs sur la droite à l'infini.*

Car toutes les hyperboles supplémentaires dont les cordes seraient perpendiculaires à des rayons parallèles de ces cercles, ayant leurs asymptotes respectivement parallèles, auront la droite à l'infini pour sécante *réelle* commune. Donc cette droite sera une sécante *idéale* commune à tous les cercles, et coupera chacun d'eux aux deux mêmes points imaginaires, que l'on appelle *points circulaires à l'infini.*

**142.** Afin de justifier ce que ces idées pourraient avoir d'étrange ou même de paradoxal, nous reproduirons le texte même de Poncelet pour les théorèmes analogues relatifs aux coniques. (*App. d'analyse et de géom.*, tom. II, pag. 374 et suivantes.)

Lorsqu'une ligne droite située dans le plan de deux coniques passe par deux points réels appartenant à la fois aux deux courbes, on dit qu'elle est *corde réelle commune* à ces deux courbes.

Nous dirons, par analogie, qu'une ligne droite située dans le plan de deux coniques sera *corde idéale commune* à ces deux courbes quand elle sera corde réelle commune aux deux supplémentaires qui lui correspondent.

Appelons M, N, P, Q quatre points appartenant à l'intersection mutuelle de deux sections coniques, et joignons ces points deux à deux par des lignes droites indéfiniment prolongées. On obtiendra six cordes communes à la fois aux deux courbes, qui seront telles que chacune d'entre elles en rencontrera une autre, et seulement une autre, au dehors du périmètre de ces courbes ; il y aura donc trois systèmes semblables de cordes communes qui formeront un quadrilatère ordinaire MNPQ avec ses deux diagonales.

Quand deux sections coniques seront telles que les supplémentaires se touchent en deux points réels sur une corde idéale commune aux deux proposées, la corde de contact de ces points pourra être considérée comme la réunion de deux cordes réelles communes aux supplémentaires, et par

conséquent aussi comme la réunion de deux cordes idéales communes aux proposées. Il sera donc naturel de dire alors que les sections coniques données ont une corde *idéale de contact*; qu'elles se touchent en deux points *imaginaires* suivant cette même corde; qu'enfin ces deux courbes ont encore deux autres cordes communes, toutes deux imaginaires, et qui sont les tangentes aux points de contact en question.

Il sera facile de reconnaître, *à priori*, si deux des coniques sont entre elles en *contact idéal*, ou ont une corde idéale de contact commun. Car il suffira de tracer le diamètre qui passe à la fois par leurs centres, puis de décrire les coniques supplémentaires conjuguées à ce diamètre et aux deux courbes données, et de s'assurer ensuite, d'une façon ou d'une autre, qu'elles ont un double contact réel.

Deux hyperboles semblables et semblablement placées ont évidemment leurs asymptotes respectivement parallèles, et concourent par conséquent en deux points réels à l'infini, appartenant à la fois aux deux systèmes d'asymptotes dont il s'agit : donc *elles ont une corde réelle commune située à une distance infinie sur leur plan.*

Pareillement, quand deux ellipses sont semblables et semblablement placées, ou *s* et *s.p*, il existe une infinité de systèmes d'hyperboles supplémentaires conjuguées à une même direction des diamètres des ellipses proposées, et pour chacun de ces systèmes en particulier, les hyperboles supplémentaires sont évidemment *s* et *s.p*, et ont une corde commune à l'infini; donc aussi, les ellipses proposées ont une *corde idéale commune à l'infini*, c'est-à-dire, en d'autres termes, qu'elles peuvent être regardées comme ayant *deux points imaginaires en commun à l'infini.*

Ainsi : deux hyperboles ou deux ellipses *s* et *s.p* ont une corde commune à l'infini, qui est *réelle* pour les hyperboles et *idéale* pour les ellipses.

Si, au lieu de deux hyperboles ou de deux ellipses, on en considérait un nombre quelconque qui soient toutes *s* et *s.p*, on prouverait également qu'elles ont à l'infini une corde unique qui est à la fois commune à tout leur système; mais cette corde serait nécessairement *idéale* pour le système des ellipses.

Quand deux hyperboles *s* et *s.p* sont concentriques, elles ont évidemment mêmes asymptotes ou mêmes tangentes en deux points qui leur sont com-

muns à l'infini ; ainsi, elles se touchent en deux points réels, et par conséquent elles ont une corde réelle de contact, mais cette corde est entièrement à l'infini. Donc, deux ellipses qui sont concentriques, *s* et *s.p*, ont également une corde de contact commune à l'infini, mais qui est idéale ; et comme la même chose subsiste nécessairement pour un nombre quelconque d'ellipses ou d'hyperboles, on peut énoncer ce nouveau principe :

*Le système d'un nombre quelconque d'hyperboles ou d'ellipses toutes concentriques* s *et* s.p *a une corde de contact à l'infini commune à toutes les courbes du système, mais qui est réelle pour le système des hyperboles et idéale pour celui des ellipses.*

Les propositions réciproques résultent évidemment des principes mêmes qui viennent d'être posés. Ainsi, par exemple :

*Si deux ou plusieurs sections coniques ont une corde commune, réelle ou idéale, située à l'infini, elles sont nécessairement* s *et* s.p.

**143.** Il resterait à démontrer que *des coniques quelconques ont, pour des positions indéterminées, des cordes et des sécantes idéales communes, comme elles ont, pour de semblables positions, des points d'intersection réels et des cordes réelles également communes.*

Il serait surtout important de *trouver une construction simple et directe de la corde idéale commune à deux coniques.* (*Prop. proj.*, 57, 58, 59.)

Cette recherche se rattache au *principe de continuité*, qui résume la doctrine de Poncelet, mais qui ne saurait être compris ou exposé sans le secours de l'analyse.

## § XV. Transformation des coniques.

**144.** Lemme. — *Une conique se transforme en toute autre conique.*

Le pôle de la droite prise pour axe des $y$ devient le centre, et les droites conjuguées qui se coupent au pôle deviennent les diamètres conjugués de la nouvelle courbe.

**145.** *Trouver les axes de la transformée.* 1° Si le pôle P de l'axe des $y$ est intérieur à la conique donnée (*fig.* 33), la transformée sera une ellipse.

Soit E le point de concours. Deux droites conjuguées PQ, PR deviendront deux diamètres conjugués de l'ellipse, dont l'angle sera égal à QER. Ainsi :

*On peut transformer une conique en une ellipse ayant deux diamètres conjugués qui se coupent sous un angle donné.*

Le lieu du point E sera le segment de cercle décrit sur QR capable de cet angle, et, en passant de la transformation à la perspective, *le lieu de l'œil dans l'espace sera la surface de révolution engendrée par ce segment de cercle tournant autour de* QR.

Supposons le cercle de la *fig.* 55 remplacé par une conique.

Soit O' le point où l'axe des $y$ est coupé par le diamètre conjugué de sa direction, et O'E' l'ordonnée de la demi-circonférence décrite sur QR comme diamètre. O'E' sera la longueur de la demi-corde idéale de la conique dirigée suivant l'axe des $y$, et on aura $O'E'^2 = O'Q \times O'R$. Décrivons une circonférence passant par E et E', dont le centre soit sur l'axe des $y$, et soient Q', R' les points où elle coupe cet axe. On aura

$$O'Q' \times O'R' = O'Q \times O'R = O'E'^2.$$

PQ' et PR' seront deux droites conjuguées, et l'angle Q'ER' des transformées étant droit, ces transformées seront les axes de l'ellipse.

*Le lieu de l'œil dans l'espace sera la circonférence décrite par le point* E *dans un plan perpendiculaire à l'axe des* y.

Si le point E coïncide avec E', tous les diamètres conjugués de la transformée seront rectangulaires, ce qui est la propriété caractéristique du cercle. Donc :

*Une conique se transforme en un cercle, si l'on prend pour axe des* y *une corde idéale, pour axe des* x *la perpendiculaire par son milieu, et pour distance de la parallèle la demi-corde idéale.*

*Le lieu de l'œil dans l'espace est la circonférence décrite du milieu de la corde idéale avec un rayon égal à la moitié de cette corde, et dans un plan qui lui soit perpendiculaire.* (*Prop. proj.*, 110.)

En d'autres termes : *Toute conique se transforme en un cercle, si l'on prend pour axe des* y *une droite quelconque qui ne rencontre pas la conique, pour axe des* x *la perpendiculaire au point où la droite est coupée par le diamètre conjugué, et pour distance de la parallèle la*

*moyenne proportionnelle entre les segments, déterminés, de part et d'autre de l'origine, par un point* Q *de la droite et la polaire* PR *de ce point.*

2° Si le pôle P de l'axe des $y$ est extérieur, la transformée sera une hyperbole. Soient A et B les intersections de la conique avec l'axe des $y$, et E le point de concours (*fig.* 33). Les tangentes PA, PB deviendront les asymptotes de l'hyperbole, faciles à construire, car elles ont pour directions EA et EB, et passent par les points où ces tangentes coupent la parallèle. Les axes seront les bissectrices de leurs angles.

Ou bien, les bissectrices des angles que font EA et EB coupent l'axe des $y$ en Q′ et en R′, conjugués harmoniques sur la corde AB. Donc PQ′ et PR′ sont les droites conjuguées qui se transformeront en axes de l'hyperbole, et celle qui coupe la conique deviendra l'axe transverse.

Si l'on veut que l'angle des asymptotes soit égal à un angle donné, on prendra le point E sur un segment de cercle décrit sur AB, et capable de cet angle.

*Le lieu de l'œil dans l'espace sera la surface de révolution engendrée par ce segment tournant autour de* AB.

Si l'on veut que l'hyperbole soit équilatère, on prendra le point E sur la circonférence décrite sur AB comme diamètre.

*Le lieu de l'œil sera la surface de la sphère ayant* AB *pour diamètre.*

3° Si le pôle P de l'axe des $y$ est sur la conique, cet axe sera la tangente en ce point, et on aura pour transformée une parabole. Soit E le point de concours (*fig.* 38); EP sera la direction commune des diamètres de la parabole, et la perpendiculaire EA celle de la tangente au sommet.

Menons par le point A une tangente AN à la conique. NP et NA seront deux droites conjuguées qui se transformeront en axe de la parabole et en tangente au sommet.

Si l'on veut que NP et NA se transforment en un diamètre et en une tangente par son extrémité qui se coupent sous un angle donné, le lieu du point E sera le segment de cercle décrit sur AP, et capable de cet angle. *Le lieu de l'œil dans l'espace sera la surface de révolution engendrée par ce segment tournant autour de* AP.

**146.** *Transformer une conique en un cercle, de manière qu'un point intérieur* P *devienne le centre du cercle.*

On prendra pour axe des $y$ la polaire du point P, qui sera une droite extérieure à la conique, et on opérera comme on vient de l'indiquer.

Si le point P est le foyer de la conique, l'axe des $y$ est la polaire focale ou la directrice, et on retrouve le *principe* de Poncelet.

**147.** *Transformer une conique en une autre, de manière qu'un point intérieur* F *devienne le foyer de la nouvelle courbe.* Prenons pour axe des $y$ une droite qui ne soit point la polaire du point F. Les droites conjuguées se coupant en F donneront des segments en involution sur l'axe des $y$, et, les points doubles étant imaginaires, toutes les circonférences décrites sur ces segments, comme diamètres, auront une même corde commune perpendiculaire sur l'axe des $y$, et dont le milieu sera sur cet axe. Une des extrémités de cette corde étant le point de concours, les droites conjuguées qui se coupent en F se transformeront en droites conjuguées se coupant en F′, et qui seront toutes rectangulaires ; donc F′ sera un foyer de la nouvelle courbe, *ellipse, hyperbole* ou *parabole*, suivant que l'axe des $y$ sera extérieur à la conique donnée, sécant ou tangent.

*N. B.* Si l'axe des $y$ était la polaire du point F, le point F′ deviendrait à la fois le foyer et le centre de la nouvelle courbe, qui serait un cercle.

**148.** *Transformer une conique en une autre, de manière qu'un point intérieur* F *devienne le foyer, et un autre point* P *le centre de la nouvelle courbe.*

On prendra pour axe des $y$ la polaire du point P, et on trouvera le point de concours par la condition que F devienne le foyer.

**149.** *Transformer une conique en une autre, de manière que deux points intérieurs* F, F′ *deviennent les foyers de la nouvelle courbe.*

La droite FF′ coupera la conique en A, A′. Il existe deux points qui divisent harmoniquement chacun des segments FF′ et AA′, dont l'un P est intérieur. On prendra la polaire de P pour axe des $y$, et on déterminera le point de concours par la condition que F devienne un foyer. P deviendra à la fois le centre de la nouvelle courbe et le milieu des transformées de F et de F′. Comme F devient un foyer, F′ deviendra l'autre foyer.

**150.** *Transformer une conique en une parabole, de manière qu'un point*

*intérieur* F *devienne le foyer, et un point* A *de la courbe le sommet de la parabole.*

FA coupera la conique en un second point A′, et on prendra pour axe des $y$ la tangente en A′. (Chasles; *Coniques*, pag. 116.)

**151.** *Des coniques qui ont une corde commune se transforment en tout autant de coniques* s *et* s.p.

Prenons la corde commune pour axe des $y$, et soit E le point de concours.

1° Si la corde est réelle, les transformées seront des hyperboles ayant leurs asymptotes parallèles;

2° Si la corde est idéale, les transformées seront des ellipses ayant leurs asymptotes imaginaires parallèles;

3° Si la corde est nulle, les transformées seront des paraboles ayant leurs axes parallèles.

Par conséquent, dans tous les cas, les transformées seront des coniques *s* et *s.p.*

**152.** *Des coniques qui ont une corde idéale commune se transforment en tout autant de cercles.*

On prendra pour axe des $y$ la corde idéale, pour axe des $x$ la perpendiculaire en son milieu, et pour distance de la parallèle la moitié de la corde idéale.

**153.** *Des coniques qui ont un double contact se transforment en tout autant de coniques* s et s.p *ayant même centre.*

On prendra la corde de contact pour axe des $y$, ce qui donnera des coniques *s* et *s.p.* Comme la corde de contact a évidemment le même pôle par rapport à chacune des coniques, ce pôle deviendra le centre commun des transformées.

**154.** *Des coniques qui ont un double contact idéal se transforment en tout autant de cercles concentriques.*

On prendra pour axe des $y$ la corde idéale de contact, pour axe des $x$ la perpendiculaire en son milieu, et pour distance de la parallèle la moitié de la corde idéale. Le pôle commun de l'axe des $y$ deviendra le centre commun des cercles résultant de la transformation.

**155.** *Des coniques circonscrites à un même quadrilatère se transforment en tout autant de coniques concentriques dont les axes ont les mêmes directions.*

On prendra pour axe des $y$ la troisième diagonale du quadrilatère. Le point où se coupent les deux autres étant le pôle de l'axe des $y$ par rapport à chacune des coniques, deviendra le centre commun des transformées qui seront circonscrites à un même parallélogramme. Donc les axes seront dirigés suivant les parallèles également distantes des côtés du parallélogramme.

En déterminant le point de concours de manière que l'une des coniques devienne un cercle :

*Des coniques circonscrites à un même quadrilatère se transforment en un cercle et en coniques qui ont pour centre commun celui de ce cercle.*

**156.** *Deux coniques* s *et* s.p *ou homothétiques jouissent de toutes les propriétés de deux cercles.* En effet :

*Une conique se reproduit en prenant pour point de concours un point qui ne soit pas sur la courbe, et pour parallèle la polaire de ce point.*

Il en résulte ce lemme :

*Une conique se transforme en une conique homothétique, si l'on prend pour point de concours un point qui ne soit pas sur la courbe, et pour parallèle une parallèle à la polaire de ce point.*

Et cette conséquence :

*Deux coniques homothétiques se transforment l'une en l'autre en prenant pour point de concours celui de leurs tangentes extérieures ou intérieures communes, et pour parallèle la parallèle à égale distance des cordes de contact de ce point.*

Il sera donc facile de refaire le § XII pour le cas de deux coniques homothétiques. (Voir le *Mémoire* de M. Chasles, *Ann.* de Gergonne, tom. XVIII.)

M. Chasles appelle axe de *symptose* la droite analogue à l'axe *radical*, et qui est aussi la parallèle également distante des polaires de similitude directe et des polaires de similitude inverse des deux coniques homothétiques. Lorsque ces coniques n'ont aucun point réel, cet axe est une corde idéale commune.

## § XVI. Théorie des polaires réciproques.

**157.** Lemme. — *Tout point d'un plan a une polaire et toute droite de ce plan a un pôle, par rapport à un cercle ou à une conique.*

Une figure quelconque pourra donc se transformer au moyen du cercle, ou de la conique, en une nouvelle figure dont les *points* correspondront à des *droites*, et dont les *droites* correspondront à des *points* de la première.

Nous allons étudier ce nouveau mode de transformation, que l'on doit aussi à Poncelet.

Soit un polygone dont les côtés A, B, C. D,... ont pour pôles respectifs $a, b, c, d...$; ces pôles seront les sommets d'un nouveau polygone dont les côtés auront réciproquement pour pôles les sommets du premier. En effet, le côté $ab$, par exemple, du second polygone, passant par les pôles des côtés A, B du premier, aura pour pôle l'intersection de ces côtés.

Ainsi, on peut obtenir chacun de ces polygones au moyen de l'autre, soit en prenant les pôles des côtés, soit en prenant les polaires des sommets, par rapport au cercle ou à la conique qui sert à opérer la transformation et qu'on appelle la *directrice*.

Le lieu des pôles des tangentes en chacun des points d'une courbe C sera une nouvelle courbe C′, à laquelle seront tangentes les polaires des divers points de la première.

Car $m, n$ étant les points de contact de deux tangentes consécutives de C, et $m', n'$ les pôles de ces tangentes, la corde $m'n'$ sera la polaire du point d'intersection des tangentes en $m$ et en $n$, et lorsque ces points se réuniront en un seul, la corde $m'n'$ deviendra tangente à la courbe C′, que l'on pourra aussi considérer comme l'enveloppe des polaires des divers points de C.

On verrait de même que C peut être considérée, soit comme le lieu des pôles des tangentes de C′, soit comme l'enveloppe des polaires des divers points de C′.

Les points d'intersection de l'une des courbes par une droite donnent tout autant de tangentes de l'autre, qui se coupent au pôle de la droite. Le nombre de ces tangentes, issues d'un même point, indique ce qu'on appelle

la *classe* de la courbe, et on sait que le nombre des intersections de la courbe avec une droite indique le *degré*. Par conséquent :

*Le degré de l'une des courbes est égal à la classe de l'autre.*

Les coniques sont à la fois des courbes du second degré et de la seconde classe, puisqu'il existe deux tangentes par le même point ; mais pour les courbes de degré supérieur, la *classe* de la courbe peut différer de son *degré*.

Par exemple, les courbes du troisième degré peuvent être de la sixième classe, car il peut exister six tangentes par un même point. Mais parmi ces courbes, il en est qui sont d'une classe inférieure, et d'autres qui sont de la troisième classe.

**158.** Deux figures telles que les points de l'une ont pour polaires les droites de l'autre, et réciproquement, sont dites *polaires réciproques*. Donc:

*La polaire réciproque d'une conique est une autre conique.*

**159.** On prend le plus ordinairement un cercle pour directrice, et il suffit de se donner son centre et son rayon pour trouver la polaire réciproque d'une figure quelconque. Car le pôle d'une droite est sur la perpendiculaire abaissée du centre sur la droite, et le produit des distances du pôle et de la polaire au centre est égal au carré du rayon.

*N. B.* Si le rayon du cercle varie, la position seule de la polaire réciproque est altérée.

**160.** *La polaire réciproque d'un cercle concentrique au cercle directeur est un autre cercle concentrique.* Soit CA un rayon du cercle directeur coupant en B un cercle concentrique (*fig.* 45). La tangente en B aura pour pôle un point B′ de CA, tel que $CB \times CB' = CA^2$. CB′ étant constant, le lieu du point B′ est une circonférence concentrique.

**161.** *La polaire réciproque d'un cercle quelconque est une conique.*

*Ellipse :* Si le centre du cercle directeur est intérieur au cercle donné, car aucune des tangentes au cercle donné n'aura son pôle à l'infini.

*Hyperbole :* Si le centre est extérieur, car les tangentes menées par ce point au cercle donné auront leurs pôles à l'infini.

*Parabole :* Si le centre est sur la circonférence du cercle donné, car la tangente en ce point, au cercle donné, aura son pôle à l'infini.

*N. B.* Il en serait de même si l'on prenait pour directrice une conique.

**162.** Supposons une figure quelconque et sa polaire réciproque, que l'on pourra toujours construire au besoin.

Les *points* de l'une des figures correspondront à des *droites* de l'autre, et réciproquement.

A un *polygone*, correspondra un *polygone polaire réciproque* d'un même nombre de côtés.

A une *courbe* d'un *degré* quelconque, correspondra une *courbe* de la même *classe*, et réciproquement.

A un polygone *inscrit* ou *circonscrit* à une courbe, correspondra un polygone *circonscrit* ou *inscrit* à la polaire réciproque de la courbe.

Au *lieu géométrique d'un point*, correspondra la *courbe enveloppe d'une droite*, polaire du point, et réciproquement.

A des *points en ligne droite* de l'une des figures, correspondront *tout autant de droites se coupant au même point* dans la nouvelle figure, et réciproquement.

A des *points en ligne droite sur une courbe*, correspondront *tout autant de tangentes issues d'un même point* à la nouvelle courbe, et réciproquement.

A un *point commun à deux courbes*, correspondra une *tangente commune aux polaires réciproques de ces courbes.*

Donc : *Si deux courbes se touchent en un ou plusieurs points, les polaires réciproques se toucheront en tout autant de points*, car un point de contact devient une tangente commune, et la tangente en ce point devient le point de contact de la nouvelle tangente, etc., etc.

Par conséquent : *A toute propriété descriptive de l'une des figures, correspondra une propriété descriptive de l'autre figure.*

On trouvera facilement le nouvel énoncé d'après ce qui précède. Il suffira de changer les mots *points* et *droites* en *droites* et *points* ; *degré* et *classe* en *classe* et *degré*; *inscrit* et *circonscrit* en *circonscrit* et *inscrit*, etc. C'est en cela que consiste le principe de la *dualité*, que les propriétés réciproques du pôle et de la polaire dans le cercle avaient conduit Gergonne à émettre, mais qui n'a été pleinement justifié que par la théorie des polaires réciproques de Poncelet.

Si l'on modifie l'une des figures, et qu'il en résulte de nouvelles propriétés descriptives ; si l'on suppose, par exemple, que l'un des points coïncide avec un ou plusieurs autres, qu'il passe à l'infini, qu'il décrive une droite ou une courbe, etc., il en résultera de nouvelles propriétés *corrélatives* pour l'autre figure, ce qui permettra, suivant la piquante expression de Gergonne, de *faire de la géométrie en partie double.*

Pour bien comprendre toute l'importance du principe de la dualité, supposons le théorème de Pascal découvert de nos jours. On en conclurait immédiatement le théorème corrélatif de Brianchon, et c'est précisément par les propriétés réciproques des pôles et polaires que Brianchon le découvrit près de deux siècles après la mort de Pascal. En effet, la polaire réciproque d'un hexagone inscrit à une conique est un hexagone circonscrit à une conique, et les côtés opposés du premier deviennent les diagonales qui joignent les sommets opposés du second.

En supposant les deux théorèmes inconnus, la découverte de l'un révélerait immédiatement l'existence de l'autre.

Le théorème de Pascal, ayant lieu quelle que soit la longueur des côtés de l'hexagone inscrit, subsiste si un ou plusieurs des côtés deviennent nuls, ou de sécants deviennent tangents, ce qui donne des théorèmes sur le pentagone, le quadrilatère et le triangle *inscrits* à une conique, qui ont pour corrélatifs des théorèmes sur le pentagone, le quadrilatère et le triangle *circonscrits*.

De même, le théorème de Brianchon reproduit celui de Pascal ; et comme il a lieu quels que soient les angles de l'hexagone circonscrit, il subsiste en supposant un ou plusieurs des angles égaux à deux droits, ou en remplaçant deux côtés consécutifs par une tangente ; ce qui reproduit les théorèmes sur le pentagone, le quadrilatère et le triangle *circonscrits*, et par suite les théorèmes sur le pentagone, le quadrilatère et le triangle *inscrits*.

Voici le tableau de ces théorèmes corrélatifs.

*Dans tout hexagone inscrit à une conique, les côtés opposés se coupent en trois points situés sur la même droite.*

*Dans tout hexagone circonscrit à une conique, les diagonales qui joignent les sommets opposés se coupent au même point.*

Si un côté de l'hexagone inscrit est remplacé par une tangente, on a un

pentagone inscrit ayant pour sommet le point de contact de la tangente, et il en résulte ce double théorème, que l'on retrouverait en supposant que l'un des angles de l'hexagone circonscrit fût égal à deux droits :

*Dans tout pentagone inscrit à une conique, le point de concours de la tangente par un sommet et du côté opposé et les points de concours des autres côtés non consécutifs, sont trois points en ligne droite.*

*Dans tout pentagone circonscrit à une conique, la droite qui joint un sommet au point de contact du côté opposé et les diagonales qui joignent les autres sommets non consécutifs, se coupent au même point.*

Si un second côté de l'hexagone devient tangent, on a un quadrilatère inscrit et des tangentes par deux des sommets qui peuvent être adjacents ou opposés. Donc :

*Dans tout quadrilatère inscrit à une conique, si l'on mène des tangentes par deux sommets adjacents, le point de concours de chacun avec le côté passant par le point de contact de l'autre et le point de concours des deux autres côtés, sont trois points en ligne droite.*

*Dans tout quadrilatère circonscrit à une conique, si l'on prend les points de contact de deux côtés adjacents, et que l'on joigne le point de contact de chaque côté avec le sommet de l'autre côté et les deux autres sommets opposés, on aura trois droites se coupant au même point.*

*Dans tout quadrilatère inscrit à une conique, les points de concours des tangentes par les sommets opposés et les points de concours des côtés opposés sont quatre points en ligne droite.*

*Dans tout quadrilatère circonscrit à une conique, les deux diagonales et les droites qui joignent les points de contact des côtés opposés sont quatre droites qui se coupent en un même point.*

Enfin, si un troisième côté de l'hexagone devient tangent, on a un triangle inscrit et trois tangentes par les sommets. Donc :

*Dans tout triangle inscrit à une conique, les points de concours de chaque côté avec la tangente menée*

*Dans tout triangle circonscrit à une conique, les droites qui joignent le point de contact de chaque côté*

*par le sommet opposé sont trois points en ligne droite.* *avec le sommet opposé se coupent au même point.*

**163.** La transformation des propriétés métriques s'effectue en vertu de ces principes.

1° *L'angle de deux droites est égal à celui des rayons du cercle directeur qui passent par les pôles de ces droites.*

Car ces rayons sont respectivement perpendiculaires à ces droites.

2° *Le rapport des distances de deux points au centre du cercle directeur est égal à celui des distances de chacun de ces points à la polaire de l'autre.*

Soit O le centre du cercle directeur, R son rayon, A et B deux points, et PA', QB' leurs polaires respectivement perpendiculaires à OA et à OB (*fig.* 46). $OA \times OA' = R^2 = OB \times OB'$, d'où $\frac{OA}{OB} = \frac{OB'}{OA'}$. Abaissons du point A la perpendiculaire AC sur OB, et du point B la perpendiculaire BD sur OA. Les triangles OAC, OBD étant semblables, $\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD}$. Donc $\frac{OC}{OD} = \frac{OB'}{OA'} = \frac{OB' - OC}{OA' - OD} = \frac{CB'}{DA'} = \frac{AM}{BN}$, et par suite $\frac{OA}{OB} = \frac{AM}{BN}$, *c.q.f.d.* Ce théorème est dû au géomètre anglais Salmon.

3° *La polaire réciproque d'un cercle quelconque est une conique qui a pour foyer le centre du cercle directeur, et pour directrice la polaire du centre du cercle donné par rapport au cercle directeur.*

Soit O le centre du cercle directeur, et PQ la polaire du centre C d'un autre cercle (*fig.* 47). Une tangente MT à cet autre cercle a pour pôle un point $m$ situé sur la perpendiculaire OT à la tangente MT, et tel que $Om \times OT = R^2$. Les deux points C et $m$ ayant pour polaires par rapport au cercle directeur les droites PQ et MT, on a par le théorème précédent $\frac{Om}{OC} = \frac{mn}{CM}$, ou $\frac{Om}{mn} = \frac{OC}{CM}$. Le second membre étant constant, le lieu du point $m$, polaire réciproque du cercle C, est une conique qui a pour foyer O, et pour directrice PQ. *c. q. f. d.*

Cor. — *Des cercles se transforment en coniques de même foyer.*

*Des cercles concentriques se transforment en coniques qui ont le même foyer et la même directrice.*

Deux rayons quelconques d'un cercle ayant leurs pôles sur les perpendiculaires par le foyer de la conique qui résulte de la transformation du cercle, nous retrouvons le principe de Poncelet :

*Toutes les propriétés des angles au centre dans le cercle, s'étendent aux angles qui ont leur sommet au foyer d'une conique.*

4° *La distance d'un point au centre du cercle directeur,* en supposant son rayon égal à l'unité, *devient l'inverse de la distance de sa polaire à ce centre.*

Car A étant le point, et A' celui où sa polaire coupe le rayon dirigé suivant OA, $OA \times OA' = R^2 = 1$, d'où $OA = \frac{1}{OA'}$.

5° Les segments d'une droite quelconque se transforment en vertu de ce théorème dû à M. Mannheim, professeur à l'École Polytechnique :

(*Transformation des propriétés métriques des figures à l'aide de la théorie des polaires réciproques,* 1857.)

*Soit* ab *un segment d'une droite* M *dont le pôle est* m, *et* A, B *les polaires de* a, b *qui se couperont en* m (*fig.* 48). *Menons par le centre* O *du cercle directeur une droite quelconque* D *coupant les polaires en* c, d ; *on aura*

$$ab = \left(\frac{1}{Od} - \frac{1}{Oc}\right) \times \frac{1}{\sin dOm}.$$

En effet, projetons le segment $ab$ sur la droite D en $c'd'$ ; ce qui donne $c'd' = ab \cos(M,D)$. $\cos(M,D) = \sin(M,ac') = \sin dOm$, car $Om$ et $Od$ sont respectivement perpendiculaires à M et à $ac'$. Donc $ab = \frac{c'd'}{\sin dOm}$ ; mais la droite $bd'$ passant par $b$ a son pôle sur B. Comme D est perpendiculaire sur $bd'$, ce pôle est le point $d$, et $Od' \times Od = 1$. De même la droite $ac'$ a pour pôle $c$, et $Oc \times Oc' = 1$. Donc $c'd' = Od' - Oc' = \frac{1}{Od} - \frac{1}{Oc}$ ;

et par suite $ab = \left(\frac{1}{Od} - \frac{1}{Oc}\right) \times \frac{1}{\sin dOm}$. (I)

*N. B.* On donne le même signe aux segments de même direction et des signes contraires aux segments de direction contraire. Dans l'expression

de $ab$, on commence par l'inverse du segment O$d$ terminé à la polaire B de l'autre extrémité de $ab$. Par conséquent on aurait

$$ba = \left(\frac{1}{\mathrm{O}c} - \frac{1}{\mathrm{O}d}\right)\frac{1}{\sin d\mathrm{O}m}.$$

Soit $pf$ une parallèle à D coupant A et B en $e$ et $f$,

$$\frac{\mathrm{O}d}{pf} = \frac{\mathrm{O}m}{pm} = \frac{\mathrm{O}c}{pe};\ \text{d'où}\ \frac{1}{\mathrm{O}d} = \frac{pm}{\mathrm{O}m} \times \frac{1}{pf},\ \text{et}\ \frac{1}{\mathrm{O}c} = \frac{pm}{\mathrm{O}m} \times \frac{1}{pe}.$$

Par suite, $$ab = \frac{pm}{\mathrm{O}m}\left(\frac{1}{pf} - \frac{1}{pe}\right) \times \frac{1}{\sin fpm}. \qquad \text{(II)}$$

Si la transversale $pf$ est perpendiculaire sur O$m$, $\sin fpm = 1$, et

$$ab = \frac{pm}{\mathrm{O}m}\left(\frac{1}{pf} - \frac{1}{pe}\right). \qquad \text{(III)}$$

Si la transversale est parallèle à A, le point $e$ passe à l'infini, et

$$ab = \frac{pm}{\mathrm{O}m} \times \frac{1}{pf} \times \frac{1}{\sin fpm}. \qquad \text{(IV)}$$

Si la transversale passe par le centre O du cercle directeur, O$m$ $= pm$, et les formules se simplifient.

On trouve dans le curieux Mémoire de M. Mannheim dix-huit expressions du segment $ab$ qui ne sont que des formes différentes de la formule (II), la plus importante, et l'on y voit comment la théorie des polaires réciproques conduit à celle des divisions homographiques.

De la formule (I) résulte ce théorème :

*Étant donné un angle* (A,B) *et un point* O *dans son plan, si par ce point on mène une transversale* D *coupant les côtés de l'angle en* c *et* d, on aura

$$\left(\frac{1}{\mathrm{O}d} - \frac{1}{\mathrm{O}c}\right) \times \frac{1}{\sin d\mathrm{O}m} = \text{const.}$$

Il est facile de le démontrer *à priori*. Car dans le triangle $cdm$, on a $\frac{cd}{md} = \frac{\sin \mathrm{B}mc}{\sin m\mathrm{O}c}$. Dans le triangle $m\mathrm{O}d$, $\frac{md}{\mathrm{O}d} = \frac{\sin d\mathrm{O}m}{\sin \mathrm{O}m\mathrm{B}}$. Dans le triangle $cm\mathrm{O}$, $\frac{m\mathrm{O}}{\mathrm{O}c} = \frac{\sin mc\mathrm{O}}{\sin \mathrm{O}mc}$. Multipliant et réduisant

$$\frac{cd}{Od.Oc} \times \frac{1}{\sin dOm} = \text{const.},$$

qui est la formule à démontrer, à cause de $cd = Oc - Od$.

(II) donne cet autre théorème, tout aussi facile à démontrer *à priori*.

*Trois droites* A, B, S *se coupant au même point* m, *si l'on mène une transversale coupant ces droites en* e, f, p, on aura

$$mp\left(\frac{1}{pf} - \frac{1}{pe}\right) \times \frac{1}{\sin fpm} = \text{const.}$$

6° *Transformer la distance d'un point* m *à une droite* A. Soit $p$ le pied de la perpendiculaire B abaissée de $m$ sur A (*fig.* 49). Il s'agit de transformer le segment $mp$. M étant la polaire de $m$, celle de $p$ passera par le pôle $a$ de A, et par le pôle $b$ de la perpendiculaire B. Or ce pôle se trouvera sur $Ob$ perpendiculaire à $Oa$ et sur M. Donc $ba$ est la polaire P de $p$, et on aura $pm = \frac{1}{Oc} - \frac{1}{Oa}$. Par conséquent, il est inutile de chercher P, et il suffit de joindre le centre O du cercle directeur au pôle $a$ de la droite A. Cette ligne coupera la polaire M de $m$ en $c$, et il en résultera $pm$.

7° *Quatre points situés sur une droite se transforment en un faisceau de quatre droites qui ont même rapport anharmonique.*

Car le faisceau a pour origine le pôle de la droite, et ses rayons sont respectivement perpendiculaires à ceux du cercle directeur qui passent par les quatre points de la droite.

Réciproquement : *Un faisceau de quatre droites se transforme en quatre points situés sur la polaire de l'origine du faisceau, et qui ont même rapport anharmonique.*

Donc : *Deux divisions homographiques se transforment en deux faisceaux homographiques, et réciproquement.*

*Deux divisions en involution se transforment en deux faisceaux en involution, et réciproquement.*

La transformation des théorèmes est en outre facilitée par ces remarques.

O étant le centre du cercle directeur, et S, S′ deux courbes polaires réciproques, deux points $a, b$ de S ont pour polaires deux tangentes A′, B′ de S′, qui sont respectivement perpendiculaires à $Oa$, $Ob$. Les points de contact $a'$, $b'$ de ces tangentes ont réciproquement pour polaires A, B, tangentes

à S en $a,b$. La corde C des tangentes A, B a pour pôle le point de concours $c'$ des tangentes A′, B′, et réciproquement la corde C′ des tangentes A′, B′ a pour pôle le point de concours $c$ des tangentes A, B.

Si S est une conique, la polaire réciproque S′ est une autre conique, et on a ce théorème :

*Un point et sa polaire, par rapport à une conique, se transforment en une droite et en pôle de cette droite, par rapport à la nouvelle conique.*

**164.** Transformons les théorèmes les plus élémentaires du cercle.

*La tangente au cercle est perpendiculaire au rayon mené au point de contact.*

Le pôle de la tangente au cercle est un point d'une conique qui a pour foyer le centre O du cercle directeur, et pour directrice la polaire du centre du cercle donné. Le pôle du rayon perpendiculaire est l'intersection de la polaire du centre (directrice) avec la polaire du point de contact (tangente à la conique). Les deux pôles sont vus du foyer O sous un angle égal à celui de la tangente avec le rayon perpendiculaire.

Donc : *Un point d'une conique et le point où sa tangente coupe la directrice sont vus du foyer sous un angle droit.*

*Deux tangentes* A *et* B *à un cercle font des angles égaux avec la corde de contact* C *de ces tangentes.*

*La droite menée du foyer au point de concours de deux tangentes à une conique est la bissectrice de l'angle des rayons vecteurs menés aux deux points de contact.*

A et B ont pour pôles les points de contact $a,b$ de deux tangentes à une conique qui a pour foyer le centre O du cercle directeur. C a pour pôle le point de concours $c$ de ces tangentes. Donc l'angle (A,C) $= aOc$, l'angle (B,C) $= bOc$ ; et comme (A,C) $=$ (B,C), l'angle $aOc = bOc$.

Lorsque le centre O du cercle directeur est sur la circonférence du cercle que l'on transforme, la polaire réciproque est une parabole.

*Les cordes d'un cercle vues d'un point de la circonférence sous le même angle, enveloppent un cercle concentrique.*

*Le lieu du sommet d'un angle constant circonscrit à une parabole est une conique qui a le même foyer et la même directrice.*

Les extrémités d'une corde ont pour polaires deux tangentes à la parabole perpendiculaires aux côtés de l'angle sous-tendu par la corde, et cette corde a pour pôle le point de concours de ces tangentes.

*Les projections d'un point* O *d'une circonférence sur les côtés d'un triangle inscrit* ABC *sont trois points en ligne droite.*

(Proposition connue.)

*Les perpendiculaires élevées par les sommets d'un triangle circonscrit à une parabole sur les droites qui joignent ces sommets au foyer, se coupent au même point.*

Le pied D de la perpendiculaire abaissée du point O sur le côté AB a pour polaire la ligne des pôles de OD et de AB. Le pôle de AB est le point de concours *c* de deux tangentes à la parabole. OD, qui passe par le centre, a son pôle à l'infini sur le rayon perpendiculaire. Comme les deux pôles sont vus du foyer O sous un angle droit, la polaire de OD est la perpendiculaire élevée par *c* à la ligne O*c* qui joint ce point au foyer.

E étant le point où se coupent les trois perpendiculaires, la circonférence qui aurait OE pour diamètre passera par les trois sommets du triangle circonscrit à la parabole.

Donc : *Les trois sommets d'un triangle circonscrit à une parabole sont sur une circonférence qui passe par le foyer.*

Par conséquent : *Le lieu des foyers de toutes les paraboles tangentes à trois droites est une circonférence.*

*Le lieu des points par lesquels on peut mener à un cercle des tangentes qui se coupent sous le même angle, est un cercle concentrique.*

*L'enveloppe des cordes de contact de ces tangentes est un autre cercle concentrique.*

*L'enveloppe des cordes d'une conique qui sous-tendent le même angle au foyer est une conique qui a même foyer et même directrice.*

*Le lieu des points de concours des tangentes par les extrémités de ces cordes est une autre conique qui a même foyer et même directrice.*

*Si par un même point on mène des tangentes à des cercles concentriques, les points de contact sont sur une circonférence passant par*

*Si par les intersections d'une droite avec des coniques de même foyer et de même directrice on mène des tangentes à ces courbes, ces*

*le point et par le centre commun de ces cercles.*

*tangentes enveloppent une conique de même foyer tangente à la droite et à la directrice commune.*

**165.** L'existence d'un théorème sera indiquée par celle du théorème corrélatif ; on aura le choix entre la démonstration de l'un ou de l'autre, et l'on pourra s'aider en outre de la transformation de la figure.

Soit, par exemple, le théorème de Desargues et son corrélatif :

*Les six points où une transversale coupe les côtés opposés d'un quadrilatère inscrit à une conique sont en involution.*

*Les six droites menées d'un même point aux sommets opposés d'un quadrilatère circonscrit à une conique, et les tangentes par ce point à la conique, sont en involution.*

Transformons la figure relative au premier théorème, de manière que la conique devienne un cercle, et reproduisons ensuite le cercle, de manière que la nouvelle transversale soit parallèle à un des côtés du nouveau quadrilatère inscrit. Il suffira de démontrer le théorème pour ce cas particulier.

Soit le quadrilatère ABCD inscrit à un cercle (*fig.* 50) et L une transversale parallèle au côté CD, par exemple. Le côté AB coupe L en O, et $a, a'$ étant les intersections du cercle avec L, on a $Oa \times Oa' = OA \times OB$. Les deux autres côtés opposés coupent L en $b, b'$, et les triangles semblables $OAb$, $OBb'$ donnent $Ob \times Ob' = OA \times OB$. Donc $Oa \times Oa' = Ob \times Ob'$, ce qui prouve l'involution des trois couples de points $a, a'$ ; $b, b'$ ; $O, \infty$ ; par suite, celle des trois couples de points où le cercle et les côtés opposés d'un quadrilatère inscrit sont coupés par une transversale quelconque, et par suite l'involution pour le cas où le cercle est remplacé par une conique quelconque.

*N. B.* Au quadrilatère ABCD, on peut substituer tout autre quadrilatère ACBD, par exemple, car $Oa \times Oa' = OA \times OB$, et les triangles semblables $OAc'$, $OBc$ donnent $Oc \times Oc' = OA \times OB$ ; donc

$$Oa \times Oa' = Oc \times Oc' = Ob \times Ob'.$$

Ainsi : Dans le théorème de Desargues, on peut remplacer deux côtés

opposés du quadrilatère par deux diagonales, et par conséquent, dans le corrélatif, on peut remplacer les droites menées à deux sommets par celles qui seraient menées aux points de concours de deux côtés opposés.

De ces deux propositions résultent ces conséquences :

Théorème de Sturm. *Les intersections d'une transversale avec des coniques circonscrites à un même quadrilatère sont des couples de points en involution.*

*Les tangentes par un même point à des coniques inscrites à un même quadrilatère sont des couples de rayons en involution.*

*Si on déforme un quadrilatère inscrit à une conique en faisant tourner trois de ses côtés autour de trois points situés sur la même droite, le quatrième côté tournera autour d'un point de la même droite.*

*Si on déforme un quadrilatère circonscrit à une conique en faisant glisser trois des sommets sur trois droites se coupant au même point, le quatrième sommet glissera sur une droite passant par le même point.*

En supposant nul un des côtés du quadrilatère inscrit :

*Une transversale coupe une conique, deux côtés d'un triangle inscrit, le troisième côté du triangle et la tangente par le sommet opposé, en six points en involution.*

*Les tangentes par un point à une conique, les droites menées de ce point à deux sommets d'un triangle circonscrit, au troisième sommet et au point de contact du côté opposé, sont en involution.*

*Inscrire à une conique un triangle dont les trois côtés passent par trois points donnés sur une droite.*

On inscrira un quadrilatère dont trois sommets passent par les points donnés, et si du point où le quatrième côté coupe la droite on mène des tangentes à la conique, les points de contact de ces tangentes seront les

*Circonscrire à une conique un triangle dont les trois sommets soient situés sur trois droites qui se coupent au même point.*

On circonscrira un quadrilatère dont trois sommets soient sur les droites données, et si l'on joint le quatrième sommet au point où se coupent les droites, on aura une droite qui donnera sur la conique les

sommets de deux triangles inscrits qui satisferont à la question.

Construire une conique :

*1° Passant par cinq points.*

Quatre de ces points sont les sommets d'un quadrilatère inscrit *abcd*. Menons une transversale par le cinquième point *e*. Elle coupera les côtés opposés du quadrilatère en deux couples de points qui déterminent une involution. Le conjugué du point *e* sera un nouveau point de la conique.

*Construire la tangente en chacun de ces points.*

Soit à construire la tangente au point *a*, par exemple. Le triangle inscrit *abc* peut être considéré comme un quadrilatère dont la tangente en *a* représenterait le côté devenu nul. La transversale *de* passant par les deux autres points coupe les côtés opposés *ab*, *ac* en deux points qui déterminent une involution avec *d* et *e*. Le conjugué du point où la transversale coupe le côté *bc*, sera un second point de la tangente en *a*.

*3° Passant par quatre points et touchant une droite.*

Les quatre points sont les sommets d'un quadrilatère inscrit. La droite

points de contact des côtés de deux triangles circonscrits qui satisferont à la question.

*2° Tangente à cinq droites.*

Quatre des tangentes sont les côtés d'un quadrilatère circonscrit ABCD. Prenons un point *m* sur la cinquième tangente. Les deux couples de droites *m*A, *m*C; *m*A, *m*B, menées aux sommets opposés du quadrilatère, déterminent une involution. Le rayon conjugué de la cinquième tangente sera une nouvelle tangente de la conique.

*Trouver le point de contact de chacune des tangentes.*

Soit à trouver le point de contact de la tangente AB. Le triangle circonscrit ABC peut être considéré comme un quadrilatère dont le côté AB représenterait deux tangentes qui coïncident. *m* étant le point où se coupent les deux autres tangentes, les rayons *m*A, *m*B menés à deux sommets opposés déterminent une involution avec ces tangentes. Le rayon conjugué de *m*C coupe la tangente AB au point de contact.

*4° Touchant quatre droites et passant par un point.*

Les quatre tangentes sont les côtés d'un quadrilatère circonscrit. Le point

coupe les côtés opposés en deux couples de points qui déterminent une involution dont le point de contact de la droite avec la conique serait un point double. Comme il existe deux points doubles, le problème a deux solutions, et se ramène au premier cas.

joint aux sommets opposés donne deux couples de droites qui déterminent une involution dont la tangente par le point à la conique serait un rayon double. Comme il existe deux rayons doubles, le problème a deux solutions, et se ramène au second cas.

5° *Passant par trois points* a, b, c, *et touchant deux droites* T, T′.

Le problème consiste à trouver les points de contact *d*, *e* des deux droites, ce qui ramènera ce cas au premier.

Les deux tangentes T, T′ peuvent être considérées comme les côtés devenus nuls d'un quadrilatère inscrit dont les autres côtés coïncideraient avec la corde de contact inconnue *de*.

La transversale *ab* passant par deux des trois points, coupe T, T′ en deux points qui déterminent avec *a* et *b* une involution dont l'intersection de la transversale avec la corde de contact serait un point double. De même on aura une involution sur la transversale *bc*, et chaque involution ayant deux points doubles, il en résulte quatre droites dont chacune donnera une solution, car elle détermine les points de contact *d* et *e* de T, T′.

*N. B.* La troisième transversale

6° *Touchant trois droites* T, T′, T″, *et passant par deux points* a, b.

Le problème consiste à trouver les tangentes par les deux points *a*, *b*, ou leur intersection *m*, ce qui ramènera ce cas au second.

Les deux points *a*, *b* peuvent être considérés comme les sommets d'un quadrilatère circonscrit dont les tangentes en *a* et *b* représenteraient chacune deux côtés qui coïncident.

Soit ABC le triangle formé par les trois droites T, T′, T″. Les tangentes AB, AC déterminent avec A*a* et B*b* une involution dont A*m* est un rayon double. De même les tangentes BA, BC déterminent avec B*a* et B*b* une involution dont B*m* est un rayon double, et le point *m* résulte de l'intersection de deux rayons doubles.

Chaque involution ayant deux rayons doubles, il en résulte quatre points dont chacun donnera une solution.

*N. B.* L'involution que détermi-

*ac* donnerait deux autres points doubles, d'où semblent résulter quatre solutions nouvelles; mais les points doubles, étant conjugués harmoniques sur chacun des côtés du triangle *abc*, sont situés trois à trois sur les mêmes quatre droites.

nent les tangentes CA, CB avec C*a* et C*b* donnerait deux autres rayons doubles, d'où semblent résulter quatre solutions nouvelles; mais les rayons doubles, étant conjugués harmoniques par rapport aux côtés de chaque angle du triangle ABC, se coupent trois à trois aux quatre mêmes points.

Enfin, voici comment M. Chasles a déduit du théorème de Desargues et du corrélatif ceux de Pascal et de Brianchon.

Soit l'hexagone ABCDEF inscrit à une conique (*fig.* 22).

La diagonale AD est un côté commun aux deux quadrilatères inscrits ABCD, ADEF. Les deux côtés AB, BC du premier rencontrent les côtés DE, EF du second en deux points I, K, et la ligne IK rencontre au même point les côtés qui coïncident suivant AD. Donc les quadrilatères ayant trois côtés qui se coupent en trois points situés sur la droite IK, les deux autres côtés CD, AF se couperont aussi sur cette droite. Ainsi, les côtés opposés AB, DE; BC, EF; CD, AF de l'hexagone inscrit se coupent en trois points situés sur la même droite IK, ce qui est le théorème de Pascal.

Soit l'hexagone ABCDEF circonscrit à une conique (*fig.* 51).

Le point de concours O de deux côtés opposés AB, DE est un sommet commun aux deux quadrilatères circonscrits OAFE, OBCD. Les diagonales AD, BE se coupent en I, et, en joignant ce point au point O, les deux quadrilatères ont trois sommets situés sur trois droites qui se coupent au même point I. Donc les deux autres sommets C et F sont sur une droite qui passe par le point I. Ainsi les diagonales AD, BE, CF, qui joignent les sommets opposés de l'hexagone circonscrit, se coupent toutes les trois en un même point, ce qui est le théorème de Brianchon.

On trouvera un nouvel exemple du principe de la dualité dans les deux paragraphes qui suivent, et qui pourraient se réduire à un seul, en plaçant en regard les propositions corrélatives dont on verra que les démonstrations sont aussi corrélatives.

## § XVII. Propriété fondamentale relative aux points d'une conique.

**166.** Lemme. — *Le rapport anharmonique du faisceau que l'on obtient en joignant quatre points fixes d'une conique à tout autre point de la courbe, reste constant.*

Évident pour le cercle; car lorsque le cinquième point se déplace sur la circonférence, les angles du faisceau sont mesurés par les moitiés des mêmes arcs, ou par les moitiés des arcs qui complètent la circonférence. Donc le lemme est vrai pour une conique quelconque.

M. Chasles appelle ce rapport constant, *rapport anharmonique des quatre points de la conique.*

**167.** *Deux droites qui tournent autour de deux points d'une conique, et qui se coupent sur la courbe, sont des rayons correspondants de deux faisceaux homographiques.*

En effet, quatre couples de rayons correspondants auront, d'après le lemme, même rapport anharmonique.

**168.** Réciproquement : *Le lieu des points d'intersection des rayons homologues de deux faisceaux homographiques est une conique qui passe par les centres des deux faisceaux.*

Car si la conique déterminée par les deux centres et les points d'intersection de trois couples de rayons correspondants ne passait pas par les intersections des autres couples, en joignant le centre de l'un des faisceaux aux intersections des rayons de l'autre avec la conique, on aurait deux faisceaux homographiques de même centre. Trois rayons de l'un coïncideraient avec trois rayons correspondants de l'autre, et tous les autres rayons ne coïncideraient pas, ce qui est impossible.

D'ailleurs, les deux faisceaux donneraient sur une transversale quelconque deux divisions homographiques dont les points doubles seraient les intersections de la transversale avec le lieu; et comme il n'existe que deux points doubles, le lieu est une courbe du second *degré* ou une conique.

Ou bien : Soient P,P′ (*fig.* 52) les centres de deux faisceaux homogra-

phiques, et PQ le rayon du premier qui correspond à la ligne des centres considérée comme rayon P'P du second. Décrivons un cercle tangent en P à PQ, et soit $\pi$ le point où ce cercle coupe la ligne des centres. $a$ étant l'intersection de deux rayons homologues, et $\alpha$ le point où le rayon P$a$ coupe le cercle, joignons $\pi\alpha$. P et $\pi$ seront les centres des deux faisceaux homographiques dont les rayons se coupent sur le cercle, la tangente PQ étant le rayon du premier qui correspond à la ligne des centres $\pi$P considérée comme rayon du second. Donc $\pi$ et P' sont les centres de deux faisceaux homographiques ayant pour rayon commun la ligne des centres ; par conséquent, tous les autres rayons correspondants, tels que $\pi\alpha$, P'$a$, se coupent sur une même droite MN.

Du point $a$ abaissons une perpendiculaire $ab$ sur cette droite, et joignons $b\alpha$. Le triangle variable $ab\alpha$, ayant les sommets sur trois droites qui concourent au même point M, aura les côtés qui tourneront autour de trois points situés en ligne droite ; et comme $ab$ est perpendiculaire à MN, les deux points P et O, autour desquels tourneront les côtés $b\alpha$ et $a\alpha$, seront sur une droite perpendiculaire à MN.

Prenons le point P pour un point de concours, le point O pour origine et la droite MN pour parallèle. Le point $\alpha$ du cercle se transformera en $a$, et le lieu du point $a$ sera une conique transformée du cercle que décrit le point $\alpha$. Elle passera par les centres P, P' des deux faisceaux, car P reste invariable, et $\pi$ se transforme en P'.

La conique aura la tangente en P commune avec le cercle, et la tangente en P' sera la transformée de la tangente en $\pi$ au cercle ; par conséquent elle correspondra à la ligne des centres considérée comme rayon PP' de l'autre faisceau.

*N. B.* On aura une ellipse, une hyperbole ou une parabole, suivant que l'axe des $y$ ou la parallèle par le point O à la droite MN sera extérieure au cercle, sécante ou tangente.

**169**. *Construire une conique passant par cinq points.*— Les droites qui joignent deux de ces points à chacun des trois autres sont trois couples de rayons correspondants de deux faisceaux homographiques. On se donnera

un nouveau rayon de l'un des faisceaux, et son intersection avec le rayon correspondant de l'autre fera connaître un nouveau point de la courbe.

*Trouver la tangente en chacun des cinq points.* — Soient P, P′ deux des cinq points que l'on peut prendre pour centres des deux faisceaux. Les tangentes en P et P′ seront les rayons homologues à P′P et à PP′ considérés comme rayons de l'autre faisceau.

*Trouver les intersections de la conique avec une droite.* — Les faisceaux homographiques ayant pour centres deux des cinq points P, P′ donneront sur la droite trois couples de points correspondants de deux divisions homographiques, au moyen desquels on construira les deux points doubles qui seront les intersections de la courbe non tracée avec la droite.

Si les points doubles coïncident, la droite est tangente à la conique, et on a son point de contact.

Si les points doubles n'existent pas, la droite est extérieure à la courbe. On dit alors que les intersections avec la conique sont *imaginaires*.

*Construction des asymptotes.* — Pour que la courbe ait des points à l'infini, il faut que les faisceaux homographiques aient des rayons correspondants parallèles. On trouvera les directions de ces rayons en menant par le point P des parallèles à P′*a*, P′*b*, P′*c*. Elles détermineront, avec P*a*, P*b*, P*c*, deux faisceaux homographiques de même centre, et les rayons doubles passeront par les points de la courbe situés à l'infini. Si ces rayons existent, la courbe est une *hyperbole*; s'ils coïncident, la courbe est une *parabole*; s'ils n'existent pas, la courbe est une *ellipse*.

Si les rayons existent, menons par les trois points *a*, *b*, *c* des parallèles à ces rayons. Elles détermineront deux faisceaux homographiques ayant leurs centres à l'infini. Ces parallèles donneront sur une transversale L trois couples de points $\alpha, \alpha'$; $\beta, \beta'$; $\gamma, \gamma'$ de deux divisions homographiques, au moyen desquels on trouvera les points I et J′ qui correspondent à l'infini. Les parallèles par ces points aux rayons doubles seront les asymptotes de la courbe.

**170**. Théorème de Papus. — *Quand un quadrilatère* ABCD (*fig.* 53) *est*

*inscrit à une conique, le produit des distances de chaque point de la courbe à deux côtés opposés est au produit des distances du même point aux deux autres côtés opposés dans une raison constante.*

Soit $m$ un point quelconque de la conique. En joignant deux sommets opposés A et C aux trois autres points $m$, B, D, on a trois couples de rayons homologues de deux faisceaux homographiques. Donc

$$\frac{\text{Sin } m\text{AB}}{\text{Sin } m\text{AD}} = \lambda \frac{\sin m\text{CB}}{\sin m\text{CD}}.$$

Le premier membre est égal au rapport des perpendiculaires $p, q$ abaissées de $m$ sur les côtés AB, AD; et le second, au rapport des perpendiculaires $p', q'$ sur les autres côtés BC, CD; par conséquent

$$\frac{p}{q} = \lambda \frac{q'}{p'}, \text{ d'où } pp' = \lambda qq', \; c. q. f. d.$$

En décomposant un hexagone inscrit en deux quadrilatères ayant pour côté commun la diagonale joignant deux sommets opposés, on verra que *le produit des distances d'un point de la conique aux côtés de rang pair d'un hexagone inscrit est au produit des distances aux côtés de rang impair dans une raison constante.*

On étendra le théorème à un polygone d'un nombre pair de côtés en démontrant de même que s'il a lieu pour un polygone de $2m$ côtés, il aura lieu pour un polygone de deux côtés de plus.

Si l'on suppose tous les côtés de rang impair tangents à la conique :

*Un polygone d'un nombre quelconque de côtés étant inscrit à une conique, le produit des distances d'un point de la courbe aux côtés est au produit des distances du même point aux tangentes à la conique, par les sommets, dans une raison constante.*

**171.** Théorème de Desargues.— *Une transversale coupe une conique et les côtés opposés d'un quadrilatère inscrit en six points en involution.*

Soit le quadrilatère inscrit ABCD. Deux sommets opposés A, C sont les centres de deux faisceaux homographiques qui donnent sur une transversale quelconque L deux faisceaux homographiques dont les points doubles $e$ et $f$ sont les intersections de la transversale avec la conique. $a$, $b$ et $b'$, $a'$ sont

deux couples de points homologues; donc les points doubles $e$ et $f$ sont en involution avec les intersections $a, a'$ et $b, b'$ de la transversale et des côtés opposés.

Le théorème s'applique évidemment aux deux diagonales et à un couple de côtés opposés qui forment un quadrilatère inscrit.

**172.** *Si les trois côtés d'un triangle* aa'm (*fig.* 54) *pivotent sur trois points fixes* r, p, p', *et que deux des sommets* a, a' *glissent sur deux droites fixes* L, L', *le troisième sommet* m *décrit une conique.*

Car le côté $aa'$, en tournant autour du point $r$, donne deux divisions homographiques sur les deux droites L, L'. Donc $pa$ et $p'a'$ sont des rayons homologues de deux faisceaux homographiques, et leur intersection $m$ décrit une conique.

*N. B.* La conique passe par les centres $p, p'$ des deux faisceaux ; par l'intersection S des deux droites ; par les points $b$ et $c$ où $pr$ et $p'r$ coupent L et L'. Par conséquent, elle passe par les cinq points $p, p'$, S, $b$, $c$, au moyen desquels on peut la construire, car S$c$, S$b$ déterminent les droites L, L', et $pb, p'c$ déterminent le point $r$.

On a donc un hexagone $pmp'cSbp$ inscrit à la conique, et les points de concours $a, r, a'$ des côtés opposés sont en ligne droite ; d'où résulte le théorème de Pascal.

En général : *Si tous les côtés d'un polygone tournent autour de tout autant de points fixes, et si tous les sommets, moins un, glissent sur tout autant de droites fixes, le dernier sommet décrira une conique qui passera par les deux points fixes autour desquels tournent les côtés adjacents.*

Car deux côtés consécutifs tournant autour de deux points, et leur intersection glissant sur une droite, décrivent deux faisceaux homographiques. Le côté suivant décrit un faisceau homographique à celui que décrit le second, et par suite à celui que décrit le premier, et ainsi de suite. Donc le dernier sommet est l'intersection de deux rayons correspondants de deux faisceaux homographiques, et le lieu de ce sommet est une conique passant par les centres de ces faisceaux, ou par les points autour desquels tournent les côtés adjacents.

*N. B.* Le point d'intersection de deux côtés quelconques décrit une conique passant par les points autour desquels tournent ces côtés ; car ces côtés décrivent aussi des faisceaux homographiques.

Les points fixes sont les sommets d'un polygone d'un même nombre de côtés auquel le polygone donné est circonscrit. Donc :

*Si l'on circonscrit à un polygone un polygone d'un même nombre de côtés dont tous les sommets, moins un, glissent sur autant de droites fixes, le dernier sommet décrira une conique.*

On verra facilement comment le théorème se modifie lorsque tous les points autour desquels tournent les côtés sont situés sur une même droite.

## § XVIII. Propriété fondamentale relative aux tangentes d'une conique.

**173.** *Le rapport anharmonique des intersections de quatre tangentes à une conique avec toute autre tangente de la courbe reste constant.*

Évident pour le cercle, car le faisceau que l'on obtient en joignant le centre aux points où les quatre tangentes sont coupées par une cinquième a ses rayons respectivement perpendiculaires à ceux du faisceau que l'on obtiendrait en joignant le point de contact de la cinquième tangente aux points de contact des quatre tangentes fixes. Donc le rapport anharmonique du premier faisceau est égal au rapport anharmonique des quatre points de contact des tangentes fixes, et nous avons vu que ce rapport est constant.

M. Chasles appelle ce rapport : *Rapport anharmonique des quatre tangentes de la conique.*

**174.** *Une tangente mobile d'une conique coupe deux tangentes fixes en deux points correspondants de deux divisions homographiques.*

Car la tangente mobile, dans quatre de ces positions donne sur chacune des tangentes fixes quatre points dont le rapport anharmonique est égal, d'après le lemme.

**175.** Réciproquement : *La courbe enveloppe des droites qui joignent les points correspondants de deux divisions homographiques est une conique tangente aux deux droites sur lesquelles sont ces divisions.*

Car si la conique tangente aux deux droites et à trois des droites qui joignent des points homologues n'était pas tangente aux droites qui joignent les autres points homologues, en menant des tangentes par les points de division de l'une des droites données on aurait sur l'autre droite deux séries homographiques ; trois points de l'une coïncideraient avec les trois points correspondants de l'autre, et tous les autres points correspondants ne coïncideraient pas, ce qui est impossible.

D'ailleurs, les rayons menés d'un point $p$ à des points homologues des deux divisions donneront deux faisceaux homographiques de même centre, dont les rayons doubles seront les tangentes, au lieu, par le centre $p$ ; et comme il n'existe que deux rayons doubles, le lieu est une courbe de la seconde *classe*, ou une conique.

Ou bien : Soient L, L′ deux droites divisées homographiquement, et $a$, $a'$ deux points correspondants des deux divisions. Le point S′ d'intersection des deux droites (*fig.* 55) considéré comme point de L′ correspond à un point S de L. Décrivons un cercle tangent en S à L, et menons à ce cercle une seconde tangente S′L″. La tangente au cercle par le point $a$ coupera S′L″ en $\alpha$. Abaissons la perpendiculaire $a'b$ sur S′L, et joignons $b\alpha$. Le triangle variable $a'b\alpha$ ayant les sommets sur trois droites qui concourent en S′, les côtés tourneront autour de trois points situés en ligne droite ; et comme $a'b$ est perpendiculaire à S′L, les points E et O autour desquels tourneront les côtés $a'\alpha$ et $b\alpha$ seront sur une droite perpendiculaire à S′L.

Prenons le point E pour point de concours, le point O pour origine, et S′L pour parallèle. Le point $\alpha$ se transformera en $a'$, et la tangente $a\alpha$ du cercle deviendra une tangente $aa'$ à la transformée du cercle, qui est une conique.

La conique sera tangente à S′L comme le cercle, et à S′L′, transformée de la tangente S′L″ du cercle.

*N. B.* On aura une ellipse, une hyperbole ou une parabole, suivant que l'axe des $y$ ou la parallèle par le point O à la droite S′L sera extérieure au cercle, sécante ou tangente.

**176**. *Construire une conique tangente à cinq droites.* — Deux des cinq droites sont coupées par les trois autres en trois couples de points qui déter-

minent deux divisions homographiques. On se donnera un nouveau point de l'une des divisions, et, en le joignant au point correspondant de l'autre, on obtiendra une nouvelle tangente à la conique.

*Trouver les points de contact sur ces droites.* — Soient A et B deux des cinq droites sur lesquelles on a formé les divisions homographiques, et M le point où elles se coupent. Le point correspondant à M, considéré successivement comme appartenant à chacune des deux divisions, fera connaître les deux points de contact sur A et sur B.

*N. B.* On pourra chercher les cinq points de contact et construire la conique au moyen de ces points.

*Tangentes à la conique par un point* p. — $a, a'$; $b, b'$; $c, c'$ étant les trois couples de points où deux des tangentes sont coupées par les trois autres, $pa, pa'$; $pb, pb'$; $pc, pc'$ seront trois couples de rayons correspondants de deux faisceaux homographiques, et les rayons doubles seront les tangentes à la conique par le point $p$.

S'il existe deux rayons doubles, on aura deux tangentes, et le point $p$ sera extérieur à la conique.

Si les rayons doubles coïncident, on n'aura qu'une tangente, et le point $p$ sera sur la courbe.

S'il n'existe pas de rayons doubles, le point $p$ sera intérieur à la courbe, et on dit alors que les tangentes sont *imaginaires*.

**177.** *Quand un quadrilatère* ABCD (*fig.* 56) *est circonscrit à une conique, le produit des distances d'une tangente quelconque* mm' *à deux sommets opposés est au produit des distances de la même tangente aux autres sommets opposés dans une raison constante.*

Car les tangentes AB, CD sont coupées par les trois autres en trois couples de points homologues $m, m'$ ; A, D ; B, C de deux divisions homographiques. Donc

$$\frac{\mathrm{A}m}{\mathrm{B}m} = \lambda\,\frac{\mathrm{D}m'}{\mathrm{C}m'}\,;$$

mais $\frac{\mathrm{A}m}{\mathrm{B}m} = \frac{p}{q'}$ et $\frac{\mathrm{D}m'}{\mathrm{C}m'} = \frac{q}{p'}$; par conséquent

$$\frac{p}{q'} = \lambda\,\frac{q}{p'},\ \text{ou}\ pp' = \lambda qq'\ ,\ c.\,q.\,f.\,d.$$

Ce théorème, corrélatif de celui de Papus, se généralise et donne les suivants :

*Quand un polygone d'un nombre pair de côtés est inscrit à une conique, le produit des distances d'une tangente quelconque aux sommets de rang pair est au produit des distances aux sommets de rang impair dans une raison constante.*

*Pour un polygone d'un nombre quelconque de côtés, le produit des distances de chaque tangente aux sommets et le produit des distances de la même tangente aux points de contact des côtés sont dans une raison constante.*

**178.** Théorème corrélatif de celui de Desargues. — *Quand un quadrilatère est circonscrit à une conique, les droites menées d'un point quelconque à ses sommets opposés et les tangentes par ce point à la courbe sont en involution.*

Soit ABCD le quadrilatère circonscrit. Les tangentes à la conique donnent des divisions homographiques sur deux côtés opposés AB, CD. Les droites qui joignent un point quelconque P aux points correspondants des deux divisions, comme PA, PD ; PB, PC, sont des rayons correspondants de deux faisceaux homographiques, et les tangentes PE, PF à la conique sont évidemment des rayons doubles. Donc les rayons doubles PE, PF sont en involution avec PA, PC et PB, PD.

**179.** *Si les trois sommets d'un triangle* aa'm *glissent sur trois droites* L, L', L'', *et que deux côtés pivotent autour de deux points fixes* p, p', *le troisième côté* aa' *enveloppera une conique* (*fig.* 57).

Soit $m$ un sommet du triangle dans une de ses positions ; $mp$ et $mp'$ donneront, sur L et L', les deux autres sommets $a$, $a'$ ; et ces points étant des points correspondants de deux divisions homographiques, il en résulte la proposition énoncée.

*N. B.* La conique est aussi tangente à $pp'$, car cette droite passe par des points correspondants des deux divisions homographiques, lorsque le sommet $m$, en glissant, vient sur cette droite. $b$ et $c$ étant les intersections de L'' avec L et L', lorsque le point $m$ glissera en $b$ ou en $c$, $p'b$ et $pc$ seront aussi des tangentes à la conique.

Les six tangentes L, L′, $pp'$, $p'b$, $pc$, $aa'$ sont les côtés d'un hexagone $aa'cpp'ba$ circonscrit à la conique, dont les diagonales $ap$, $a'p'$, $bc$ qui joignent les sommets opposés se coupent au même point $m$, d'où résulte le théorème de Brianchon.

Généralement : *Si tous les sommets d'un polygone glissent sur tout autant de droites fixes et que tous les côtés, moins un, pivotent sur tout autant de points fixes, le côté libre enveloppera une conique tangente aux deux droites sur lesquelles glissent les extrémités de ce côté.*

Car tous les sommets du polygone divisent homographiquement les côtés sur lesquels ils glissent, d'où résulte le théorème, et on voit de plus que *la diagonale qui joint deux sommets quelconques enveloppe une conique tangente aux deux droites sur lesquelles glissent les extrémités de cette diagonale.*

## NOTE SUR L'HOMOGRAPHIE.

---

M. Chasles a résumé l'homographie dans ce principe :

*Lorsqu'en traitant une question de Géométrie où n'entrent pas de transcendantes (fonctions de courbes), on est conduit à considérer deux séries de points sur deux droites distinctes, ou sur la même droite, s'il arrive qu'à un point de la première série ne corresponde qu'un seul point de la seconde, et réciproquement, on peut en conclure, sans plus de recherches, que les deux séries sont homographiques.*

Prenons les deux droites pour axes, et soient $h, h'$ les distances de deux points correspondants quelconques, $m, m'$ à l'origine. Puisqu'on exclut les transcendantes, et qu'à une valeur de $h$ ne doit correspondre qu'une seule valeur de $h'$, et réciproquement, il devra exister entre $h$ et $h'$ une relation qui sera algébrique et nécessairement de la forme

$$hh' + Ah + Bh' + C = 0 \qquad (1).$$

Il faudra se donner trois couples de valeurs de $h, h'$ pour déterminer les constantes A, B, C; et, la relation (1) n'ayant alors rien d'arbitraire, on va voir qu'il en résulte deux divisions telles que le rapport anharmonique de quatre points de l'une soit égal à celui des quatre points correspondants de l'autre.

En effet, $r, r', r''$ étant les valeurs de $h$ qui donnent les points $a, b, c$, et $\rho, \rho', \rho''$ celles de $h'$ qui donnent les points correspondants $a', b', c'$,

$$h = -\frac{Bh' + C}{h' + A}, \qquad r = -\frac{B\rho + C}{\rho + A}$$

$$h - r = \frac{(AB - AC)(\rho - h')}{(h' + A)(\rho + A)} \quad \text{et} \quad h - r' = \frac{(AB - AC)(\rho' - h')}{(h' + A)(\rho' + A)}$$

$$\frac{h - r}{h - r'} = \frac{h' - \rho}{h' - \rho'} \times \frac{\rho' + A}{\rho + A} \quad \text{ou} \quad \frac{am}{bm} = \frac{a'm'}{b'm'} \times \frac{\rho' + A}{\rho + A}$$

de même $\frac{ac}{bc} = \frac{a'c'}{b'c'} \times \frac{\rho' + A}{\rho + A}$ : donc $\frac{am}{bm} : \frac{ac}{bc} = \frac{a'm'}{b'm'} : \frac{a'c'}{b'c'}$.

La démonstration s'applique évidemment au cas où les divisions sont formées sur la même droite, $h, h'$ étant les distances de deux points correspondants $m, m'$ à un même point de la droite pris pour origine.

*N. B.* La relation plus simple $h + Ah' + B = 0$ donnerait des divisions proportionnelles. On aurait $r + A\rho + B = 0$, $r' + A\rho' + B = 0$, d'où $\frac{h - r}{h - r'} = \frac{h' - \rho}{h' - \rho'}$ ou $\frac{am}{bm} = \frac{a'm'}{b'm'}$.

Lorsque les divisions homographiques sont formées sur une même droite, il existe deux points doubles réels ou imaginaires, dont les distances à l'origine sont les racines de l'équation du second degré

$$x^2 + (A + B)x + C = 0$$

que l'on obtient en faisant $h = h' = x$ dans (1).

Le milieu des deux points doubles est un point toujours réel, pour lequel $x = -\frac{1}{2}(A + B)$.

$h = \infty$ donne $h' = -A$, qui détermine le point J'.
$h' = \infty$ donne $h = -B$, qui détermine le point I.

Donc : *Le milieu des deux points doubles est aussi le milieu* O *des deux points* I *et* J'.

O' étant le point correspondant à O et $e$ désignant un des points doubles, on trouvera facilement

$$Oe^2 = OO' \times OJ'.$$

Ainsi : Les points doubles n'existent que si les points O' et J' sont situés d'un même côté du point O, et leur distance à ce point est la longueur de la tangente au cercle décrit sur O'J' comme diamètre.

*Le principe de M. Chasles s'étend à deux faisceaux de droites issues de deux points différents ou d'un même point, et tels qu'à une droite de l'un ne correspond qu'une seule droite de l'autre, et réciproquement.*

Car en prenant deux axes tels que chacun coupe les rayons de l'un des faisceaux et passe par le centre de l'autre, on aurait sur ces deux droites des divisions homographiques, puisque à un point de l'une des divisions ne

correspondrait qu'un seul point de l'autre, et réciproquement. Si les faisceaux avaient même centre, ils détermineraient deux divisions homographiques sur une transversale quelconque.

Applications. — *Les tangentes d'une conique donnent des divisions homographiques sur deux tangentes fixes.* Car à un point de l'une des divisions ne correspond qu'un seul point de l'autre, et réciproquement.

Il en résulte le lemme du § XVIII.

Réciproquement : *La ligne qui joint deux points correspondants de deux divisions homographiques sur deux droites enveloppe une conique tangente à ces droites.*

L'équation de la ligne $mm'$ est

$$\frac{h}{x} + \frac{y}{h'} = 1 ;$$

ou, à cause de la relation (1)

$$(y + A)h^2 + (B - Ax + C)h + C = 0 ,$$

l'enveloppe s'obtient, comme l'on sait, en éliminant $h$ entre cette équation et la dérivée par rapport à $h$, d'où résulte la conique

$$B^2y^2 + 2(C - AB)xy + A^2x^2 - 2BCy + 2ACx + C^2 = 0$$

dont la discussion est facile.

*Les droites qui joignent deux points fixes d'une conique à tout autre point de la courbe sont des couples de rayons correspondants de deux faisceaux homographiques.*

Car à un rayon de l'un des faisceaux ne correspond qu'un seul rayon de l'autre, et réciproquement.

Il en résulte le lemme du § XVII.

Réciproquement : *Le lieu des points d'intersection des rayons correspondants de deux faisceaux homographiques est une conique qui passe par les centres de ces faisceaux.*

$k$, $k'$ étant les distances des centres à l'origine, les équations de deux rayons homologues sont

$$\frac{y}{h'} + \frac{x}{k} = 1, \qquad \frac{y}{k'} + \frac{x}{h} = 1.$$

L'élimination de $h$, $h'$ au moyen de la relation (1) donne la conique

$$Bky^2 - (kk' + C)xy + Ak'x^2 + k(C - Bk')y + k'(C - Ak)x - Ckk' = 0,$$

dont la discussion est facile.

Involution. — Lorsqu'on a deux divisions homographiques sur la même droite, et que $A = B$, les points I et J' coincident, et la relation (1) devient

$$hh' + A(h + h') + C = 0 \qquad (2)$$

symétrique par rapport à $h$ et à $h'$. Donc on peut intervertir entre eux les points correspondants, et les divisions sont en involution.

*Pour que l'involution ait lieu, il suffit qu'on puisse intervertir deux points correspondants.*

Car $\alpha$, $\alpha'$ étant les valeurs de $h$, $h'$ qui déterminent les points $a$, $a'$, si l'on peut intervertir ces points on aura

$$\alpha\alpha' + A\alpha + B\alpha' + C = 0, \quad \text{et} \quad \alpha'\alpha + A\alpha' + B\alpha + C = 0,$$

d'où $(A - B)(\alpha - \alpha') = 0$ ; et comme $\alpha$ diffère de $\alpha'$, il faudra que $A = B$ ou que (1) prenne la forme (2).

Les points doubles de l'involution sont donnés par

$$x^2 + 2Ax + C = 0.$$

Leur milieu est un point toujours réel $x = - A$, qui coïncide avec I et J'. En le prenant pour origine, (2) devient

$$hh' = \pm k^2$$

facile à discuter.

*Deux faisceaux homographiques de même centre sont en involution si l'on peut intervertir deux rayons correspondants.*

Car on aurait sur une transversale quelconque deux divisions homographiques dont on pourrait intervertir deux points correspondants.

Applications. — *Des coniques circonscrites à un même quadrilatère donnent des divisions en involution sur une transversale quelconque.*

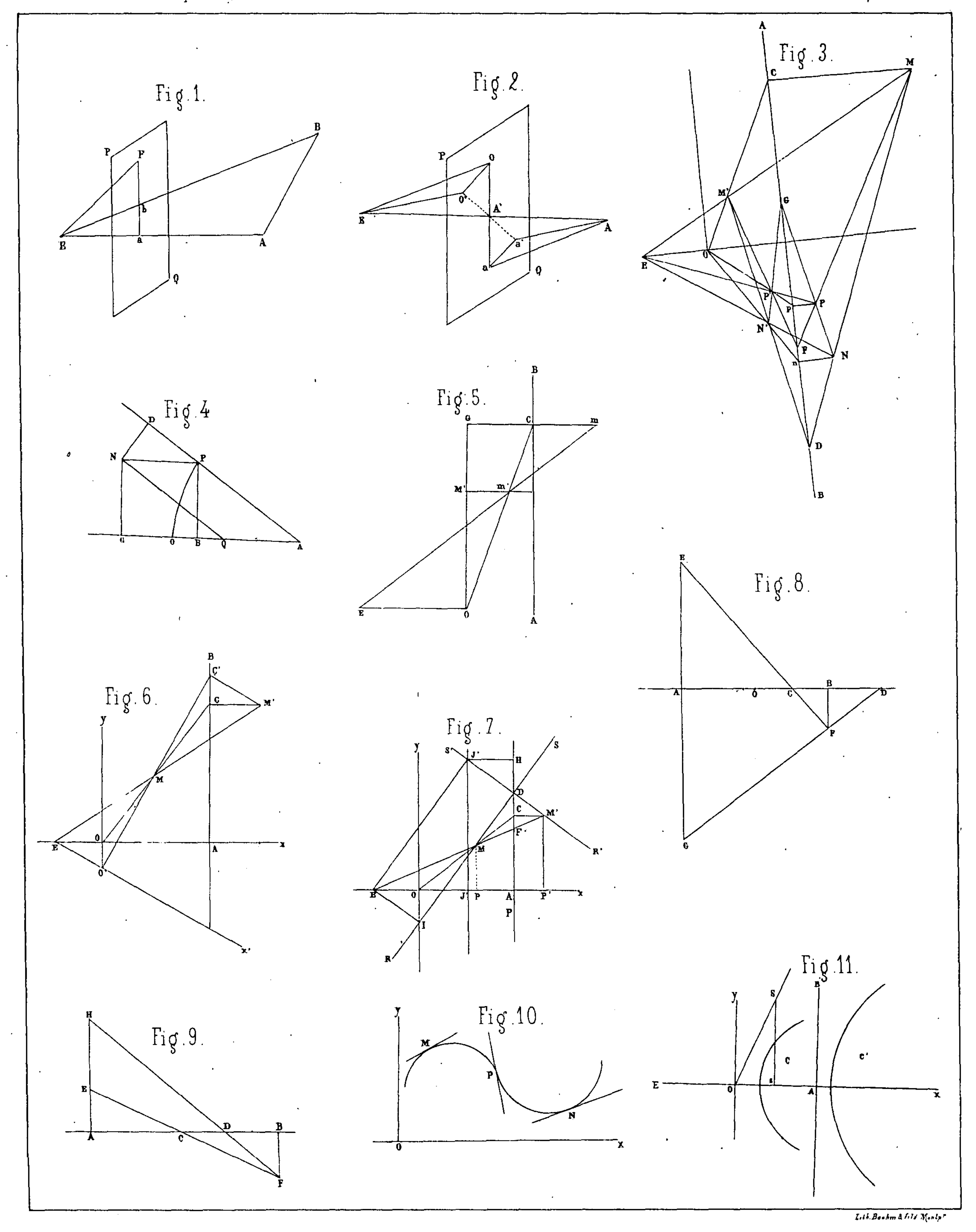
Car chaque point de la transversale détermine avec les quatre sommets du quadrilatère une conique circonscrite, et par suite deux points correspondants $m$, $m'$ de deux divisions homographiques sur la transversale ; mais, comme la même conique résulte, soit du point $m$, soit du point $m'$, ces deux points peuvent s'intervertir, et il y a involution.

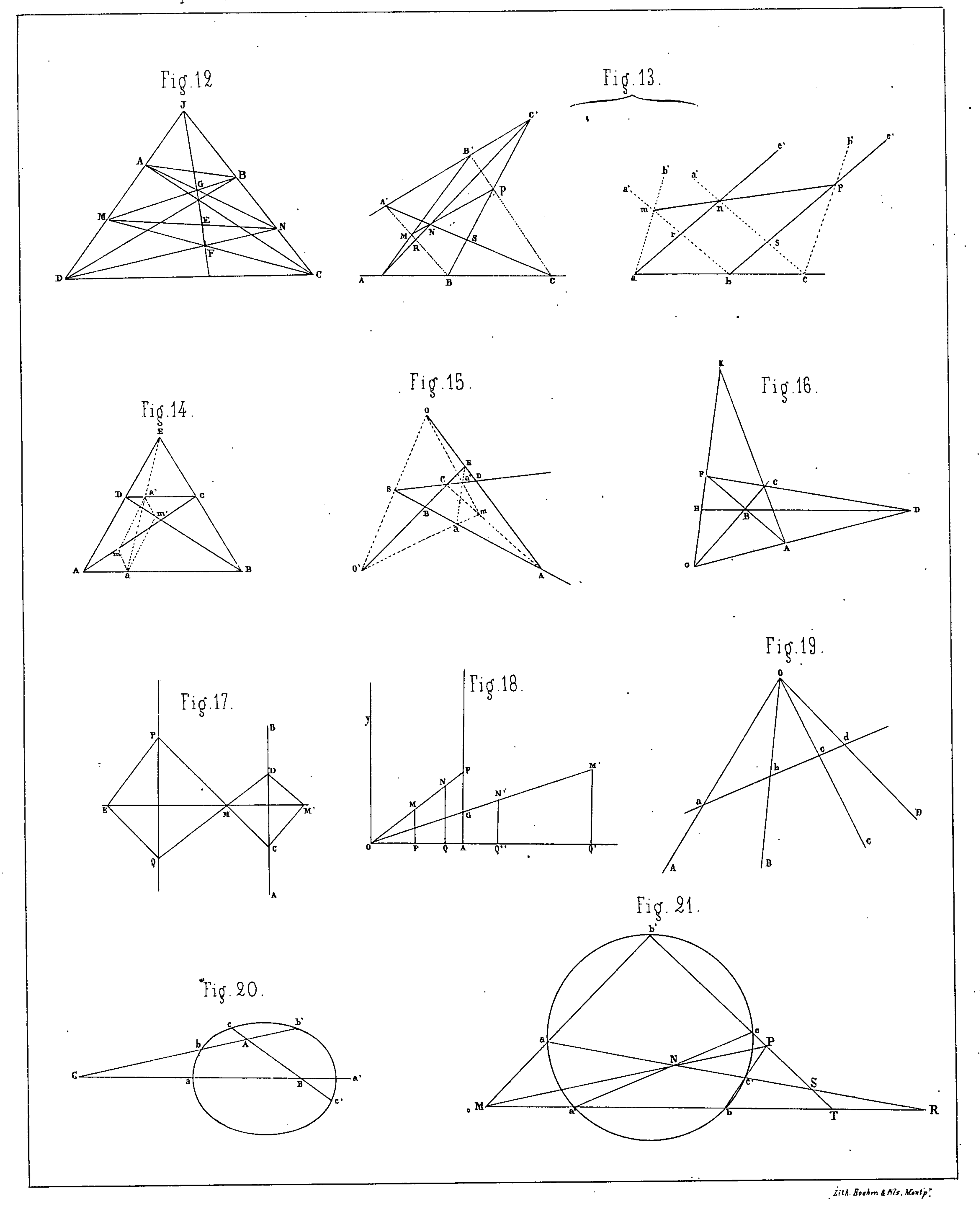
*Les tangentes par un même point à des coniques inscrites à un même quadrilatère sont des couples de rayons correspondants de deux faisceaux en involution.*

Car chaque droite menée par un point P détermine avec les quatre côtés du quadrilatère une conique inscrite, et par suite deux tangentes P$m$, P$m'$ à cette conique, qui sont des rayons correspondants de deux faisceaux homographiques. Mais, comme la même conique résulte, soit de la droite P$m$, soit de la droite P$m'$, ces deux droites peuvent s'intervertir, et il y a involution.

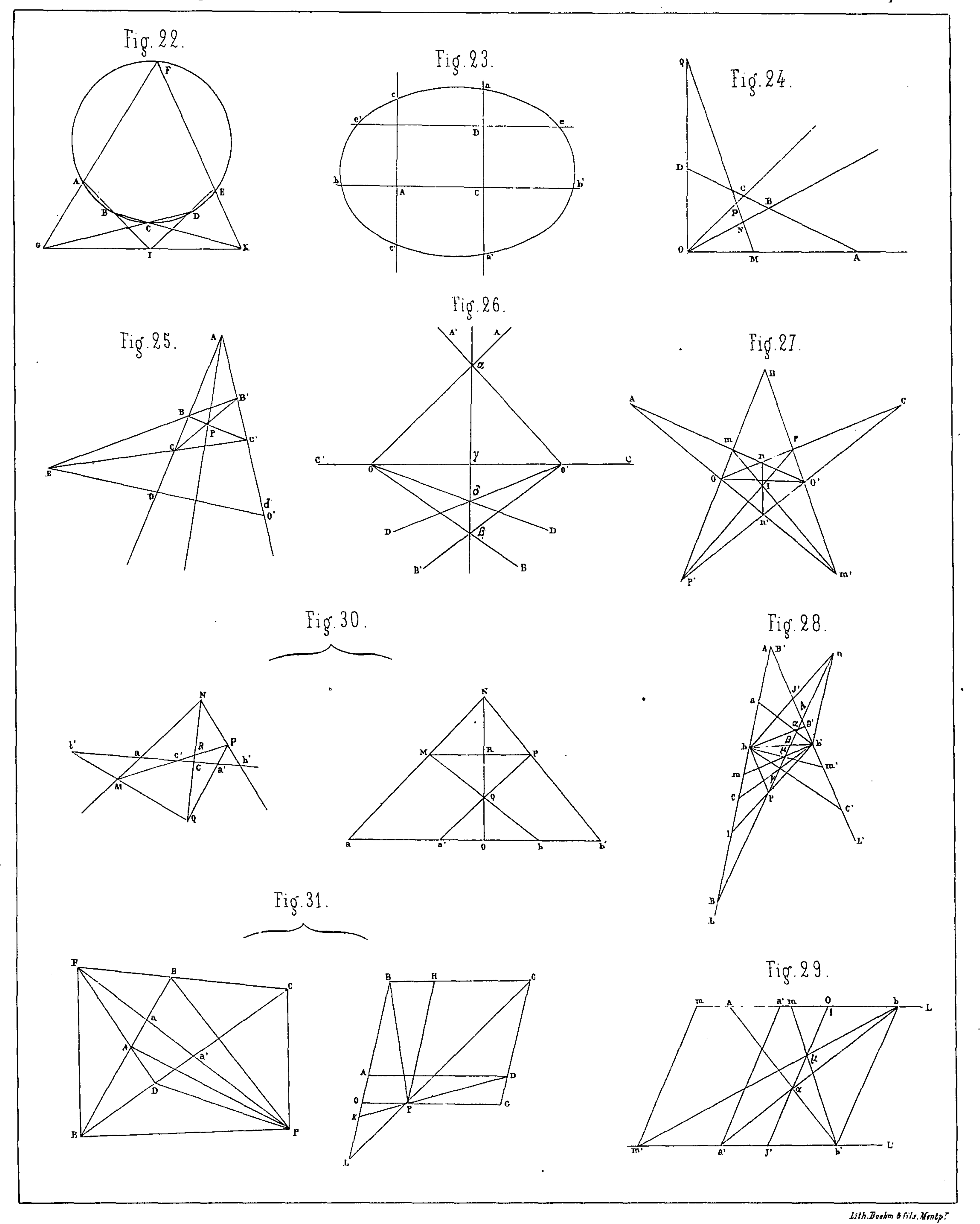
---

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Pag. 521, | ligne 9, | au lieu de | fig. 1, | lisez | fig. 7. |
| — 575 | — 9 | — | fig. 32 | — | fig. 33. |
| — 591 | — 6 | — | fixe | — | prise. |
| — 597 | — 9 | — | fig. 42 | — | fig. 41. |

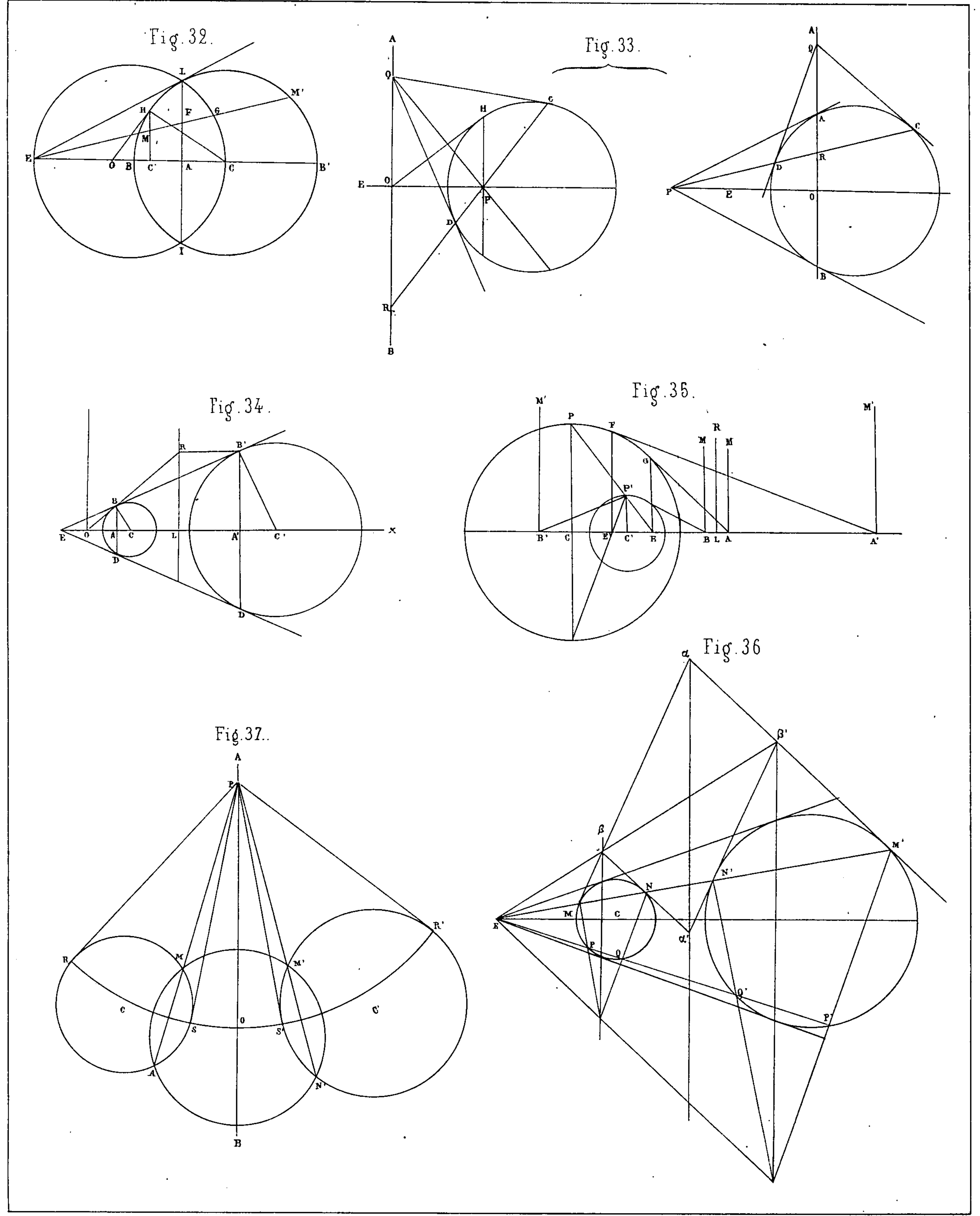

Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.



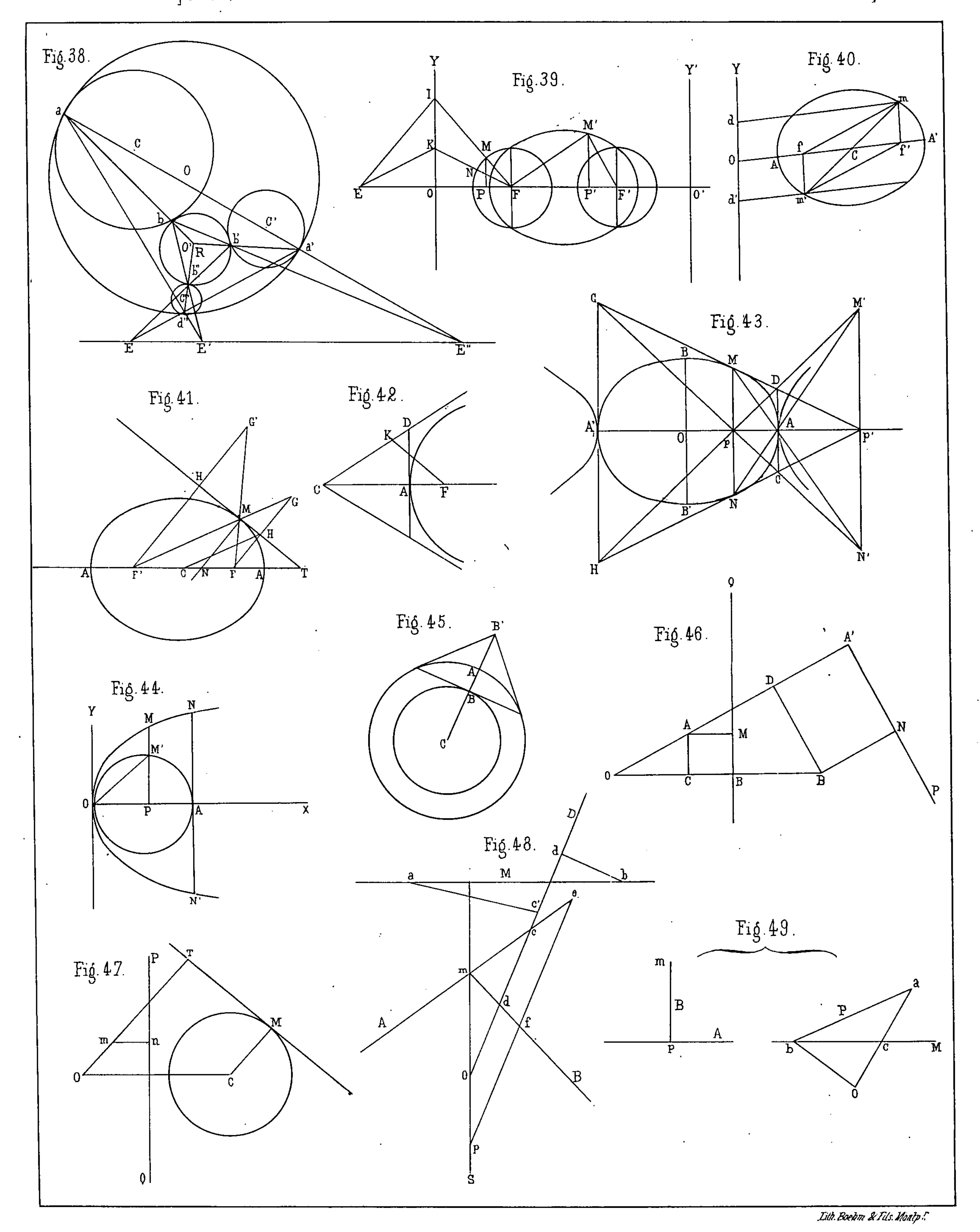

Lith. Boehm & fils, Montp.



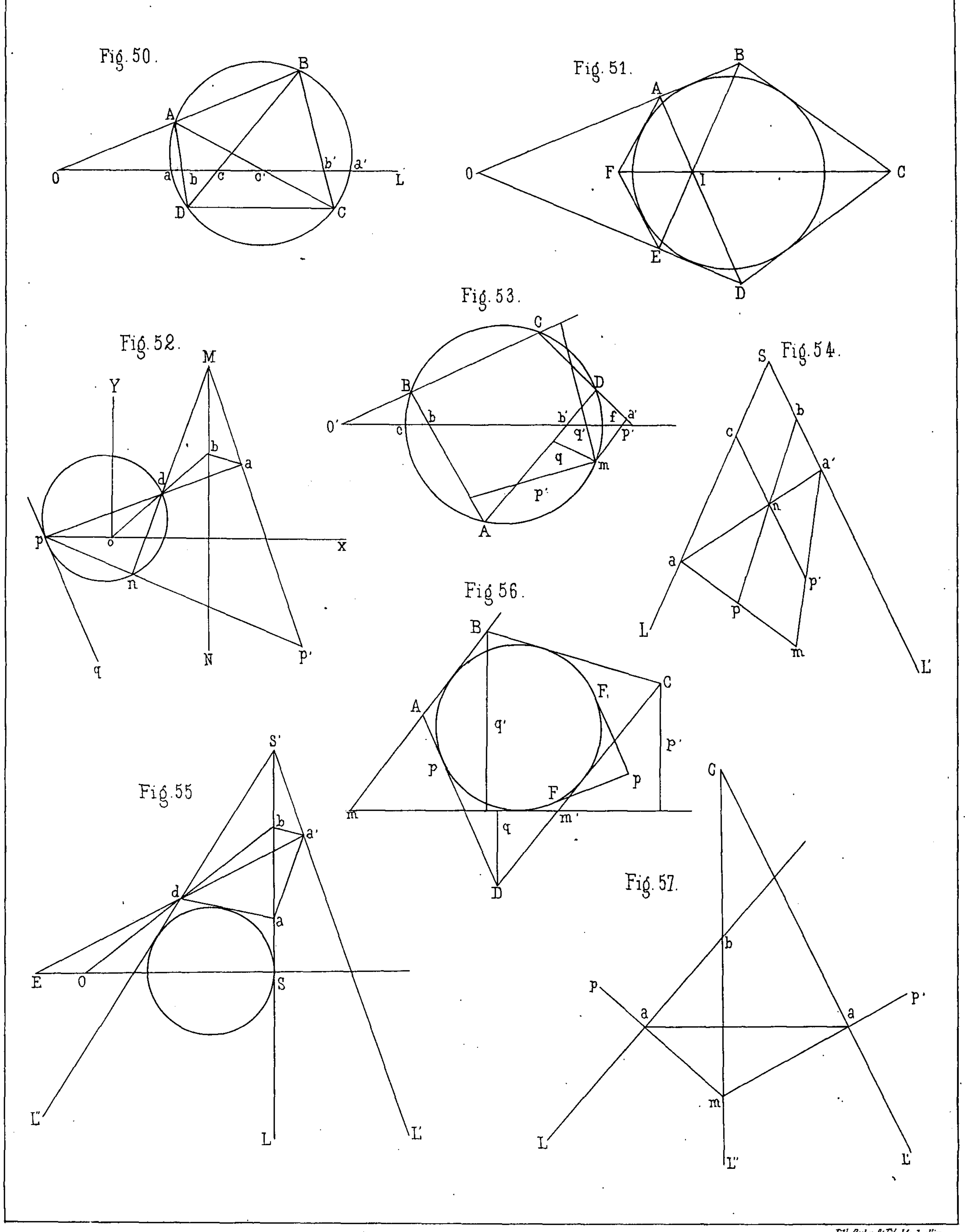

Lith. Boehm & fils, Montp.r




Lith. Boehm & fils, Montp.




Lith. Boehm & Fils. Montp.




Lith. Boehm & Fils Montpellier.

# OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES

## FAITES A LA CITADELLE DE MONTPELLIER

### Pendant l'Année 1875.

---

Ces Observations ont été instituées sous le patronage de M. Glizes, Commandant de l'École régimentaire du Génie, et de M. Coville, Capitaine du Génie. Elles sont faites par MM. les Sous-Officiers du Génie avec exactitude et régularité. Les instruments ont été préalablement étudiés avec soin dans mon cabinet, et j'en ai déterminé les corrections.

Les thermomètres maxima et minima, le psychromètre et l'évaporomètre, sont exposés au Nord, sous un abri en bois analogue à celui de l'Observatoire de Montsouris, formé de deux planches de un mètre carré chacune, inclinées sous un angle de 30° et fixées parallèlement à une distance de 20 centimètres. Des écrans latéraux en toile les préservent du rayonnement du soleil levant et couchant, pendant la période comprise entre les équinoxes du Printemps et de l'Automne. Le tout est solidement assujéti sur des poteaux fixés dans le sol.

Cet abri est disposé à l'angle du bastion N° 3 de la Citadelle, loin des bâtiments. L'altitude du sol est de 37 mètres, et la hauteur des thermomètres au-dessus du sol est de $2^m,45$.

A une certaine distance de l'abri, sur le même bastion, sont disposés :

1° Un pluviomètre de l'Association Scientifique de France, grand modèle. La hauteur de la bague au-dessus du sol est de $1^m,50$.

2° Un poteau élevé portant une girouette très-mobile.

3° Un miroir en glace noire sur lequel est gravée la rose des vents ; ce miroir, orienté avec soin, et mobile sur une charnière autour d'un axe horizontal dirigé dans le sens de l'Est à l'Ouest, est porté sur un piquet fixé dans le sol ; il sert à observer la direction des nuages et à lire par réflexion la direction de la girouette, au-dessous de laquelle il se trouve placé.

Le baromètre est un Fortin que j'ai étudié en le comparant au cathétomètre avec le baromètre normal de mon cabinet. Il est verticalement fixé au moyen d'une suspension à vis contre un mur, dans le cabinet de M. le Commandant de l'École ; on l'observe tous les jours à 9 heures Sa hauteur, corrigée de l'erreur constante, est ramenée à zéro au moyen de Tables publiées dans le *Bulletin Météorologique* de l'Association Scientifique.

L'altitude de la cuvette du baromètre est de $39^m,50$.

A la suite des Tableaux mensuels, nous donnons un Résumé des Observations avec leurs moyennes calculées séparément pour chaque mois, chaque saison et l'année. Nous faisons commencer, comme on le fait généralement, l'année météorologique au 1er décembre.

Montpellier, le 1er mars 1876.

A. Crova.

## OBSERVATIONS météorologiques faites à la station de la Citadelle de Montpellier. — Altitude 37m.

| DATES. | MOIS DE DÉCEMBRE 1874. — 9 heures du matin. Baromètre à zéro. | Thermomètre extérieur. | ÉTAT hygrométrique en centièmes | VENT. | Températ. Maxima. | Minima. | ÉVAPORATION en 24 heures. | ÉTAT DU CIEL à midi. | PLUIE en 24 heures. | MOIS DE JANVIER 1875. — 9 heures du matin. Baromètre à zéro. | Thermomètre extérieur. | ÉTAT hygrométrique en centièmes | VENT. | Température Maxima. | Minima. | ÉVAPORATION en 24 heures. | ÉTAT DU CIEL à midi. | PLUIE en 24 heures. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 746.9 | 15.2 | 88 | SE léger | 16.6 | 7.5 | 3.1 | Nuageux | » | 766.4 | 0.3 | 94 | NE calme | 7.9 | —2.4 | 1.2 | Couvert | » |
| 2 | 47.7 | 11.9 | 81 | SE calme | 15.7 | 11.6 | 2.0 | Nuageux | » | 66.9 | 1.0 | 96 | NE calme | 12.0 | —1.9 | 1.1 | Nuageux | » |
| 3 | 54.0 | 7.8 | 91 | SE calme | 12.0 | 6.5 | 1.4 | Nuageux | 5.5 | 66.4 | 8.6 | 82 | NO léger | 15.8 | 0.7 | 0.4 | Beau | » |
| 4 | 54.4 | 5.4 | 63 | SE calme | 11.4 | 1.6 | 2.7 | Nuageux | » | 66.9 | 7.2 | 94 | N léger | 8.8 | 5.2 | 1.3 | Brumeux | » |
| 5 | 55.9 | 3.4 | 48 | NO léger | 10.6 | 1.4 | 3.6 | Beau | » | 62.5 | 6.3 | 88 | N léger | 14.6 | 4.5 | 0.9 | Brumeux | » |
| 6 | 61.2 | 6.5 | 83 | NO calme | 16.0 | 2.6 | 5.3 | Beau | » | 60.4 | 7.0 | 77 | N léger | 13.0 | 3.3 | 4.6 | Beau | » |
| 7 | 63.1 | 10.4 | 72 | O léger | 15.6 | 4.0 | 3.2 | Beau | » | 61.4 | 4.1 | 80 | NNE calme | 13.6 | 0.8 | 2.8 | Beau | » |
| 8 | 67.4 | 7.8 | 75 | O calme | 14.2 | 4.6 | 5.8 | Beau | » | 61.4 | 5.2 | 72 | NO léger | 11.9 | 1.8 | 2.9 | Beau | » |
| 9 | 52.1 | 5.6 | 91 | O calme | 14.1 | 3.7 | 2.5 | Nuageux | » | 63.8 | 6.8 | 88 | N léger | 9.6 | 4.4 | 2.3 | Couvert | » |
| 10 | 51.6 | 5.1 | 72 | O léger | 11.4 | 3.7 | 4.2 | Beau | » | 62.4 | 8.5 | 93 | N très-léger | 12.3 | 6.6 | 1.2 | Nuageux | » |
| 11 | 51.1 | 2.8 | 80 | N très-léger | 10.0 | 1.6 | 4.4 | Pluie fine | » | 63.0 | 8.5 | 89 | NO assez fort | 12.4 | 6.7 | 2.2 | Couvert | » |
| 12 | 44.5 | 8.5 | 70 | NO léger | 11.7 | 0.5 | 1.5 | Quelq. nuag. | 4.2 | 62.3 | 11.4 | 90 | NO très-léger | 12.0 | 4.5 | 2.0 | Couvert | » |
| 13 | 44.6 | 6.7 | 75 | O léger | 10.7 | 0.3 | 5.3 | Quelq. nuag. | » | 62.3 | 9.4 | 89 | N léger | 12.3 | 8.0 | 0 6 | Couvert | » |
| 14 | 47.3 | 6.8 | 83 | O très-léger | 10.8 | 2.5 | 4.0 | Beau | » | 63.6 | 9.0 | 79 | N léger | 11.0 | 7.0 | 1.1 | Couvert | » |
| 15 | 51.6 | 6.0 | 51 | O assez fort | 10.8 | 1.4 | 4.7 | Beau | » | 67.5 | 10.2 | 97 | N très-léger | 13.0 | 8.9 | 0.1 | Couvert | » |
| 16 | 50.6 | 2.8 | 55 | O léger | 10.7 | 1.2 | 6.3 | Brumeux | » | 62.3 | 9.9 | 100 | NE très-léger | 13.8 | 9.1 | 0.3 | Nuageux | » |
| 17 | 46.5 | 0.2 | 96 | N léger | 6.1 | —0.7 | 2.0 | Neige | » | 63.8 | 11.9 | 87 | NO léger | 17.6 | 8.9 | 4.5 | Nuageux | » |
| 18 | 54.4 | 0.4 | 98 | N léger | 3.7 | 0.2 | 0.3 | Couvert | 11.2 | 61.6 | 15.2 | 60 | N assez fort | 16.8 | 15.9 | 5.02 | Beau | » |
| 19 | 56.0 | 2.3 | 93 | N léger | 7.9 | 0.7 | 1.6 | Nuageux | » | 68.6 | 13.2 | 67 | O léger | 15.7 | 10.7 | 9.0 | Beau | » |
| 20 | 46.9 | 1.8 | 74 | NO assez fort | 7.6 | 0.0 | 3.1 | Beau | » | 67.3 | 5.2 | 84 | NE léger | 16.1 | 2.9 | 6.2 | Beau | » |
| 21 | 43.0 | 0.2 | 90 | O très-léger | 6.3 | —0.2 | 4.2 | Nuageux | » | 63.7 | 10.4 | 71 | O léger | 14.7 | 5.3 | 2 3 | Nuageux | » |
| 22 | 51.8 | 0.7 | 85 | SO très-léger | 5.0 | —2.3 | 1.5 | Couvert | » | 53.8 | 10.4 | 70 | NO assez fort | 13.1 | 7.2 | 4.3 | Nuageux | 1.4 |
| 23 | 53.7 | —0.4 | 96 | NO assez fort | 4.7 | —2.7 | 1.0 | Beau | » | 64.5 | 4.2 | 57 | NO léger | 13.1 | 0.3 | 6.0 | Nuageux | » |
| 24 | 59.8 | —1.2 | 74 | NO très-léger | 4.6 | —4.8 | 1.9 | Brumeux | » | 61.9 | 5.2 | 98 | NE assez fort | 13.1 | 2.9 | 3.8 | Nuageux | » |
| 25 | 57.8 | 2.0 | 81 | NO très-léger | 8.8 | —1.7 | 1.3 | Nuageux | 0.2 | 60.3 | 9.2 | 76 | SO assez fort | 15.4 | 5.9 | 3.5 | Nuageux | » |
| 26 | 53.3 | 6.6 | 30 | O fort | 9.1 | —1.8 | 2.1 | Beau | 5.5 | 63.6 | 9.5 | 81 | NE léger | 14.7 | 7.5 | 5.1 | Nuageux | » |
| 27 | 56.8 | 0.8 | 74 | N très-léger | 9.0 | —1.3 | 3.9 | Nuageux | » | 64.6 | 7.6 | 62 | NE léger | 15.8 | 7.1 | 2.1 | Nuageux | » |
| 28 | 60.8 | 1.0 | 96 | NO très-léger | 9.0 | 0.2 | 3.6 | Nuageux | » | 69.8 | 5.8 | 61 | NE léger | 15.0 | —2.2 | 6.5 | Beau | » |
| 29 | 59.1 | 1.2 | 96 | NO léger | 9.0 | —2.5 | | Beau | » | 71.3 | 6.2 | 91 | NE léger | 15.5 | 7.5 | 2.6 | Beau | » |
| 30 | 56.3 | —1.2 | 78 | N assez fort | 9.0 | —3.7 | 3.3 | Beau | » | 67.3 | 8.9 | 71 | NO léger | 15.1 | 2.2 | 2.5 | Nuageux | 1.2 |
| 31 | 60.3 | —1.2 | 89 | N calme | 9.0 | —6.5 | 1.7 | Nuageux | » | 65.0 | 4.8 | 44 | NO léger | 10.3 | 2.1 | 7.7 | Beau | » |

# OBSERVATIONS météorologiques faites à la station de la Citadelle de Montpellier. — Altitude 37m.

| DATES. | MOIS DE FÉVRIER 1875. 9 heures du matin. Baromètre à zéro. | Thermomètre extérieur. | ÉTAT hygrométrique en centièmes. | VENT. | Températ. Maxima. | Minima. | ÉVAPORATION en 24 heures. | ÉTAT DU CIEL à midi. | PLUIE en 24 heures. | MOIS DE MARS 1875. 9 heures du matin. Baromètre à zéro. | Thermomètre extérieur. | ÉTAT hygrométrique en centièmes. | VENT. | Température Maxima. | Minima. | ÉVAPORATION en 24 heures. | ÉTAT DU CIEL à midi. | PLUIE en 24 heures. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 768.1 | 2.3 | 62 | NE léger | 14.1 | —1.4 | 3.4 | Beau | » | 748.1 | 8.4 | 61 | E léger | 15.0 | 1.5 | 3.2 | Nuageux | » |
| 2 | 67.9 | 2.2 | 71 | NE léger | 12.1 | —1.1 | 4.3 | Beau | » | 46.7 | 8.0 | 61 | SE léger | 12.4 | 3.8 | 4.2 | Nuageux | » |
| 3 | 61.5 | 8.0 | 67 | SE assez fort | 12.8 | 0.8 | 2.9 | Beau | » | 50.4 | 7.2 | 61 | SE léger | 13.0 | 1.8 | 5.1 | Beau | » |
| 4 | 58.4 | 12.8 | 49 | E léger | 14.7 | 7.7 | 6.7 | Nuageux | » | 51.4 | 6.6 | 79 | E léger | 12.5 | 2 2 | 5.0 | Beau | » |
| 5 | 61.8 | 6 | 85 | NE léger | 10.4 | 2.4 | 4.3 | Nuageux | 1.0 | 51.7 | 7.2 | 83 | E léger | 13.9 | 3.4 | 4.0 | Beau | » |
| 6 | 63.9 | 1.4 | 70 | NE léger | 9.9 | —2.8 | 4.2 | Nuageux | » | 63.3 | 13.2 | 77 | SE léger | 19.4 | 7.4 | 2.6 | Beau | » |
| 7 | 61.5 | 3.4 | 66 | O léger | 8.5 | —1 0 | 6.5 | Nuageux | » | 67.3 | 16.8 | 30 | E léger | 19.2 | 8.8 | 3.1 | Beau | » |
| 8 | 57.5 | 4.3 | 62 | N fort | 8.2 | 3.0 | 3.5 | Nuageux | » | 70.2 | 16.4 | 20 | SE léger | 14.4 | 8.4 | 3.4 | Beau | » |
| 9 | 56.2 | 0.8 | 89 | NE léger | 5.4 | —4.7 | 3.3 | Nuageux | » | 70.5 | 12.7 | 73 | SE léger | 13.5 | 6.1 | 4.2 | Nuageux | » |
| 10 | 53.9 | —0.3 | 66 | N fort | 6.8 | —2.5 | 2.4 | Beau | » | 62.0 | 12.9 | 68 | E léger | 22.4 | 5.7 | 0.9 | Nuageux | » |
| 11 | 61.2 | —1.6 | 71 | NE léger | 9.9 | —6.3 | 1.3 | Beau | » | 56.4 | 13.5 | 65 | NE assez fort | 16.1 | 8.2 | 3.2 | Nuageux | » |
| 12 | 64.8 | —1.6 | 71 | NE léger | 9.4 | —5.1 | 3.2 | Beau | » | 54.5 | 10.9 | 95 | NE léger | 13.3 | 9.5 | 2.0 | Nuageux | 6.1 |
| 13 | 57.7 | 7.1 | 57 | E très-léger | 18.9 | —1.5 | 4.4 | Beau | » | 54.2 | 11.8 | 83 | E très-fort | 12.3 | 10.4 | 1.0 | Couvert | 1.1 |
| 14 | 59 0 | 4.8 | 69 | O très-léger | 18.0 | 0.1 | 3.3 | Beau | » | 54.1 | 10.2 | 14 | E fort | 13.9 | 8.2 | 2.1 | Couvert | » |
| 15 | 61.2 | 7.8 | 60 | E léger | 16.4 | 1.6 | 6.3 | Beau | » | 59.9 | 10.4 | 15 | E léger | 17.9 | 7.2 | 2.1 | Nuageux | 4.2 |
| 16 | 61.4 | 7.8 | 71 | NE léger | 15.0 | 2.9 | 5.2 | Beau | » | 64.3 | 11.0 | 93 | O léger | 16.3 | 6.9 | 4.2 | Nuageux | » |
| 17 | 57.2 | 5.2 | 56 | O fort | 8.3 | 1.3 | 6.0 | Nuageux | » | 59.9 | 12.1 | 90 | NO léger | 14.3 | 7.6 | 3.0 | Nuageux | » |
| 18 | 54.0 | 4.1 | 66 | NE léger | 10.9 | 0.6 | 5.6 | Couvert | » | 59.5 | 10.6 | 75 | NE assez fort | 15.7 | 6.6 | 3.4 | Beau | » |
| 19 | 53.7 | 1.4 | 72 | E léger | 10.2 | —1.6 | 4.2 | Beau | » | 61.5 | 8.3 | 72 | NE léger | 15.5 | 4.7 | 5.4 | Beau | » |
| 20 | 54.5 | 2.8 | 52 | E léger | 11.7 | —1.3 | 4.2 | Beau | » | 57.0 | 9.7 | 66 | NE léger | 14.7 | 3.5 | 4.5 | Beau | » |
| 21 | 56.8 | 1.1 | 81 | O léger | 11.0 | —3.0 | 3.5 | Beau | » | 54.8 | 6.9 | 40 | N assez fort | 11.4 | 2.0 | 7.8 | Beau | » |
| 22 | 54.7 | 5.0 | 51 | NE assez fort | 43.7 | 0.0 | 3.8 | Couvert | » | 56.3 | 5.7 | 42 | NE assez fort | 12.5 | 0.4 | 4.2 | Beau | » |
| 23 | 52.4 | 4 1 | 97 | NE assez fort | 9.5 | 3.0 | 4.1 | Couvert | 2.2 | 56.3 | 8.8 | 58 | NO assez fort | 12.0 | 3.3 | 7.0 | Beau | » |
| 24 | 46.6 | 8.3 | 83 | SE très-fort | 9.3 | —4.0 | 1.6 | Couvert | 0.4 | 63.8 | 7.2 | 57 | NE léger | 15.5 | 0.6 | 5.3 | Beau | » |
| 25 | 48.8 | 5.5 | 74 | SE assez fort | 13.8 | 1.8 | 1.1 | Beau | 10.2 | 65.8 | 11.4 | 48 | NE léger | 18.0 | 3.1 | 5.2 | Beau | » |
| 26 | 46.6 | 5.7 | 70 | E fort | 12.6 | 3.0 | 4.5 | Nuageux | 8.7 | 67.5 | 11.3 | 63 | NE léger | 19.6 | 2.7 | 9.5 | Couvert | » |
| 27 | 47.1 | 8.8 | 60 | O léger | 12.0 | 4.5 | 3.4 | Couvert | » | 61.8 | 12.4 | 83 | E léger | 19.8 | 3.5 | 6.4 | Couvert | » |
| 28 | 47.6 | 9.2 | 81 | E léger | 14.1 | 2.8 | 4.0 | Couvert | » | 57.1 | 13.2 | 77 | O léger | 18.9 | 6.1 | 5.9 | Couvert | » |
| 29 | | | | | | | | | | 59.8 | 10.0 | 33 | NO fort | 13.2 | 6.1 | 10.5 | Nuageux | » |
| 30 | | | | | | | | | | 62.4 | 9.6 | 50 | N fort | 15.0 | 3.2 | 10.6 | Nuageux | » |
| 31 | | | | | | | | | | 64.5 | 11.6 | 48 | O léger | 16.4 | 1.5 | 8.4 | Nuageux | » |

**OBSERVATIONS météorologiques faites à la station de la Citadelle de Montpellier.** — Altitude 37$^{m}$.

MOIS D'AVRIL 1875.

| DATES. | 9 heures du matin. Baromètre à zéro. | Thermomètre extérieur. | ÉTAT hygrométrique en centièmes | VENT. | Températ. Maxima. | Minima. | ÉVAPORATION en 24 heures. | ÉTAT DU CIEL à midi. | PLUIE en 24 heures. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 764.3 | 12.8 | 38 | N léger | 19.9 | 4.4 | 6.7 | Nuageux | » |
| 2 | 63.4 | 13.3 | 42 | N assez fort | 14.3 | 5.0 | 6.8 | Nuageux | » |
| 3 | 63.0 | 10.2 | 48 | E léger | 20.7 | 2.6 | 5.4 | Nuageux | » |
| 4 | 61.1 | 11.4 | 45 | N léger | 20.5 | 9.1 | 7.1 | Beau | » |
| 5 | 54.1 | 12.1 | 43 | E léger | 14.3 | 7.2 | 6.9 | Couvert | » |
| 6 | 50 | 14.0 | 78 | NE assez fort | 15.8 | 9.0 | 3.0 | Couvert | » |
| 7 | 51.3 | 13.0 | 62 | O léger | 18.1 | 8.8 | 2.7 | Nuageux | 1.2 |
| 8 | 52.1 | 11.4 | 65 | SO léger | 16.4 | 4.9 | 6.5 | Couvert | » |
| 9 | 50.4 | 11.0 | 61 | E léger | 15.0 | 3.2 | 6.4 | Couvert | » |
| 10 | 55.2 | 9.3 | 68 | S léger | 14.9 | 4.8 | 3.4 | Nuageux | » |
| 11 | 54.7 | 12.6 | 79 | E assez fort | 16.6 | 4.7 | 2.5 | Nuageux | 33.3 |
| 12 | 52.6 | 9.1 | 97 | O assez fort | 16.6 | 9.2 | 4.1 | Couvert | » |
| 13 | 51.1 | 16.7 | 66 | O léger | 22.7 | 9.0 | 1.2 | Beau | 44.5 |
| 14 | 60.1 | 14.4 | 41 | E léger | 16.4 | 5.3 | 7.3 | Beau | » |
| 15 | 62.1 | 13.8 | 37 | N léger | 20.0 | 6.1 | 4.8 | Beau | » |
| 16 | 61.9 | 14.0 | 33 | NE léger | 19.4 | 8.5 | 11.2 | Beau | » |
| 17 | 62.1 | 13 6 | 73 | N léger | 16.6 | 5.2 | 7.0 | Beau | » |
| 18 | 61.6 | 14.2 | 76 | SE assez fort | 14.9 | 7.4 | 3.5 | Beau | » |
| 19 | 63.3 | 14.3 | 76 | N léger | 16.9 | 7.1 | 4.3 | Beau | » |
| 20 | 64.9 | 16.0 | 81 | SE léger | 17.1 | 6·4 | 4.2 | Beau | » |
| 21 | 63.5 | 14.4 | 91 | E léger | 17.1 | 8.0 | 3.6 | Beau | » |
| 22 | 55.0 | 10.3 | 89 | E léger | 15.1 | 8.0 | 2.8 | Couv. (pluie) | » |
| 23 | 56.0 | 16.0 | 79 | E léger | 19.1 | 8.2 | 0.6 | Beau | 26.2 |
| 24 | 55.. | 16.4 | 81 | E léger | 20.5 | 11.4 | 3.1 | Couvert | » |
| 25 | 57.9 | 16.8 | 81 | E léger | 20.4 | 9.7 | 4.2 | Beau | 6.2 |
| 26 | 58.9 | 16.8 | 35 | N léger | 23.4 | 8.6 | 10.0 | Beau | » |
| 27 | 60.7 | 19.4 | 44 | SE léger | 22.5 | 9.3 | 9.0 | Nuageux | » |
| 28 | 62.2 | 21.2 | 67 | E léger | 25.5 | 9 1 | 7.1 | Nuageux | » |
| 29 | 60.5 | 21.6 | 33 | E léger | 27.8 | 13.3 | 7.9 | Beau | » |
| 30 | 61.5 | 18.6 | 66 | E léger | 20.1 | 11.0 | 7.0 | Beau | » |
| 31 | | | | | | | | | |

MOIS DE MAI 1875.

| DATES. | 9 heures du matin. Baromètre à zéro. | Thermomètre extérieur. | ÉTAT hygrométrique en centièmes | VENT. | Température Maxima. | Minima. | ÉVAPORATION en 24 heures. | ÉTAT DU CIEL à midi. | PLUIE en 24 heures. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 760.0 | 18.0 | 63 | NE léger | 23.8 | 14.5 | 2.1 | Beau | » |
| 2 | 59.8 | 22.0 | 72 | NO léger | 23.3 | 11.2 | 2.7 | Beau | » |
| 3 | 58.7 | 20.4 | 53 | E léger | 27 3 | 13.3 | 5.2 | Beau | » |
| 4 | 60.4 | 22.4 | 49 | E léger | 25.9 | 14.7 | 4.3 | Couvert | » |
| 5 | 59.4 | 18.6 | 69 | NE assez-fort | 24.3 | 13.2 | 8.0 | Beau | » |
| 6 | 58.4 | 21.2 | 58 | NE léger | 24.1 | 12.8 | 3.2 | Couvert | » |
| 7 | 59.6 | 17.4 | 86 | NE léger | 22.0 | 13 4 | 2.1 | Couvert | » |
| 8 | 61.9 | 22.8 | 63 | SE léger | 25.6 | 12.6 | 2.7 | Nuageux | » |
| 9 | 60.4 | 21 2 | 75 | SE léger | 26.5 | 15.4 | 5.5 | Nuageux | » |
| 10 | 60.5 | 19.4 | 83 | S léger | 24.5 | 14.9 | 4.0 | Nuageux | » |
| 11 | 64.3 | 22.6 | 53 | N léger | 25.8 | 17.5 | 4.4 | Nuageux | » |
| 12 | 64.5 | 26.6 | 72 | NE assez fort | 29.2 | 16.4 | 4.6 | Nuageux | » |
| 13 | 62.3 | 24.1 | 32 | NE léger | 27.1 | 17.8 | 8.0 | Beau | » |
| 14 | 62.9 | 24.9 | 47 | E léger | 29.1 | 18.0 | 8.0 | Beau | » |
| 15 | 62.3 | 23.2 | 35 | E léger | 25.7 | 17.6 | 8.4 | Beau | » |
| 16 | 61.2 | 22.2 | 71 | E léger | 24.1 | 15.6 | 2.5 | Nuageux | » |
| 17 | 60.2 | 22.6 | 47 | E assez fort | 22.1 | 16.6 | 1.4 | Nuageux | » |
| 18 | 62.2 | 20.6 | 69 | SE assez fort | 23.4 | 17.6 | 5.4 | Couvert | » |
| 19 | 61.3 | 20.7 | 75 | S léger | 24.5 | 17.8 | 3.1 | Beau | » |
| 20 | 59.5 | 21.0 | 55 | E léger | 26.2 | 14.9 | 4.9 | Beau | » |
| 21 | 58.5 | 21.0 | 73 | S léger | 24.9 | 15.3 | 5.0 | Beau | » |
| 22 | 60.7 | 24.8 | 61 | E léger | 26.8 | 17.9 | 1.1 | Nuageux | » |
| 23 | 63.3 | 20.2 | 94 | E léger | 31.1 | 20.0 | 2.1 | Nuageux | » |
| 24 | 64.1 | 25.2 | 35 | NE léger | 33.9 | 19.3 | 8.8 | Beau | » |
| 25 | 62.9 | 25.4 | 43 | NE assez fort | 31.5 | 19.1 | 10.0 | Beau | » |
| 26 | 58.5 | 28.0 | 29 | E léger | 31.9 | 20.0 | 9.0 | Beau | » |
| 27 | 55.0 | 22.6 | 27 | E assez fort | 26.3 | 16.4 | 9.2 | Beau | » |
| 28 | 55.4 | 19.4 | 72 | E assez fort | 23.0 | 13.4 | 8.4 | Beau | » |
| 29 | 51.2 | 21.7 | 46 | NE assez fort | 24.5 | 15.3 | 5.0 | Couvert | » |
| 30 | 49.1 | 16.4 | 96 | NE léger | 21.9 | 1.51 | 4.6 | Couvert | 2»3 |
| 31 | 53.4 | 21.2 | 82 | SE assez fort | 23.2 | 17.2 | 2.4 | Couvert | » |

## OBSERVATIONS météorologiques faites à la station de la Citadelle de Montpellier. — Altitude 37m.

**MOIS DE JUIN 1875.**

| DATES. | 9 heures du matin. Baromètre à zéro. | 9 heures du matin. Thermomètre extérieur. | 9 heures du matin. ÉTAT hygrométrique en centièmes | 9 heures du matin. VENT. | Températ. Maxima. | Températ. Minima. | ÉVAPORATION en 24 heures. | ÉTAT DU CIEL à midi. | PLUIE en 24 heures. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 756.5 | 20.3 | 85 | SE fort | 22 1 | 18.6 | 14.0 | Couvert | » |
| 2 | 57.4 | 21.4 | 67 | SE assez fort | 25.7 | 17.6 | 18.0 | Couvert | 32.0 |
| 3 | 56.7 | 20.2 | 36 | E assez fort | 29.1 | 20.3 | 2.4 | Couvert | 2.7 |
| 4 | 56.2 | 24.6 | 51 | E léger | 28.1 | 18.4 | 2.5 | Nuageux | 5.4 |
| 5 | 55.1 | 22.4 | 60 | O fort | 26.6 | 17.6 | 11.0 | Nuageux | » |
| 6 | 60.2 | 26.3 | 45 | E léger | 30.4 | 19.6 | 7.1 | Beau | » |
| 7 | 64.1 | 26.7 | 37 | E léger | 34.3 | 20.3 | 10.9 | Beau | » |
| 8 | 59.6 | 29.2 | 46 | SE léger | 35.5 | 21.8 | 11.4 | Nuageux | » |
| 9 | 58.8 | 28.8 | 59 | SE léger | 30.1 | 21.6 | 10.8 | Beau | » |
| 10 | 61.4 | 28.0 | 58 | SE léger | 27.7 | 20.8 | 5.1 | Nuageux | » |
| 11 | 62.3 | 24.8 | 39 | SE léger | 30.3 | 18.4 | 6.3 | Beau | » |
| 12 | 61 | 24.4 | 30 | SE léger | 28.1 | 17.8 | 11.4 | Nuageux | » |
| 13 | 58.4 | 24.8 | 37 | SE léger | 28.1 | 18.7 | 11.0 | Beau | » |
| 14 | 56.5 | 26.4 | 57 | E léger | 26.3 | 18.9 | 11.2 | Beau | » |
| 15 | 55.0 | 23.1 | 74 | S assez fort | 26.9 | 18.4 | 4.8 | Nuageux | » |
| 16 | 54.3 | 25.0 | 51 | NE léger | 27.1 | 17.2 | 5.2 | Nuageux | » |
| 17 | 59.2 | 21.2 | 91 | NE léger | 25.5 | 20.2 | 4.0 | Nuageux | » |
| 18 | 60.0 | 21.8 | 49 | O léger | 26.3 | 16.8 | 4 2 | Beau | » |
| 19 | 61.2 | 20.2 | 46 | O léger | 25.7 | 13.1 | 13.2 | Nuageux | » |
| 20 | 61.2 | 19.4 | 50 | O assez fort | 27.2 | 15.6 | 12.4 | Nuageux | » |
| 21 | 56.4 | 24.0 | 60 | S léger | 23.3 | 17.5 | 10.4 | Couvert | » |
| 22 | 58.1 | 24.8 | 24 | E léger | 26.9 | 14.0 | 3.7 | Couvert | 27.5 |
| 23 | 59.8 | 17.2 | 86 | S assez fort | 20.1 | 14.9 | 4.0 | Couvert | 51.5 |
| 24 | 61.9 | 20.2 | 91 | SE léger | 23.3 | 15.0 | 4.0 | Nuageux | » |
| 25 | 60.4 | 20.2 | 69 | SO léger | 26.0 | 16.8 | 8.2 | Beau | » |
| 26 | 58.1 | 23.4 | 52 | O léger | 30.0 | 16.6 | 8.4 | Nuageux | » |
| 27 | 57.6 | 24.0 | 48 | NO léger | 30.0 | 18.7 | 8.3 | Nuageux | » |
| 28 | 57.1 | 24.8 | 36 | NO léger | 31.4 | 18.9 | 9.4 | Nuageux | » |
| 29 | 57.6 | 23.8 | 42 | NO léger | 27.9 | 19.5 | 10.5 | Beau | » |
| 30 | 58.5 | 27.0 | 57 | NO léger | 28.7 | 19.8 | 9.4 | Beau | » |
| 31 | | | | | | | | | |

**MOIS DE JUILLET 1875.**

| DATES. | 9 heures du matin. Baromètre à zéro. | 9 heures du matin. Thermomètre extérieur. | 9 heures du matin. ÉTAT hygrométrique en centièmes | 9 heures du matin. VENT. | Température Maxima. | Température Minima. | ÉVAPORATION en 24 heures. | ÉTAT DU CIEL à midi. | PLUIE en 24 heures. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 758.1 | 22.8 | 74 | NO fort | 23.2 | 17.1 | 7.2 | Nuageux | » |
| 2 | 56.7 | 23.4 | 74 | NO léger | 25.1 | 17.1 | 6.3 | Nuageux | » |
| 3 | 57.7 | 25.6 | 71 | NE léger | 24.6 | 18.8 | 5.2 | Couvert | » |
| 4 | 58.5 | 20.8 | 63 | NO léger | 22.7 | 16.6 | 2.1 | Couvert | » |
| 5 | 62.8 | 15.4 | 71 | NO léger | 24.7 | 16.2 | 3.2 | Nuageux | 8.8 |
| 6 | 62.2 | 24.2 | 57 | NO léger | 31.5 | 17.2 | 5.3 | Beau | » |
| 7 | 61.0 | 28.8 | 56 | NO léger | 30.3 | 20.0 | 7.3 | Nuageux | » |
| 8 | 60.0 | 26.1 | 37 | S léger | 28.5 | 19.6 | 3.2 | Couvert | 12.8 |
| 9 | 58.0 | 22.8 | 54 | O assez fort | 26.2 | 17.6 | 5.5 | Nuageux | » |
| 10 | 58.4 | 29.0 | 47 | O très fort | 27.2 | 18.4 | 9.5 | Beau | » |
| 11 | 61.2 | 25.8 | 63 | O léger | 26.7 | 19.1 | 9.7 | Beau | » |
| 12 | 62.5 | 22.0 | 53 | O léger | 26.3 | 17.5 | 10.0 | Beau | » |
| 13 | 62.7 | 22.1 | 35 | NE léger | 30.1 | 16.1 | 11.1 | Beau | » |
| 14 | 61.1 | 25.6 | 57 | NE léger | 25.9 | 18.8 | 9.3 | Beau | » |
| 15 | 60.1 | 27.4 | 40 | NO léger | 22.9 | 17.3 | 5.8 | Couvert | » |
| 16 | 53.2 | 20.6 | 62 | NO léger | 24.8 | 15.4 | 3.4 | Nuageux | 8.2 |
| 17 | 52.8 | 20.4 | 68 | NO assez fort | 25.1 | 15.2 | 4.6 | Nuageux | » |
| 18 | 53.4 | 20.8 | 61 | NO assez fort | 28.4 | 16.9 | 3.0 | Beau | » |
| 19 | 55.6 | 23.2 | 78 | SO léger | 26.5 | 16.0 | 6.5 | Beau | » |
| 20 | 59.1 | 23.1 | 45 | NO fort | 27.7 | 16.4 | 7.1 | Beau | » |
| 21 | 57.6 | 25.0 | 45 | NO léger | 29.4 | 19.6 | 9.4 | Couvert | » |
| 22 | 55.1 | 27.2 | 63 | SO léger | 28.9 | 19.6 | 11.4 | Couvert | » |
| 23 | 53.9 | 22.9 | 54 | SO léger | 28.4 | 17.1 | 13.1 | Nuageux | 0.4 |
| 24 | 57.1 | 25.8 | 56 | O léger | 26.7 | 18.3 | 14.2 | Beau | » |
| 25 | 57.1 | 19.6 | 88 | O léger | 28.0 | 18.2 | 7.3 | Beau | 9.4 |
| 26 | 63.1 | 24.6 | 65 | O léger | 31.1 | 18.3 | 7.0 | Beau | » |
| 27 | 63.4 | 24.2 | 54 | N léger | 30.3 | 18.8 | 8.4 | Beau | » |
| 28 | 62.9 | 27.4 | 46 | O léger | 29.9 | 20.4 | 6.5 | Nuagéux | » |
| 29 | 62.8 | 27.0 | 39 | O assez fort | 34.5 | 20.8 | 9.2 | Beau | » |
| 30 | 62.8 | 28.4 | 49 | E léger | 32.9 | 19.4 | 12.2 | Beau | » |
| 31 | 58.6 | 29.0 | 53 | O léger | 32.3 | 18.8 | 11.0 | Beau | » |

## OBSERVATIONS météorologiques faites à la station de la Citadelle de Montpellier. — Altitude 37m.

| DATES. | MOIS D'AOUT 1875. | | | | | | | | | MOIS DE SEPTEMBRE 1875. | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 9 heures du matin. | | | | Températ. | | | | | 9 heures du matin. | | | | Température | | | | |
| | Baromètre à zéro. | Thermomètre extérieur. | ÉTAT hygrométrique en centièmes | VENT. | Maxima. | Minima. | ÉVAPORATION en 24 heures. | ÉTAT DU CIEL à midi. | PLUIE en 24 heures. | Baromètre à zéro. | Thermomètre extérieur. | ÉTAT hygrométrique en centièmes | VENT. | Maxima. | Minima. | ÉVAPORATION en 24 heures. | ÉTAT DU CIEL à midi. | PLUIE en 24 heures. |
| 1 | 756.7 | 26.6 | 52 | O léger | 32.3 | 19.1 | 10.9 | Beau | » | 763.9 | 21.8 | 61 | NO léger | 30.1 | 12.2 | 11.0 | Beau | » |
| 2 | 58.7 | 24.6 | 44 | N léger | 33.7 | 18.4 | 11.2 | Beau | » | 61.6 | 23.0 | 53 | NO léger | 30.1 | 11.5 | 9.4 | Beau | » |
| 3 | 60.7 | 28.8 | 41 | O léger | 31.4 | 18.1 | 11.4 | Nuageux | » | 61.4 | 22.4 | 29 | N assez fort | 30.5 | 13.0 | 10.2 | Beau | » |
| 4 | 53.4 | 22.0 | 51 | O très-fort | 26.1 | 18.5 | 8.6 | Nuageux | » | 61.1 | 23.6 | 64 | S léger | 26.5 | 14.0 | 9.2 | Beau | » |
| 5 | 53.6 | 20.0 | 50 | O très-fort | 22.5 | 16.4 | 9.4 | Couvert | » | 63.7 | 25.6 | 32 | O léger | 31.5 | 16.0 | 9.1 | Beau | » |
| 6 | 55.2 | 21.6 | 33 | O assez fort | 25.0 | 13.6 | 13.0 | Nuageux | » | 63.4 | 24.2 | 34 | N assez fort | 33.0 | 15.0 | 11.0 | Beau | » |
| 7 | 59.2 | 25.8 | 44 | O léger | 27.8 | 15.7 | 9.8 | Nuageux | » | 63.7 | 25.4 | 58 | NO léger | 29.1 | 14.7 | 11.4 | Beau | » |
| 8 | 61.1 | 25.9 | 56 | O léger | 28.5 | 16.4 | 8.6 | Nuageux | » | 61.9 | 24.1 | 66 | N assez fort | 25.1 | 16.4 | 6.0 | Couvert | » |
| 9 | 60.1 | 22.2 | 86 | O léger | 29.8 | 17.4 | 3.0 | Beau | » | 61.4 | 17.1 | 99 | N assez fort | 21.5 | 15.2 | 2.0 | Couvert | 79.0 |
| 10 | 59.0 | 24.2 | 68 | O léger | 27.2 | 17.0 | 4.6 | Beau | » | 57.1 | 15.0 | 100 | N fort | 23.0 | 16.0 | 2.0 | Couvert | 21.4 |
| 11 | 61.7 | 22.6 | 81 | SO léger | 27.1 | 16.3 | 5.0 | Couvert | » | 62.3 | 17.3 | 92 | S fort | 23.1 | 14.5 | 2.1 | Couvert | 48.0 |
| 12 | 60.3 | 25.5 | 63 | SO léger | 28.7 | 18.2 | 3.8 | Couvert | » | 60.4 | 18.0 | 98 | S fort | 22.7 | 14.8 | 1.1 | Couvert | 6.5 |
| 13 | 59.3 | 27.0 | 49 | O léger | 34.1 | 20.0 | 3.6 | Beau | » | 61.1 | 19.1 | 81 | SO léger | 23.5 | 16.5 | 1.9 | Nuageux | 116.5 |
| 14 | 61.8 | 27.4 | 47 | NO léger | 36.2 | 18.5 | 8.4 | Beau | » | 58.1 | 22.4 | 71 | SO léger | 27.4 | 17.0 | 2.4 | Nuageux | » |
| 15 | 62.7 | 28.2 | 43 | O assez fort | 35.3 | 19.5 | 8.6 | Beau | » | 59.1 | 24.2 | 77 | N léger | 26.2 | 16.5 | 3.7 | Nuageux | » |
| 16 | 63.6 | 30.6 | 34 | E léger | 32.3 | 20.7 | 9.5 | Beau | » | 61.1 | 23.0 | 83 | NO léger | 25.3 | 16.2 | 2.5 | Nuageux | » |
| 17 | 65.5 | 31.0 | 33 | E léger | 33.9 | 20.0 | 8.1 | Beau | » | 61.7 | 22.9 | 68 | NO assez fort | 25.0 | 17.0 | 3.9 | Nuageux | » |
| 18 | 64.6 | 31.2 | 52 | O léger | 33.1 | 19.6 | 10.0 | Beau | » | 63.6 | 22.4 | 64 | NO assez fort | 25.2 | 15.2 | 4.3 | Nuageux | » |
| 19 | 63.1 | 28.8 | 48 | O léger | 32.0 | 18.0 | 7.0 | Beau | » | 62.6 | 23.1 | 65 | NO léger | 24.1 | 16.4 | 4.8 | Nuageux | » |
| 20 | 62.7 | 28.8 | 55 | O léger | 33.2 | 17.8 | 7.6 | Beau | » | 63.2 | 17.9 | 93 | NO léger | 27.3 | 17.4 | 2.9 | Nuageux | 4.0 |
| 21 | 63.6 | 28.6 | 56 | NO léger | 33.7 | 17.7 | 8.4 | Beau | » | 61.2 | 21.8 | 78 | NO léger | 27.6 | 18.2 | 3.0 | Nuageux | » |
| 22 | 62.7 | 31.6 | 46 | NO léger | 33.1 | 19.5 | 8.5 | Beau | » | 59.7 | 23.0 | 92 | O léger | 25.3 | 17.6 | 2.0 | Nuageux | » |
| 23 | 60.7 | 26.2 | 54 | SE léger | 33.2 | 19.5 | 8.6 | Beau | » | 60.2 | 24.1 | 82 | NE léger | 31.1 | 17.3 | 2.6 | Nuageux | » |
| 24 | 58.2 | 26.6 | 38 | NO léger | 31.1 | 16.1 | 10.5 | Beau | » | 60.0 | 27.8 | 57 | NE léger | 31.9 | 17.3 | 6.4 | Beau | » |
| 25 | 60.2 | 27.4 | 71 | O léger | 29.3 | 19.0 | 6.0 | Beau | » | 61.0 | 24.9 | 61 | NE léger | 30.5 | 17.1 | 6.5 | Nuageux | » |
| 26 | 59.6 | 27.0 | 69 | NE léger | 32.5 | 18.5 | 4.2 | Beau | » | 60.6 | 21.9 | 80 | S fort | 24.3 | 20.5 | 4.1 | Couvert | » |
| 27 | 63.5 | 28.3 | 68 | E léger | 30.1 | 20.2 | 5.1 | Beau | » | 62.0 | 25.0 | 76 | SO léger | 27.9 | 20.0 | 1.4 | Nuageux | » |
| 28 | 62.1 | 27.0 | 78 | O léger | 28.9 | 21.9 | 3.2 | Couvert | » | 65.1 | 20.6 | 69 | NE léger | 25.1 | 19.6 | 7.4 | Nuageux | » |
| 29 | 60.7 | 27.4 | 56 | O léger | 31.3 | 17.6 | 3.5 | Nuageux | 0.4 | 58.2 | 19.8 | 83 | O assez fort | 25.7 | 19.5 | 3.8 | Nuageux | » |
| 30 | 60.0 | 22.8 | 52 | O léger | 29.3 | 15.7 | 9.0 | Nuageux | » | 58.2 | 21.6 | 58 | O léger | 25.1 | 13.8 | 6.2 | Nuageux | » |
| 31 | 63.3 | 27.0 | 35 | O léger | 29.2 | 14.8 | 8.9 | Beau | » | | | | | | | | | |

**OBSERVATIONS météorologiques faites à la station de la Citadelle de Montpellier.** — Altitude 37m.

MOIS D'OCTOBRE 1875.

| DATES. | 9 heures du matin. Baromètre à zéro. | Thermomètre extérieur. | État hygrométrique en centièmes | VENT. | Températ. Maxima. | Minima. | Évaporation en 24 heures. | ÉTAT DU CIEL à midi. | PLUIE en 24 heures. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 761.3 | 18.6 | 59 | NE léger | 24.9 | 12.1 | 6.8 | Nuageux | » |
| 2 | 61.3 | 17.8 | 27 | NE léger | 23.6 | 11.0 | 6.9 | Nuageux | » |
| 3 | 60.8 | 20.4 | 78 | E léger | 24.5 | 13.8 | 4.2 | Nuageux | » |
| 4 | 63.6 | 19.8 | 54 | E léger | 25.6 | 11.0 | 6.9 | Beau | » |
| 5 | 64.4 | 22.0 | 58 | SE assez fort | 28.1 | 15.0 | 6.9 | Beau | » |
| 6 | 66.9 | 21.6 | 72 | SO léger | 27.2 | 16.0 | 4.5 | Beau | » |
| 7 | 63.3 | 17.2 | 51 | E assez fort | 23.7 | 13.8 | 8.5 | Beau | » |
| 8 | 62.3 | 18.4 | 44 | NE léger | 23.3 | 12.8 | 8.0 | Nuageux | » |
| 9 | 57.3 | 19.0 | 90 | SE fort | 20.1 | 17.2 | 3.2 | Couvert | » |
| 10 | 50.6 | 14.1 | 69 | NO léger | 18.2 | 12.0 | 1.9 | Couvert | 14.2 |
| 11 | 49.7 | 13.4 | 60 | SO assez fort | 18.7 | 3.2 | 2.7 | Nuageux | » |
| 12 | 48.7 | 13.0 | 77 | NO assez fort | 16.7 | 11.9 | 3.2 | Couvert | 1.5 |
| 13 | 46.4 | 9.9 | 86 | NE léger | 12.7 | 8.2 | 1.8 | Couvert | 9.7 |
| 14 | 35.6 | 11.9 | 64 | O assez fort | 12.3 | 8.0 | 1.8 | Couvert | 1.5 |
| 15 | 44.1 | 12.4 | 50 | NO fort | 14.9 | 8.0 | 6.0 | Beau | » |
| 16 | 45.1 | 15.1 | 77 | O léger | 18.3 | 9.5 | 6.3 | Beau | » |
| 17 | 44.6 | 13.7 | 60 | NO léger | 19.3 | 6.0 | 4.7 | Beau | » |
| 18 | 54.6 | 13.6 | 64 | E assez fort | 18.2 | 9.4 | 4.1 | Couvert | » |
| 19 | 54.0 | 16.9 | 91 | SE fort | 19.2 | 12.9 | 5.5 | Couvert | » |
| 20 | 51.8 | 18.6 | 77 | SE fort | 20.1 | 15.4 | 2.0 | Beau | 6.7 |
| 21 | 55.8 | 18.0 | 71 | E assez fort | 20.8 | 11.3 | 3.7 | Nuageux | » |
| 22 | 52.8 | 15.2 | 85 | NO léger | 20.7 | 11.4 | 0.8 | Couvert | 23.8 |
| 23 | 52.3 | 15.1 | 85 | SO léger | 20.8 | 11.2 | 3.1 | Nuageux | » |
| 24 | 50.5 | 14.3 | 76 | NO assez fort | 18.3 | 10.6 | 4 0 | Nuageux | 1.5 |
| 25 | 55.8 | 15.0 | 93 | O léger | 18.7 | 6.6 | 6.6 | Beau | » |
| 26 | 58.1 | 8.6 | 97 | NO léger | 17.1 | 5.0 | 5.4 | Beau | » |
| 27 | 56.1 | 9.4 | 100 | E léger | 16.6 | 7.8 | 5.0 | Couvert | » |
| 28 | 55.4 | 15.0 | 68 | NO léger | 17.6 | 8.9 | 1.3 | Nuageux | 17.3 |
| 29 | 56.1 | 14.1 | 80 | O assez fort | 19.9 | 10.7 | 5.7 | Couvert | » |
| 30 | 56.1 | 13.8 | 80 | NO léger | 15.5 | 17.9 | 4.5 | Couvert | 0.8 |
| 31 | 59.5 | 12.0 | 77 | NE léger | 19.4 | 8.4 | 1.1 | Nuageux | 0.6 |

MOIS DE NOVEMBRE 1875.

| DATES. | 9 heures du matin. Baromètre à zéro. | Thermomètre extérieur. | État hygrométrique en centièmes | VENT. | Températures Maxima. | Minima. | Évaporation en 24 heures. | ÉTAT DU CIEL à midi. | PLUIE en 24 heures. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 756.6 | 16.6 | 73 | E léger | 17.9 | 10.0 | 1.4 | Nuageux | 0.9 |
| 2 | 57.1 | 12.9 | 86 | SE léger | 17.3 | 10.4 | 0.8 | Nuageux | 7.5 |
| 3 | 60.9 | 12.0 | 86 | E léger | 16.4 | 11.0 | 2.0 | Nuageux | 1.3 |
| 4 | 60.9 | 16.0 | 59 | O léger | 19.4 | 10.1 | 0.7 | Nuageux | 0.6 |
| 5 | 59.1 | 14.5 | 86 | O léger | 18.5 | 10.4 | 3.9 | Couvert | 3.7 |
| 6 | 54.0 | 14.1 | 74 | O léger | 18.9 | 10.1 | 1.8 | Couvert | 5.3 |
| 7 | 57.1 | 15.4 | 64 | O assez fort | 18.5 | 10.4 | 3.6 | Nuageux | 3.6 |
| 8 | 49.0 | 16.0 | 58 | SO fort | 18.4 | 10.4 | 2.1 | Couvert | 2.4 |
| 9 | 51.0 | 12.3 | 83 | E léger | 16.1 | 9.6 | 5.4 | Couvert | » |
| 10 | 54.0 | 13.2 | 88 | NO léger | 18.7 | 10.4 | 2 2 | Couvert | » |
| 11 | 54.0 | 15.8 | 85 | O léger | 19.3 | 10.9 | 1.8 | Nuageux | » |
| 12 | 58.9 | 13.5 | 71 | O assez fort | 17.2 | 10.1 | 7.6 | Nuageux | » |
| 13 | 63.3 | 13.3 | 73 | E léger | 18.3 | 8.1 | 4.5 | Beau | » |
| 14 | 62.8 | 12.5 | 72 | O léger | 18.2 | 8.0 | 2 4 | Beau | » |
| 15 | 63.8 | 11.0 | 75 | O léger | 10.3 | 8.0 | 2.3 | Beau | 9.0 |
| 16 | 65.0 | 9.9 | 64 | NE léger | 15.5 | 3.4 | 5.3 | Couvert | » |
| 17 | 65.9 | 13.6 | 73 | NE assez fort | 17.4 | 5.4 | 4.4 | Nuageux | » |
| 18 | 66.9 | 15.0 | 61 | O léger | 18.5 | 10.6 | 5.3 | Beau | » |
| 19 | 67.0 | 11.2 | 73 | NO léger | 19.8 | 7.8 | 4 8 | Beau | » |
| 20 | 55.0 | 12.2 | 83 | NO assez fort | 15.1 | 10.3 | 7.0 | Nuageux | » |
| 21 | 55.0 | 8.1 | 67 | NO assez fort | 13.7 | 3.4 | 7.4 | Nuageux | » |
| 22 | 54.0 | 7.0 | 74 | O léger | 9.9 | 1.5 | 7.1 | Nuageux | » |
| 23 | 59.5 | 8.0 | 36 | E léger | 10.2 | 0.9 | 3.4 | Couvert | » |
| 24 | 58.0 | 5.5 | 63 | NO léger | 10.5 | 0 5 | 2.4 | Couvert | » |
| 25 | 54.0 | 2.5 | 72 | NO léger | 9.1 | —1.0 | 2.2 | Nuageux | » |
| 26 | 53.6 | 2.0 | 82 | NE léger | 8.1 | —2.0 | 2.1 | Beau | » |
| 27 | 58.5 | 2.0 | 100 | NO léger | 8.7 | —2.9 | 1.5 | Beau | » |
| 28 | 57.5 | 1.1 | 96 | N léger | 8.1 | —3.1 | 1 0 | Beau | » |
| 29 | 50.3 | 0.6 | 100 | N léger | 8.1 | —3.3 | 3.5 | Beau | » |
| 30 | 47.8 | 0.5 | 100 | N assez fort | 9.1 | —1.0 | 4.7 | Nuageux | » |

# STATION DE MONTPELLIER (École régimentaire du Génie).



| | TEMPÉRATURES | | | | | | | BAROMÈTRE à 9 h. | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Moyennes des maxima M. | Moyennes des minima $m$. | Moyennes gén. $\frac{M+m}{2}$ | Différences $M-m$. | Maxima absolus. | Minima absolus. | Écarts absolus. | Moyennes. | Maxima absolus. | Minima absolus. | Écarts absolus. |
| Décembre 1874...... | 10.0 | 0.9 | 5.4 | 9.1 | 17.0 | —6.5 | 23.5 | 753.8 | 767.4 | 743.0 | 24.4 |
| Janvier 1875........ | 13.4 | 5.0 | 9.2 | 8.4 | 18.0 | —2.4 | 20.4 | 764.1 | 771.3 | 753.8 | 17.5 |
| Février............ | 11.7 | 0.0 | 5.8 | 11.7 | 18.9 | —6.3 | 25.2 | 757.0 | 768.1 | 746.6 | 21.5 |
| Mars.............. | 15.4 | 5.0 | 10.2 | 10.4 | 22.4 | 0.4 | 22.0 | 759.1 | 770.5 | 746.7 | 23.8 |
| Avril........... .. | 18.6 | 7.5 | 13.0 | 11.1 | 27.8 | 2.6 | 25.2 | 758.4 | 764.9 | 750.4 | 14.5 |
| Mai....... ....... | 25.9 | 16.0 | 20.9 | 9.9 | 33.9 | 11.2 | 22.7 | 759.7 | 764.5 | 749.1 | 15.4 |
| Juin. ............. | 27.6 | 18.1 | 22.8 | 9.5 | 35.5 | 13.1 | 22.4 | 758.7 | 764.1 | 754.3 | 9.8 |
| Juillet............. | 27.8 | 18.0 | 22.8 | 9.8 | 34.5 | 15.2 | 19.3 | 759.0 | 763.4 | 752.8 | 10.6 |
| Août............... | 30.7 | 19.5 | 25.1 | 11.2 | 36.2 | 13.6 | 22.6 | 760.6 | 765.5 | 753.4 | 12.1 |
| Septembre.......... | 26.8 | 16.2 | 21.5 | 10.6 | 33.0 | 11.5 | 21.5 | 761.3 | 765.1 | 757.1 | 8 0 |
| Octobre. ........... | 19.9 | 10.9 | 15.4 | 9.0 | 28.1 | 3.2 | 24.9 | 754.7 | 766.9 | 735.6 | 31.3 |
| Novembre.......... | 14.9 | 5.9 | 10.4 | 9.0 | 19.8 | —3.3 | 23.1 | 757.7 | 767.0 | 747.8 | 19.2 |
| Hiver.............. | 11.7 | 2.0 | 6.8 | 9.7 | 18.9 | —6.5 | 25.4 | 758.3 | 771.3 | 743.0 | 28.3 |
| Printemps.......... | 20.0 | 9.5 | 14.7 | 10.5 | 33.9 | 0.4 | 33.5 | 759.0 | 770.5 | 746.7 | 23.8 |
| Été................ | 28.7 | 18.5 | 23.6 | 10.2 | 36.2 | 13 1 | 23.1 | 759.4 | 765.5 | 752.8 | 12.7 |
| Automne........... | 20.5 | 11.0 | 15.7 | 9.5 | 33.0 | —3.3 | 36.3 | 757.9 | 767.0 | 735.6 | 31.4 |
| Année... .......... | 20.1 | 10.3 | 15.2 | 9.8 | 36.2 | —6.5 | 42.7 | 758.6 | 771.5 | 735.6 | 35.9 |

# ACADÉMIE

## des Sciences et Lettres de Montpellier.

# MÉMOIRES

## DE LA SECTION DES SCIENCES.

TOME VIII. — I^er^ FASCICULE.

ANNÉE 1871.




MONTPELLIER

BOEHM ET FILS, IMPRIMEURS D[illegible]ÉMIE, PLACE DE L'OBSERVATOIRE

1872

# TABLE DES MATIÈRES.

# ACADÉMIE

## des Sciences et Lettres de Montpellier.

# MÉMOIRES

## DE LA SECTION DES SCIENCES.

TOME VIII. — IIe FASCICULE.
ANNÉE 1872.






MONTPELLIER
BOEHM ET FILS, IMPRIMEURS DE L'ACADÉMIE, PLACE DE L'OBSERVATOIRE

1873

# TABLE DES MATIÈRES

# ACADÉMIE

## des Sciences et Lettres de Montpellier.

# MÉMOIRES

## DE LA SECTION DES SCIENCES.

TOME VIII. — IIIe FASCICULE.
ANNÉE 1875.



MONTPELLIER
BOEHM ET FILS, IMPRIMEURS DE L'ACADÉMIE, RUE D'ALGER, 10
—
1876

# TABLE DES MATIÈRES

# ACADÉMIE

## des Sciences et Lettres de Montpellier.

# MÉMOIRES

## DE LA SECTION DES SCIENCES.

TOME VIII. — IV[e] FASCICULE.

ANNÉE 1875.



MONTPELLIER

BOEHM ET FILS, IMPRIMEURS DE L'ACADÉMIE, PLACE DE L'OBSERVATOIRE

1876

Le III[e] Fascicule, dont l'impression a été retardée, sera distribué prochainement.

# TABLE DES MATIÈRES

## DU TOME HUITIÈME.

Pages.